

Bài 1 (2 điểm): Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right) : \frac{x}{x-1}$$

- a) Tìm điều kiện của x để giá trị của P xác định và chứng minh $P = \frac{x+1}{x^2}$.
b) Tính giá trị của P với x thỏa mãn $|2x-1| = 3$.
c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

Bài 2 (2 điểm): Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $|x+3| = 2x+1$

b) $\frac{x+1}{x+2} + \frac{5}{x-2} = \frac{4}{x^2-4} + 1$

c) $\frac{x+2}{3} \geq \frac{2x-1}{4} - 1$

d) $\frac{2x+1}{x-1} < 1$

Bài 3 (2 điểm): Một đội sản xuất dự định mỗi ngày hoàn thành 50 sản phẩm, nhưng thực tế đã vượt mức mỗi ngày 10 sản phẩm, vì vậy không những hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày mà còn sản xuất thêm được 30 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch đội phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Bài 4 (3,5 điểm): Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH, trung tuyến AM. Gọi D và E thứ tự là hình chiếu của H trên AB, AC.

- a) Chứng minh rằng $\triangle ABC \sim \triangle HBA$.
b) Cho $HB = 4\text{cm}$, $HC = 9\text{cm}$. Tính AB, DE.
c) Chứng minh $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ và $AM \perp DE$.
d) Tam giác ABC phải có điều kiện gì để diện tích tam giác ADE bằng $\frac{1}{3}$ diện tích tứ giác BDEC.

Bài 5 (0,5 điểm): Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện:

$$a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$$

Chứng minh: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$

_____ Hết _____