

Họ, tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Trong không gian Oxyz, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; -6; 4)$ và song song với

đường thẳng d $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$ là:

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+6}{1} = \frac{z-4}{-1}$

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+6}{4} = \frac{z-4}{5}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z-1}{4}$

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-5}{1}$

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 \\ z = 2 - t \end{cases}$, một vectơ chỉ phương của d có tọa độ là:

A. $(1; 3; 2)$

B. $(2; 0; -1)$

C. $(2; 3; -1)$

D. $(3; 3; 1)$

Câu 3: Nếu $\int_5^{15} f(x)dx = 30$ thì $\int_1^3 f(5x)dx$ bằng

A. 15

B. 6

C. 10

D. 5

Câu 4: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị các hàm số $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$ bằng

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 3

D. 1

Câu 5: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2z - 1 = 0$.

Gọi Δ là đường thẳng nằm trên (P) , cắt và vuông góc với d , đường thẳng Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 - 5t \\ z = 2 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -3 + 1t \\ y = -1 - 5t \\ z = 2 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 5t \\ z = -2 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = -1 - 5t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R . Biết $f(4) = 4$, $f(1) = 3$. Tính $\int_1^4 f'(x)dx$ bằng

A. 12

B. 7

C. 1

D. -1

Câu 7: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \frac{1}{4x+1}$. Biết $F(0) = 5$, tính $F(\pi)$

A. $5 + \frac{5}{4}\ln(4\pi+1)$

B. $7 + \frac{5}{4}\ln(4\pi+1)$

C. $5 + \frac{1}{4}\ln(4\pi+1)$

D. $7 + \frac{1}{4}\ln(4\pi+1)$

Câu 8: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} + 3z = 4 - 5i$. Phần ảo của z là

- A. 1 B. $\frac{-5}{2}$ C. -1 D. $\frac{5}{2}$

Câu 9: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 1| = |z + i|$. Nếu $|z - 2i|$ nhỏ nhất thì $2a - 3b$ bằng

- A. -1 B. 5 C. 1 D. -5

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho $A(1; 4; -2)$ $B(-5; -2; 8)$, phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- A. $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 + (z - 5)^2 = 172$ B. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 172$
C. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 3)^2 = 43$ D. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 3)^2 = 43$

Câu 11: Cho $A(4; 1; -1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(5; -1; 4)$ Toạ độ điểm D thỏa mãn ABCD là hình bình hành là

- A. $(3; -1; 3)$ B. $(7; -1; 3)$ C. $(3; 1; -\frac{1}{2})$ D. $(\frac{9}{2}; 0; \frac{5}{2})$

Câu 12: Cho số phức $z = 3 - 2i + \frac{5}{4 - i}$. Phần thực của z là

- A. $\frac{-29}{17}$ B. $\frac{17}{4}$ C. -7 D. $\frac{71}{17}$

Câu 13: Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 5$. Môđun của số phức $z(4 - i)$ bằng

- A. $5\sqrt{17}$ B. $5 + \sqrt{17}$ C. 20 D. 15

Câu 14: Tìm $\int (e^x + 2^x) dx$ được kết quả là

- A. $e^x + \frac{2^x}{\ln 2}$ B. $\frac{e^x + 2^x}{\ln 2} + C$ C. $e^x + \frac{2^x}{\ln 2} + C$ D. $e^x + 2^x \ln 2 + C$

Câu 15: Cho số phức z có phần thực bằng 3, phần ảo là số thực dương, $|z| = \sqrt{13}$. Số phức z bằng

- A. $|3 + 2i|$ B. $3 - 2i$ C. $3 + 2i$ D. $|3 - 2i|$

Câu 16: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) chứa 2 điểm $M(1; 4; 0)$, $N(2; -1; 3)$ và song song với đường thẳng d là giá của vectơ $\vec{a}(5; 1; 4)$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có toạ độ là

- A. $(4; 1; -5)$ B. $(-26; 23; -11)$ C. $(23; -11; -26)$ D. $(1; -5; 3)$

Câu 17: Trong không gian Oxyz, mặt cầu (S) $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y - 6z + 3 = 0$ có tâm I, toạ độ điểm I là

- A. $(-4; 8; -6)$ B. $(-2; 4; -3)$ C. $(2; -4; 3)$ D. $(4; -8; 6)$

Câu 18: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) $2x + y - z + 4 = 0$ và mặt phẳng (Q) $4x + 2y + mz - 5 = 0$. Giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) là:

- A. $m = 0$ B. $m = 10$ C. $m = -2$ D. $m = -1$

Câu 19: Cho số phức z thỏa mãn $2z - zi = 7i + 8$. Phần thực của z bằng

- A. $-\frac{22}{5}$ B. $\frac{9}{5}$ C. $-\frac{9}{5}$ D. $\frac{22}{5}$

Câu 20: Trong không gian Oxyz, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 4; -5)$ và vuông góc với đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = z$ có phương trình:

- A. $2x - y + 2 = 0$ B. $x + 4y - 5z - 1 = 0$
C. $x + 4y - 5z - 40 = 0$ D. $2x - y + z + 7 = 0$

Câu 21: Cho $\int_e^{e^{2020}} \frac{1}{x \ln x} dx$. Nếu đặt $\ln x = u$ thì $\int_e^{e^{2020}} \frac{1}{x \ln x} dx$ bằng

- A. $\int_e^{e^{2020}} u du$ B. $\int_e^{e^{2020}} \frac{1}{u} du$ C. $\int_1^{2020} u du$ D. $\int_1^{2020} \frac{1}{u} du$

Câu 22: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \cos x dx$. Đặt $\sin x = t$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^7 x \cos x dx$ bằng

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} t^7 dt$ B. $\int_0^1 t^7 \cos x dt$ C. $\int_0^1 t^7 dt$ D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} t^7 \cos x dx$

Câu 23: Trên tập số phức, cho phương trình $z^2 + z + m = 0$ với tham số $m \in R$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của m thuộc $[-10; 10]$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 đồng thời thỏa mãn $z_1 = \overline{z_1}$ và $z_2 = \overline{z_2}$. Tập S có số phần tử là

- A. 4 B. 6 C. 0 D. 11

Câu 24: Trong không gian Oxyz cho $M(5; -1; 4)$. Toạ độ điểm M' là hình chiếu của M lên mặt phẳng Oxy là

- A. $(5; -1; 0)$ B. $(5; 0; 4)$ C. $(0; -1; 4)$ D. $(0; 0; 4)$

Câu 25: Cho số phức z được biểu diễn hình học bởi điểm M(-4; 3) trên mặt phẳng toạ độ Oxy. Số phức z bằng

- A. $z = -4 - 3i$ B. $z = -4 + 3i$ C. $4 + 3i$ D. $z = 4 - 3i$

Câu 26: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 3$. Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z trên mặt phẳng toạ độ Oxy là

- A. Đường tròn tâm I(-1; 0), bán kính R = 3 B. Đường tròn tâm I(-1; 0), bán kính R = 9
C. Đường tròn tâm I(1; 0), bán kính R = 9 D. Đường tròn tâm I(1; 0), bán kính R = 3

Câu 27: Cho $f(3) = g(3) = 5, f(1) = g(1) = 4$ và $\int_1^3 f(x)g'(x)dx = 20$. Tính $\int_1^3 f'(x)g(x)dx$ bằng

- A. -11 B. -1 C. 0 D. 11

Câu 28: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = e^x, y = 100 \ln x, x = 1, x = 5$. Diện tích miền hình phẳng trên được tính theo công thức

- A. $\int_1^5 |100 \ln x - e^x| dx$ B. $\int_1^5 (e^x - 100 \ln x) dx$
C. $\left| \int_1^5 (100 \ln x - e^x) dx \right|$ D. $\int_1^5 (100 \ln x - e^x) dx$

Câu 29: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = e^x, y = 0, x = 0, x = 1$. Quay miền hình phẳng trên quanh trục Ox được vật thể tròn xoay có thể tích là

- A. $\frac{(e^2 - 1)\pi}{2}$ B. $\frac{(e^2 - 1)}{2}$ C. $\frac{(e - 1)\pi}{2}$ D. $\frac{(e - 1)}{2}$

Câu 30: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2f(x) + \cos x)dx$ bằng

- A. 11 B. 9 C. 10 D. $10 + \frac{\pi}{2}$

Câu 31: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Quay miền hình phẳng trên quanh trục Ox được vật thể tròn xoay có thể tích được tính theo công thức nào dưới đây

- A. $\pi \int_a^b |f(x)|dx$ B. $\int_a^b |f(x)|dx$ C. $\int_a^b [f(x)]^2 dx$ D. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

Câu 32: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ và điểm $A(0; -6; 0)$.

Điểm $H(x_o; y_o; z_o)$ thuộc d sao cho độ dài đoạn AH nhỏ nhất, giá trị $T = x_o + y_o + z_o$ bằng:

- A. 7 B. -1 C. 4 D. 0

Câu 33: Trong không gian Oxyz, mặt cầu tâm $A(1; 4; 3)$ bán kính $R=10$ cắt trục Ox tại 2 điểm M và N . Độ dài đoạn MN là

- A. $2\sqrt{99}$ B. $\sqrt{99}$ C. $2\sqrt{75}$ D. $\sqrt{75}$

Câu 34: Cho $z_1; z_2$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ trên tập số phức. Tính $A = |z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$ B. 4 C. 10 D. $\sqrt{5}$

Câu 35: Cho số phức $z = 2 + \sqrt{3}i$. Môđun của số phức z bằng

- A. $\sqrt{7}$ B. $\sqrt{5}$ C. $2 + \sqrt{3}$ D. $\sqrt{13}$

Câu 36: Cho hai hàm số $u(x)$ và $v(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ (được viết tắt là u và v). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int (uv)' dx = uv - \int u'v dx$ B. $\int uv dx = (uv)' - \int u'v dx$
C. $\int u'v dx = u'v' - \int uv' dx$ D. $\int uv' dx = uv - \int u'v dx$

Câu 37: Trong không gian Oxyz, khoảng cách từ điểm $A(1; 0; 3)$ tới mặt phẳng (P) $2x + y - z + 5 = 0$ bằng:

- A. 1 B. $\frac{5}{\sqrt{6}}$ C. 4 D. $\frac{4}{\sqrt{6}}$

Câu 38: Cho hai số phức $z_1 = 5 + 2i$, $z_2 = 4 - i$. Số phức $z_1^2 + 2z_2$ bằng

- A. $18 + 2i$ B. $18 + 29i$ C. $29 - 18i$ D. $29 + 18i$

Câu 39: Cho $\int_1^3 f(x)dx = 7$, $\int_3^9 f(x)dx = 2$. Tính $\int_1^9 f(x)dx$ bằng

- A. -5 B. 9 C. 14 D. 5

Câu 40: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 4 = 0$ và mặt phẳng $(Q): -2x + z - 3 = 0$. Gọi α là góc giữa 2 mặt phẳng (P) và (Q) , $\cos \alpha$ bằng:

- A. $\frac{-3}{\sqrt{15}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{15}}$ C. $\frac{3}{\sqrt{15}}$ D. $\frac{2}{\sqrt{42}}$

Câu 41: Gọi z là căn bậc hai của số phức $w = 8i$, z có phần thực và phần ảo cùng dương, đặt $A = 1 + z + z^2 + \dots + z^{2023}$. Số phức A có phần thực là

- A. $\frac{1-8^{2022}}{65}$ B. $\frac{8^{1012}-1}{5}$ C. $\frac{1-8^{1012}}{5}$ D. $\frac{1+8^{2022}}{65}$

Câu 42: Trong không gian Oxyz, cho $d_1 \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -10 - 2t \end{cases}$ và $d_2 \frac{x+14}{19} = \frac{y+14}{14} = \frac{z-4}{-2}$. Phương trình

mặt cầu tiếp xúc với d_1 và d_2 và có bán kính nhỏ nhất là:

- A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$ B. $(x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$
C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 33$ D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 33$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x+m}{2} = \frac{y+2m-1}{1} = \frac{z+m}{-1}$ ($m \in \mathbb{R}$). Biết với mọi m , đường thẳng d luôn nằm trên một mặt phẳng cố định. Gọi m_0 là giá trị của m để đường thẳng d cách điểm $B(4; -3; 1)$ một khoảng bé nhất, m_0 thuộc khoảng nào dưới đây

- A. $(-1; 2)$ B. $(5; 7)$ C. $(-4; -1)$ D. $(2; 5)$

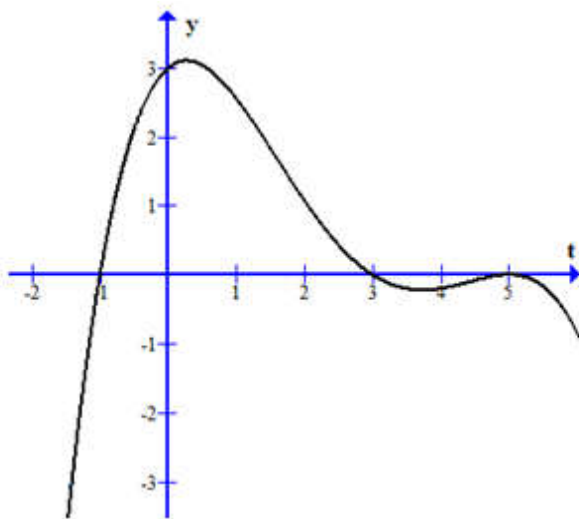
Câu 44: Trong không gian Oxyz, cho $M(1; -7; 2)$, $N(5; 1; 4)$. Mặt phẳng (α) đi qua N và cách M một khoảng lớn nhất có phương trình $Ax + By + z + D = 0$. Tính $A+B+D$

- A. -11 B. 7 C. -12 D. 14

Câu 45: Cho một xe máy đang chuyển động đều với vận tốc 6m/s thì tăng tốc với gia tốc là $a = 2\text{m/s}^2$. Quãng đường xe máy đi được kể từ khi tăng tốc đến lúc vận tốc xe đạt 14m/s bằng

- A. 14m B. 40m C. 44m D. 28m

Câu 46: Cho hàm số $y = f(t)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(t)$ có đồ thị như sau:



Chọn khẳng định đúng

- A. $f(-1) > f(5) > f(3)$ B. $f(3) > f(-1) > f(5)$
C. $f(-1) > f(3) > f(5)$ D. $f(3) > f(5) > f(-1)$

Câu 47: Nếu $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 8$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 8 B. 4 C. 22 D. 16

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và khác 0 $\forall x \in [0; 2]$. Biết $f'(x) = (2x+1)f^2(x) \forall x \in [0; 2]$ và $f(0) = \frac{1}{20}$. Tính $\int_1^2 f(x)dx$ được kết quả là

A. $-\frac{1}{9} \ln \frac{7}{4}$

B. $-\frac{97}{6}$

C. 4

D. $\frac{1}{9} \ln \frac{7}{4}$

Câu 49: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4i + 7| = 5$. Trên mặt phẳng Oxy, tập hợp điểm M biểu diễn số phức w thỏa mãn $w = 2z + 4 - i$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\frac{5}{2}$

B. 5

C. 10

D. $\sqrt{5}$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu (S) tâm I có phương trình: $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 2y - 3z + D = 0$. Đường thẳng Δ thay đổi luôn nằm trên mặt phẳng (P) sao cho tồn tại hai mặt phẳng qua Δ , tiếp xúc với mặt cầu (S) và tạo với nhau góc 60° . Gọi J là hình chiếu vuông góc của I lên Δ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của D sao cho tập hợp các điểm J là hai đường tròn phân biệt?

A. 42

B. 75

C. 37

D. 43

----- HẾT -----

made	cautron	dapan
001	1	A
001	2	B
001	3	B
001	4	B
001	5	A
001	6	C
001	7	D
001	8	B
001	9	D
001	10	C
001	11	B
001	12	D
001	13	A
001	14	C
001	15	C
001	16	C
001	17	C
001	18	B
001	19	B
001	20	D
001	21	D
001	22	C
001	23	D
001	24	A
001	25	B
001	26	D
001	27	A
001	28	A
001	29	A
001	30	A
001	31	D
001	32	A
001	33	C
001	34	A
001	35	A
001	36	D
001	37	D
001	38	D
001	39	B
001	40	C
001	41	B
001	42	C
001	43	A
001	44	C
001	45	B
001	46	D
001	47	B
001	48	D
001	49	C
001	50	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 23: Trên tập số phức, cho phương trình $z^2 + z + m = 0$ với tham số $m \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của m thuộc $[-10;10]$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm phân biệt $z_1; z_2$ đồng thời thỏa mãn $z_1 = \overline{z_1}$ và $z_2 = \overline{z_2}$. Tập S có số phần tử là

A. 4

B. 6

C. 0

D. 11

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} z_1 = \overline{z_1} \\ z_2 = \overline{z_2} \end{cases} \Rightarrow z_1, z_2 \text{ là số thực}$$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$

Đề bài yêu cầu $m \in [-10;10], m \in \mathbb{Z} \Rightarrow -10 \leq m \leq 0$

Vậy có 11 giá trị thỏa mãn yêu cầu đề bài

Câu 41: Gọi z là căn bậc hai của số phức $w = 8i$, z có phần thực và phần ảo cùng dương, đặt $A = 1 + z + z^2 + \dots + z^{2023}$. Số phức A có phần thực là

A. $\frac{1-8^{2022}}{65}$

B. $\frac{8^{1012}-1}{5}$

C. $\frac{1-8^{1012}}{5}$

D. $\frac{1+8^{2022}}{65}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Có } z^2 = 8i \Leftrightarrow z^2 = 4 + 2.2i - 4 = 2^2 + 2.2i + (2i)^2 = (2 + 2i)^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + 2i \\ z = -2 - 2i \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 2i$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{1-z^{2024}}{1-z} = \frac{1-(z^2)^{1012}}{1-z} = \frac{1-(8i)^{1012}}{1-2-2i} \\ &= \frac{1-8^{1012}(i^2)^{506}}{-1-2i} = \frac{1-8^{1012}}{-1-2i} = \frac{(1-8^{1012})(-1+2i)}{1^2+2^2} = \frac{8^{1012}-1}{5} + \frac{2(1-8^{1012})}{5}i \end{aligned}$$

Câu 42: Trong không gian Oxyz, cho $d_1: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = -10 - 2t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x+14}{19} = \frac{y+14}{14} = \frac{z-4}{-2}$. Phương trình

mặt cầu tiếp xúc với d_1 và d_2 và có bán kính nhỏ nhất là:

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$

B. $(x+3)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$

C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 33$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 33$

Lời giải

Chọn C

Gọi MN là đoạn vuông góc chung, suy ra mặt cầu cần tìm là mặt cầu đường kính MN

Cách 1:

Chọn

$$M(3+2t; 1-3t; -10-2t) \in d_1$$

$$N(-14+19k; -14+14k; 4-2k) \in d_2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{MN} \cdot \vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(1; 4; -8), N(5; 0; 2) \Rightarrow I(3; 2; -3), IM = R = \sqrt{33}$$

Cách 2: Dễ thấy $d_1 \perp d_2$

Gọi (P) là mặt phẳng thỏa mãn $\begin{cases} d_1 \subset (P) \\ d_2 \perp (P) \end{cases} \Rightarrow (P) \cap d_2 = N \Rightarrow N(5; 0; 2)$

Gọi (Q) là mặt phẳng thỏa mãn $\begin{cases} d_2 \subset (Q) \\ d_1 \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow (Q) \cap d_1 = M \Rightarrow M(1; 4; -8)$

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng $d: \frac{x+m}{2} = \frac{y+2m-1}{1} = \frac{z+m}{-1} \ (m \in \mathbb{R})$. Biết với mọi m, đường thẳng d luôn nằm trên một mặt phẳng cố định. Gọi m_0 là giá trị của m để đường thẳng d cách điểm B(4; -3; 1) một khoảng bé nhất, m_0 thuộc khoảng nào dưới đây

A. $(-1; 2)$

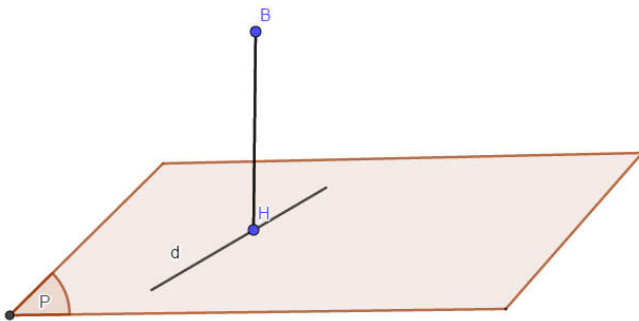
B. $(5; 7)$

C. $(-4; -1)$

D. $(2; 5)$

Lời giải

Chọn A



Cách 1

Từ phương trình đường thẳng d có

$$\begin{cases} t = \frac{x+m}{2} = \frac{z+m}{-1} = \frac{x-z}{3} \\ t = \frac{2x+2m}{4} = \frac{y+2m-1}{1} = \frac{2x-y+1}{3} \end{cases} \left(t/c: \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{x-z}{3} = \frac{2x-y+1}{3} \Rightarrow (P): x-y+z+1=0$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên (P) , đường thẳng d đi qua H là đường thẳng cần tìm

Có phương trình BH $\begin{cases} x = 4+t \\ y = -3-t \\ z = 1+t \end{cases} \quad BH \cap (P) = H \Rightarrow m = 1$

Cách 2: đường thẳng d luôn nằm trên 1 mặt phẳng cố định. Chọn 2 giá trị ngẫu nhiên của m

$$m = 0 \Rightarrow d_0: \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$$

$$m = 1 \Rightarrow d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$$

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa $d_0, d_1 \Rightarrow (P): x-y+z+1=0$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B lên (P)

Có phương trình BH $\begin{cases} x = 4+t \\ y = -3-t \\ z = 1+t \end{cases} \quad BH \cap (P) = H \Rightarrow m = 1$

Cách 3

Gọi

$$(P) Ax + By + Cz + D = 0 \quad (A^2 + B^2 + C^2 > 0) \quad d \subset (P) \Rightarrow \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_d = 0$$

$$\Rightarrow 2A + B - C = 0 \Rightarrow C = 2A + B \quad (1)$$

$$\Rightarrow (P) Ax + By + (2A + B)z + D = 0$$

$$M(-m; -2m + 1; -m) \in d \Rightarrow M \in (P)$$

$$\Rightarrow -Am + B(-2m + 1) - (2A + B)m + D = 0 \quad \forall m \Leftrightarrow m(-3A - 3B) + B + D = 0 \quad \forall m$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3A + 3B = 0 \\ B + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A + B = 0 \quad (2) \\ B + D = 0 \quad (3) \end{cases}$$

TH1

$$B = 0, (1)(2) \Rightarrow A = B = C = 0 \quad (\text{ko TM})$$

TH2

$$B \neq 0$$

$$\text{Chọn } B = -1 \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ C = 1 \\ D = 1 \end{cases} \Rightarrow (P): x - y + z + 1 = 0$$

Cách 4: *Lập pt mp (Q) qua B và vuông góc d: $2x + y - z - 4 = 0$

* (Q) cắt d tại A(...), A phụ thuộc m

* Tính đoạn BA (phụ thuộc tham số m - bậc 2), tìm m để BA nhỏ nhất $\Rightarrow m = 1$

Câu 44: Trong không gian Oxyz, cho $M(1; -7; 2)$, $N(5; 1; 4)$. Mặt phẳng (α) đi qua N và cách M một khoảng lớn nhất có phương trình $Ax + By + z + D = 0$. Tính $A + B + D$

A. -11

B. 7

C. -12

D. 14

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) qua N và cách M một khoảng lớn nhất

$$\Rightarrow mp(\alpha) \begin{cases} MN \perp (\alpha) \\ N \in (\alpha) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\alpha) 2x + 4y + z - 18 = 0$$

$$\Rightarrow A + B + D = 2 + 4 - 18 = -12$$

Câu 45: Cho một xe máy đang chuyển động đều với vận tốc 6m/s thì tăng tốc với gia tốc là $a = 2\text{m/s}^2$. Quãng đường xe máy đi được kể từ khi tăng tốc đến lúc vận tốc xe đạt 14m/s bằng

A. 14m

B. 40m

C. 44m

D. 28m

Lời giải

Chọn B

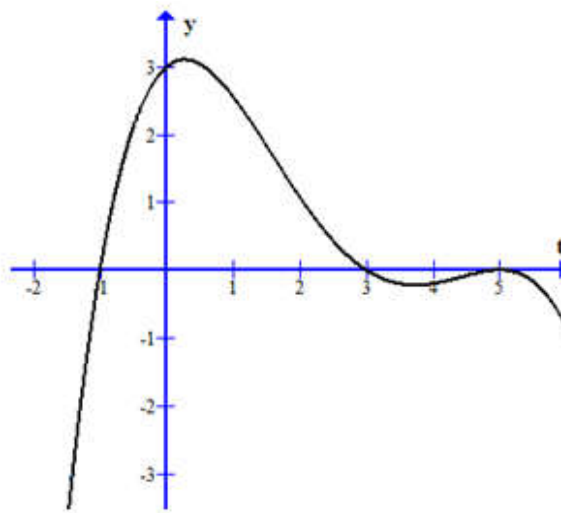
$$\text{Vận tốc xe máy } v_{(t)} = 6 + at = 6 + 2t$$

Thời gian tăng tốc đến khi vận tốc đạt 14m/s

$$\Rightarrow 6 + 2t = 14 \Rightarrow t = 4(s)$$

$$\text{Vậy quãng đường } S = \int_0^4 (6 + 2t) dt = 40(m)$$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(t)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(t)$ có đồ thị như sau:



Chọn khẳng định đúng

A. $f(-1) > f(5) > f(3)$

B. $f(3) > f(-1) > f(5)$

C. $f(-1) > f(3) > f(5)$

D. $f(3) > f(5) > f(-1)$

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng biến thiên

t	$-\infty$	-1	3	5	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(t)$					

Từ BBT suy ra trong ba giá trị $f(-1), f(3), f(5)$ thì $f(3)$ lớn nhất

So sánh diện tích 2 phần ta có:

$$\int_{-1}^3 f'(t) dt > \int_3^5 (-f(t)) dt$$

$$\Leftrightarrow f(t) \Big|_{-1}^3 > -f(t) \Big|_3^5$$

$$\Leftrightarrow f(3) - f(-1) > f(3) - f(5)$$

$$\Leftrightarrow f(-1) < f(5)$$

$$\Rightarrow f(3) > f(5) > f(-1)$$

Câu 47: Nếu $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 8$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. 8

B. 4

C. 22

D. 16

Lời giải

Chọn B

Có

$$I = \int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 8 \quad \sqrt{x} = t \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2t dt$$

Đổi cận

x	1	9
t	1	3

$$I = 2 \int_1^3 f(t) dt = 8 \Rightarrow \int_1^3 f(t) dt = 4 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = 4$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục và khác 0 $\forall x \in [0; 2]$. Biết $f'(x) = (2x+1)f^2(x) \quad \forall x \in [0; 2]$ và $f(0) = \frac{1}{20}$. Tính $\int_1^2 f(x) dx$ được kết quả là

A. $-\frac{1}{9} \ln \frac{7}{4}$

B. $-\frac{97}{6}$

C. 4

D. $\frac{1}{9} \ln \frac{7}{4}$

Lời giải

Chọn D

$$\frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+1 \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int (2x+1) dx$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{f(x)} = x^2 + x + C \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{x^2 + x + C}$$

$$f(0) = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{-1}{C} = \frac{1}{20} \Rightarrow C = -20$$

$$f(x) = \frac{-1}{x^2 + x - 20} \Rightarrow \int_1^2 f(x) dx = \frac{1}{9} \ln \frac{7}{4}$$

Câu 49: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 4i + 7| = 5$. Trên mặt phẳng Oxy, tập hợp điểm M biểu diễn số phức w thỏa mãn $w = 2z + 4 - i$ là một đường tròn có bán kính bằng

A. $\frac{5}{2}$

B. 5

C. 10

D. $\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } |z - 4i + 7| = 5 \quad (1)$$

$$w = 2z + 4 - i \Rightarrow z = \frac{w - 4 + i}{2} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \left| \frac{w - 4 + i}{2} - 4i + 7 \right| = 5$$

$$\Leftrightarrow |w + 10 - 7i| = 10$$

$$\Rightarrow R = 10$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu (S) tâm I có phương trình: $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x + 2y - 3z + D = 0$. Đường thẳng Δ thay đổi luôn nằm trên mặt phẳng (P) sao cho tồn tại hai mặt phẳng qua Δ , tiếp xúc với mặt cầu (S) và tạo với nhau góc 60° . Gọi J là hình chiếu vuông góc của I lên Δ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của D sao cho tập hợp các điểm J là hai đường tròn phân biệt?

A. 42

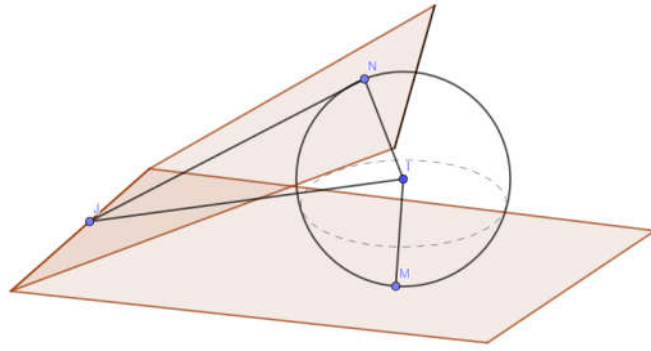
B. 75

C. 37

D. 43

Lời giải

Chọn D



Gọi J là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng Δ

TH1

$$\widehat{MJN} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{IJN} = 30^\circ \Rightarrow IJ = 2JN = 10$$

Suy ra J thuộc mặt cầu tâm I bán kính 10

Mà $J \in \Delta \subset (P)$

Suy ra để tập hợp điểm J là đường tròn thì $d_{(I,(P))} < 10$ (mp cắt m/cầu theo giao tuyến là một đường tròn)

TH2

$$\widehat{MJN} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{IJN} = 60^\circ \Rightarrow IJ = \frac{5}{\sqrt{3}} \cdot 2 = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

Suy ra J thuộc mặt cầu tâm I bán kính $\frac{10}{\sqrt{3}}$

Mà $J \in \Delta \subset (P)$

Suy ra để tập hợp điểm J là đường tròn thì $d_{(I,(P))} < \frac{10}{\sqrt{3}}$

$$\Leftrightarrow \frac{|1+0-6+D|}{\sqrt{14}} < \frac{10}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow |D-5| < 21,602$$

Suy ra có 43 giá trị nguyên của (D-5) $\Leftrightarrow$ có 43 giá trị nguyên của D.

----- HẾT -----