

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,5 điểm)

Câu 1. Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z(2-i) + \bar{z} = -3-11i$ . Tìm  $|z|$ .

- A.  $|z| = \sqrt{39}$ .      B.  $|z| = \sqrt{97}$ .      C.  $|z| = \sqrt{101}$ .      D.  $|z| = \sqrt{85}$ .

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=4-t \\ z=5+2t \end{cases}$  và  $d': \begin{cases} x=2+3t' \\ y=5-3t' \\ z=3+6t' \end{cases}$ .

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  trùng nhau.      B. Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  cắt nhau.  
C. Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  chéo nhau.      D. Hai đường thẳng  $d$  và  $d'$  song song với nhau.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y - 6z - 2 = 0$ . Lúc đó tâm  $I$  và bán kính  $R$  của mặt cầu  $(S)$  là

- A. Tâm  $I(2; -5; 3)$ ,  $R = 2\sqrt{10}$ .      B. Tâm  $I(-2; 5; -3)$ ,  $R = 2\sqrt{10}$ .  
C. Tâm  $I(2; -5; 3)$ ,  $R = 6$ .      D. Tâm  $I(-2; 5; -3)$ ,  $R = 6$ .

Câu 4. Điểm biểu diễn của số phức  $z = (4 - 3i)^2$  là

- A.  $(-7; 24)$ .      B.  $(7; -24)$ .      C.  $(7; 24)$ .      D.  $(-7; -24)$ .

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \cos \frac{x}{2}$  là

- A.  $F(x) = \sin \frac{x}{2} + C$ .      B.  $F(x) = -2 \sin \frac{x}{2} + C$ .  
C.  $F(x) = 2 \sin \frac{x}{2} + C$ .      D.  $F(x) = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} + C$ .

Câu 6. Cho  $I = \int_1^2 x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$ . Đặt  $t = \sqrt{x^3 + 1}$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $I = \frac{2}{3} \int_{\sqrt{2}}^3 t dt$ .      B.  $2tdt = 3x^2 dx$ .      C.  $I = \frac{2}{3} \int_{\sqrt{2}}^3 t^2 dt$ .      D.  $I = 6 - \frac{4\sqrt{2}}{9}$ .

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\overline{AO} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ . Tọa độ điểm  $A$  là

- A.  $A(2; -3; 0)$ .      B.  $A(-2; 0; 3)$ .      C.  $A(-2; 3; 0)$ .      D.  $A(2; 0; -3)$ .

Câu 8. Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  và thỏa mãn  $\int_0^{\frac{1}{3}} f(x) dx = 1$ ;  $\int_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{2}} f(2x) dx = 13$ . Giá

trị của  $I = \int_0^1 x^2 f(x^3) dx$  là

- A. 6.      B. 7.      C. 9.      D. 8.

Câu 9. Cho hai số phức  $z_1 = 52 + 43i$  và  $z_2 = 63 - 27i$ . Số phức  $\overline{z_1} + 2\overline{z_2}$  có phần ảo bằng

- A. 16.      B. -11.      C. 97.      D. 11.

**Câu 10.** Cho  $\int_{11}^{15} f(x) dx = 10$ . Khi đó  $\int_{11}^{15} [12 - 3f(x)] dx$  bằng

- A. 18.                      B. -18.                      C. 48.                      D. 78.

**Câu 11.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $M(-1; 0; -2)$  và song song với mặt phẳng  $(Q): 7x - 6y + 4z - 5 = 0$  là

- A.  $7x - 6y + 4z - 15 = 0$ .                      B.  $7x - 6y + 4z - 1 = 0$ .  
C.  $7x - 6y + 4z + 15 = 0$ .                      D.  $7x - 6y + 4z + 1 = 0$ .

**Câu 12.** Diện tích  $S$  của hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường cong  $y = x^3 + 2x^2 - 12x$  và  $y = 3x^2$  là

- A.  $S = \frac{937}{12}$ .                      B.  $S = \frac{397}{4}$ .                      C.  $S = \frac{343}{12}$ .                      D.  $S = \frac{160}{3}$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa  $f'(x) = 92x - 41$  và  $f(0) = 4$ . Tính  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- A.  $\frac{5}{6}$ .                      B.  $-\frac{7}{6}$ .                      C.  $\frac{7}{6}$ .                      D.  $-\frac{5}{6}$ .

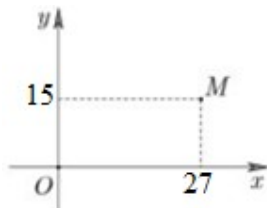
**Câu 14.** Nếu  $\int_2^0 f(x) dx = -23$  và  $\int_2^9 f(x) dx = -11$  thì  $\int_0^9 f(x) dx$  bằng

- A. 34.                      B. 12.                      C. -34.                      D. -12.

**Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \\ z = -6 + 7t \end{cases}$  có một vector chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_4 = (-3; -4; 7)$ .                      B.  $\vec{u}_2 = (2; 5; 6)$ .                      C.  $\vec{u}_3 = (3; 4; 7)$ .                      D.  $\vec{u}_1 = (3; -4; 7)$ .

**Câu 16.** Cho số phức  $z$  biểu diễn bởi điểm  $M$  trong hình. Số phức  $\bar{z}$  là



- A.  $15 - 27i$ .                      B.  $27 + 15i$ .                      C.  $15 + 27i$ .                      D.  $27 - 15i$ .

**Câu 17.** Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = -x^2 + 4x$  và  $y = 0$  quanh trục  $Ox$  là

- A.  $\frac{32}{3}\pi$ .                      B.  $\frac{32}{3}$ .                      C.  $\frac{512}{15}\pi$ .                      D.  $\frac{512}{15}$ .

**Câu 18.** Cho  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (8-x) \sin x dx$ . Nếu đặt  $u = 8-x$  và  $dv = \sin x dx$  thì  $I$  được tính bằng công thức nào dưới đây?

- A.  $I = (8-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$ .                      B.  $I = -(8-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$ .  
C.  $I = (8-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$ .                      D.  $I = -(8-x) \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx$ .

**Câu 19.** Gọi  $A, B$  là điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 5z + 9 = 0$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ . Tìm tọa độ trung điểm  $M$  của đoạn  $AB$ .

- A.  $M(5;0)$ .      B.  $M\left(\frac{5}{2};0\right)$ .      C.  $M(0;\sqrt{11})$ .      D.  $M\left(0;\frac{\sqrt{11}}{2}\right)$ .

**Câu 20.** Môđun của số phức  $z$  thỏa mãn  $(1+2i)z = 12-11i$  bằng

- A. 8.      B.  $\sqrt{55}$ .      C.  $\sqrt{53}$ .      D.  $\frac{\sqrt{110}}{2}$ .

**Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(7;-1;5)$  và  $B(9;1;3)$ . Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình đường thẳng  $AB$ ?

- A.  $\frac{x-4}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-2}{-1}$ .      B.  $\frac{x-9}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-1}$ .  
C.  $x-8 = y = 4-z$ .      D.  $\frac{x-9}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$ .

**Câu 22.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 + 4z + 5 = 0$ . Tính  $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ .

- A.  $2\sqrt{10}$ .      B. 20.      C.  $\sqrt{10}$ .      D. 10.

**Câu 23.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z-11+12i| = 2$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $|z|$ .

- A.  $\sqrt{265}$ .      B.  $2 + \sqrt{265}$ .      C.  $4 + \sqrt{265}$ .      D.  $\sqrt{265} - 2$ .

**Câu 24.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $A(2;-1;5)$  và chứa trục  $Ox$  có vector pháp tuyến  $\vec{n} = (a;b;c)$ . Khi đó tỉ số  $\frac{b}{c}$  là

- A.  $\frac{b}{c} = \frac{1}{5}$ .      B.  $\frac{b}{c} = -5$ .      C.  $\frac{b}{c} = 5$ .      D.  $\frac{b}{c} = -\frac{1}{5}$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 - 10x$  có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A.  $S = \int_{-2}^0 (x^3 - 3x^2 - 10x)dx + \int_0^5 (-x^3 - 3x^2 - 10x)dx$ .  
B.  $S = \int_{-2}^0 (x^3 - 3x^2 - 10x)dx - \int_0^5 (x^3 - 3x^2 - 10x)dx$ .  
C.  $S = \int_{-2}^5 (x^3 - 3x^2 - 10x)dx$ .      D.  $S = \left| \int_{-2}^5 (x^3 - 3x^2 - 10x)dx \right|$ .

**Câu 26.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-4;1;-1)$  và đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = -1-t \\ y = -2+3t \\ z = -2t \end{cases}$

Gọi  $H(a;b;c)$  là hình chiếu của  $M$  lên  $\Delta$ . Lúc đó  $a+b+c$  bằng

- A. 5.      B. -1.      C. 1.      D. -3.

**Câu 27.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  là

- A.  $\frac{2^x}{\ln 2} + C$ .      B.  $\frac{1}{2^x \ln 2} + C$ .      C.  $\frac{-2^x}{\ln 2} + C$ .      D.  $\frac{-1}{2^x \ln 2} + C$ .

**Câu 28.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(1; -2; 3)$  và tiếp xúc với mặt phẳng  $(P): 2x + 9y - 9z - 123 = 0$  là

- A.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 166$ .      B.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 156$ .  
 C.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 156$ .      D.  $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 166$ .

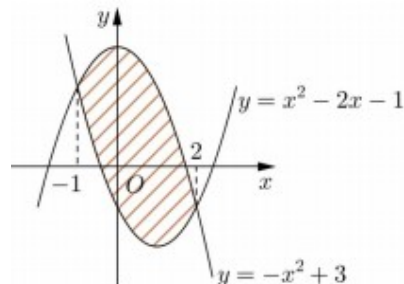
**Câu 29.** Kết quả nào dưới đây **sai** khi tính diện tích  $S$  phần hình phẳng gạch chéo theo hình sau

A.  $S = \left| \int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx \right|$ .

B.  $S = \int_{-1}^2 |2x^2 - 2x - 4| dx$ .

C. giá trị  $S$  thỏa:  $S \in (\sqrt{83}; +\infty)$ .

D.  $S = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$ .



**Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $23x + 20y - 21z + 1 = 0$  là

- A.  $\vec{n}_4 = (23; -20; -21)$ .    B.  $\vec{n}_3 = (23; 20; -21)$ .    C.  $\vec{n}_1 = (23; 20; 21)$ .    D.  $\vec{n}_2 = (-20; 23; 21)$ .

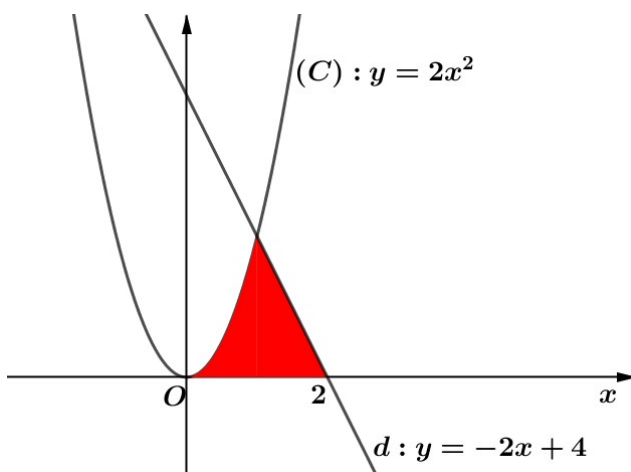
## II. PHẦN TỰ LUẬN (2,5 điểm)

**Câu 1. (0,75 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $AC$  biết  $A(1; -3; -2)$ ,  $C(-3; 1; 4)$ .

**Câu 2. (0,75 điểm)** Tính tích phân  $I = \int_0^{\pi} \cos^4 x \cdot \sin x dx$ .

**Câu 3. (0,5 điểm)** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa  $(2 + 3i)z + 2\bar{z} = 16 + 3i$ . Tính giá trị biểu thức  $P = 3a + b$ .

**Câu 4. (0,5 điểm)** Cho hàm số  $y = 2x^2$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = -2x + 4$  được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình bên dưới. Tính diện tích của phần hình phẳng được tô đậm như trong hình.



-----Hết-----

**ĐÁP ÁN**

**PHẦN TRẮC NGHIỆM: (0.25x30)**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
D	A	A	B	C	A	B	C	D	A	C	A	B	B	D
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	C	B	B	C	A	D	B	C	B	D	D	A	C	B

**II. PHẦN TỰ LUẬN (2,5đ)**

**Câu 1. (0,75 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn  $AC$  biết  $A(1;-3;-2)$ ,  $C(-3;1;4)$ .

Trung điểm  $AC$ :  $B(-1;-1;1)$  **(0,25đ)**

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng  $\overline{AC} = (-4; 4; 6) = 2(-2; 2; 3)$  **(0,25đ)**

$\Rightarrow$  Ptmp:  $-2(x+1) + 2(y+1) + 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow -2x + 2y + 3z - 3 = 0$  **(0,25đ)**

**Câu 2. (0,75 điểm)** Tính tích phân  $I = \int_0^{\pi} \cos^4 x \cdot \sin x dx$ .

$$I = \int_0^{\pi} \cos^4 x \cdot \sin x dx = -\int_0^{\pi} \cos^4 x d(\cos x) = -\frac{1}{5} \cos^5 x \Big|_0^{\pi} = \frac{2}{5} \text{ (0,25đx3)}$$

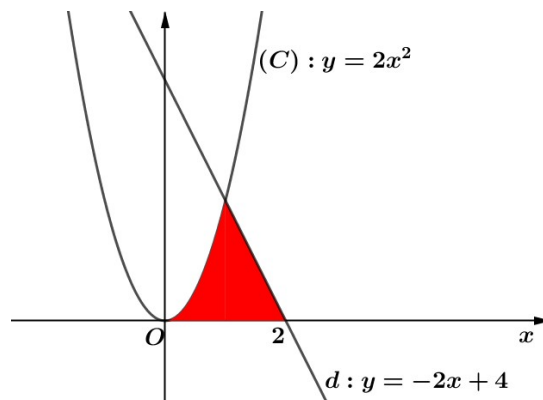
**Cách khác:** Đặt  $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$ . **(0,25đ)**  $I = -\int_1^{-1} t^4 dt$  **(0,25đ)**  $= \int_{-1}^1 t^4 dt = \frac{t^5}{5} \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{5}$ . **(0,25đ)**

**Câu 3. (0,5 điểm)** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa  $(2 + 3i)z + 2\bar{z} = 16 + 3i$ . Tính giá trị biểu thức  $P = 3a + b$ .

Ta có:  $(2 + 3i)z + 2\bar{z} = 16 + 3i \Leftrightarrow (2 + 3i)(a + bi) + 2(a - bi) = 16 + 3i$  **(0,25đ)**

$$\Leftrightarrow (4a - 3b) + 3ai = 16 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases} \text{ (0,25đ) } \text{ Vậy } P = 3a + b = -1. \text{ (0,25đ)}$$

**Câu 4. (0,5 điểm)** Cho hàm số  $y = 2x^2$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = -2x + 4$  được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình bên dưới. Tính diện tích của phần hình phẳng được tô đậm như trong hình.



$$\text{Ta có } 2x^2 = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{Căn cứ vào đồ thị ta có: } S = \int_0^1 2x^2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx \text{ (0,25đ)} = \frac{2x^3}{3} \Big|_0^1 + (-x^2 + 4x) \Big|_1^2 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3} \text{ (0,25đ)}$$