

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7 điểm)

- Câu 1.** Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ là
- A. $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$. B. $y = f'(x_0)(x - x_0)$.
 C. $y - f(x_0) = f'(x_0)x$. D. $y = f'(x)(x - x_0) + f(x_0)$.
- Câu 2.** $\lim(3 + 2n + n^3)$ là
- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. 1. D. -1.
- Câu 3.** Xét các mệnh đề sau:
- (1) Phương trình: $x^3 + 4x + 4 = 0$ không có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.
 (2) Phương trình: $x^3 + x - 1 = 0$ không có nghiệm dương bé hơn 1.
 Chọn đáp án đúng.
- A. Cả mệnh đề (1) và (2) đúng. B. Mệnh đề (1) và (2) sai.
 C. Chỉ có mệnh đề (2) đúng. D. Chỉ có mệnh đề (1) đúng.
- Câu 4.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?
- A. 1, -2, -4, -8, -16. B. 1, 3, 6, -9, 12. C. 0, 2, 4, 8, 16. D. 1, -2, 4, -8, 16.
- Câu 5.** Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - mx + 5$, tất cả các giá trị của m thỏa mãn $f'(x) < 0; \forall x \in (-\infty; +\infty)$ là
- A. $m \geq 4$. B. $m < 4$. C. $m \leq 4$. D. $m > 4$.
- Câu 6.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 5$ có hệ số góc lớn nhất là
- A. $y = 12x + 18$. B. $y = 9x - 9$. C. $y = 12x + 6$. D. $y = 4x + 4$.
- Câu 7.** $\lim_{t \rightarrow 9} \frac{\sqrt{t} + 3}{\sqrt{t} - 2}$ là
- A. 2. B. 6. C. 1. D. -6.
- Câu 8.** Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 2$ tại điểm có tung độ bằng 2 là
- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.
- Câu 9.** $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 8}$ bằng
- A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. 0. D. $-\frac{3}{4}$.
- Câu 10.** Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Có bao nhiêu đường thẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng Δ ?
- A. Vô số. B. 3. C. 1. D. 2.
- Câu 11.** Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) \geq 0$ là
- A. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $S = \emptyset$. C. $S = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $S = \mathbb{R}$.

Câu 12. Cho hình chóp $SABC$ đáy ABC là tam giác vuông tại C , $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), N là điểm nằm trên đoạn SB sao cho $2\overrightarrow{SN} = \overrightarrow{NB}$. Khoảng cách từ N đến mặt phẳng (SAC) là

- A. $\frac{2a}{3}$ B. a . C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \tan x + \cot x$. Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 14. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1-x}{x+1}$ bằng

- A. $-\infty$. B. $+\infty$. C. -1 . D. 1 .

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1} - 2017$ trên tập $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ là

- A. $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$. B. $y' = \frac{1}{(x-1)^2}$. C. $y' = \frac{3}{(x-1)^2}$. D. $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.

Câu 16. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng ($A'B'C'$) là trung điểm của $A'B'$, góc giữa AC' và mặt phẳng ($A'B'C'$) bằng 60° . Độ dài đường cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{3a}{2}$. C. a . D. $\frac{2a}{3}$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây không có đạo hàm là $y' = -6x$?

- A. $y = -3x^2 - 2017$. B. $y = -3x^2$. C. $y = 3x^2 + 2017$. D. $y = -2x^3 + 2017$.

Câu 18. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $\frac{-2}{3}$?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2n^2}{3n+3n^2}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+3}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n^2}{3n+3}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+3n^2}$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $f(x) = x \cot 2x$ là

- A. $\cot 2x - \frac{2x}{\sin^2 x}$. B. $\cot 2x - \frac{x}{\sin^2 2x}$.
C. $-2x \cot^2 2x + \cot 2x - 2x$. D. $-\frac{2x}{\sin^2 2x}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{2x-3}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M cắt các trục tọa độ Ox , Oy lần lượt tại A , B và tam giác OAB cân tại O (O là gốc tọa độ. Khi đó tọa độ điểm M là

- A. $M(2;0)$ và $M(1;1)$. B. $M(2;0)$.
C. $M(1;1)$. D. $M(-2;0)$.

Câu 31. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ song song với đường thẳng $y = 5x + 17$ có phương trình là

- A.** $y = 5x + 17$; $y = 5x + 3$. **B.** $y = 5x + 3$.
C. $y = 5x - 3$. **D.** $y = 5x + 17$; $y = 5x - 3$.

Câu 32. Cho hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$. Khi đó $y'(1)$ là

- A.** -2. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -6.

Câu 33. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A.** $y = \frac{1}{x-3}$. **B.** $y = x^3 + 2x$. **C.** $y = \sqrt{x^2 - 1}$. **D.** $y = \tan x$.

Câu 34. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai d , $u_6 = 6$ và $u_{12} = 18$ thì

- A.** $u_1 = 4, d = -2$. **B.** $u_1 = 4, d = 2$. **C.** $u_1 = -4, d = 2$. **D.** $u_1 = -4, d = -2$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Trong các tam giác sau, tam giác nào không phải là tam giác vuông?

- A.** ΔSAB . **B.** ΔSBD . **C.** ΔSCD . **D.** ΔSBC .

PHẦN II- TỰ LUẬN (3 điểm)

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3$ (1)

- a) Tính đạo hàm của hàm số (1)
b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy là hình thoi cạnh a , SM vuông góc với mặt phẳng $(MNPQ)$,

$SM = a\sqrt{3}$ và góc $\widehat{MNP} = 60^\circ$.

- Chứng minh rằng: $NQ \perp SP$.
- Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SP .

-----HẾT-----

GIẢI CHI TIẾT

(Lời giải do thành viên **TOÁN HỌC BẮC-TRUNG-NAM** thực hiện,
rất mong nhận được ý kiến đóng góp)

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	B	B	D	D	C	B	D	B	A	D	C
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
D	A	A	B	C	A	C	A	C	C	A	C
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
C	B	D	A	D	D	C	B	B	C	B	

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ là

- A. $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$.
B. $y = f'(x_0)(x - x_0)$.
C. $y - f(x_0) = f'(x_0)x$.
D. $y = f'(x)(x - x_0) + f(x_0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 2. $\lim(3 + 2n + n^3)$ bằng

- A. $-\infty$.
B. $+\infty$.
C. 1.
D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\lim(3 + 2n + n^3) = \lim n^3 \left(\frac{3}{n^3} + \frac{2}{n^2} + 1 \right) = +\infty$$

$$\text{Vì } \lim n^3 = +\infty, \lim \left(\frac{3}{n^3} + \frac{2}{n^2} + 1 \right) = 1 > 0.$$

Câu 3. Xét các mệnh đề sau:

(1) Phương trình: $x^3 + 4x + 4 = 0$ không có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

(2) Phương trình: $x^3 + x - 1 = 0$ không có nghiệm dương bé hơn 1.

Chọn đáp án đúng.

- A. Cả mệnh đề (1) và (2) đúng.
B. Mệnh đề (1) và (2) sai.
C. Chỉ có mệnh đề (2) đúng.
D. Chỉ có mệnh đề (1) đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Cách 1: Hàm số $f(x) = x^3 + 4x + 4$, $g(x) = x^3 + x - 1$ liên tục trên $\mathbb{R}$

$$\begin{cases} f(-1) = -1 \\ f(1) = 9 \end{cases} \Rightarrow f(-1) \cdot f(1) < 0 \Rightarrow \text{Phương trình: } x^3 + 4x + 4 = 0 \text{ có nghiệm trên khoảng } (-1; 1).$$

$$\begin{cases} g(0) = -1 \\ f(1) = 1 \end{cases} \Rightarrow g(-1) \cdot g(1) < 0 \Rightarrow \text{Phương trình: } x^3 + 4x + 4 = 0 \text{ có nghiệm trên khoảng } (0; 1).$$

Cách 2: Sử dụng máy tính để tìm nghiệm của từng phương trình.

- Câu 4.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là cấp số nhân?
A. $1, -2, -4, -8, -16$. **B.** $1, 3, 6, -9, 12$. **C.** $0, 2, 4, 8, 16$. **D.** $1, -2, 4, -8, 16$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$1, -2, 4, -8, 16$ là cấp số nhân với công bội $q = -2$.

- Câu 5.** Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - mx + 5$, tất cả các giá trị của m thỏa mãn $f'(x) < 0; \forall x \in (-\infty; +\infty)$ là
A. $m \geq 4$. **B.** $m < 4$. **C.** $m \leq 4$. **D.** $m > 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$f' = -x^2 - 4x - m$$

$$f'(x) < 0; \forall x \in (-\infty; +\infty) \Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 4 - m < 0 \Leftrightarrow m > 4.$$

- Câu 6.** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 9x + 5$ có hệ số góc lớn nhất là
A. $y = 12x + 18$. **B.** $y = 9x - 9$. **C.** $y = 12x + 6$. **D.** $y = 4x + 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$y' = -3x^2 - 6x + 9$$

$$= -3(x^2 + 2x + 1) + 12$$

$$= -3(x+1)^2 + 12 \leq 12.$$

$\Rightarrow$ tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng 12 khi $x = -1 \Rightarrow y = -6$.

Phương trình tiếp tuyến là: $y = 12(x+1) - 6 \Leftrightarrow y = 12x + 6$.

- Câu 7.** $\lim_{t \rightarrow 9} \frac{\sqrt{t} + 3}{\sqrt{t} - 2}$ là
A. 2. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -6.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\lim_{t \rightarrow 9} \frac{\sqrt{t} + 3}{\sqrt{t} - 2} = \frac{\sqrt{9} + 3}{\sqrt{9} - 2} = 6.$$

- Câu 8.** Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 2$ tại điểm có tung độ bằng 2 là
A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $M(x; y)$ là tiếp điểm

Ta có

$$y = 2 \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 + 2 = 2 \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$\Rightarrow$ Chỉ có một tiếp tuyến.

Câu 9. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 8}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. $-\frac{1}{4}$.

C. 0.

D. $-\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 8} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-1)(x+2)}{(x+2)(x^2 - 2x + 4)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-1}{x^2 - 2x + 4} = -\frac{1}{4}.$$

Câu 10. Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Có bao nhiêu đường thẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng Δ ?

A. Vô số.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Có vô số đường thẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng Δ , các đường thẳng này nằm trong mặt phẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng Δ .

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) \geq 0$ là

A. $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $S = \emptyset$.

C. $S = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. $S = \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Câu 12. Cho hình chóp $SABC$ đáy ABC là tam giác vuông tại C , $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC) , N là điểm nằm trên đoạn SB sao cho $2\overrightarrow{SN} = \overrightarrow{NB}$. Khoảng cách từ N đến mặt phẳng (SAC) là

A. $\frac{2a}{3}$

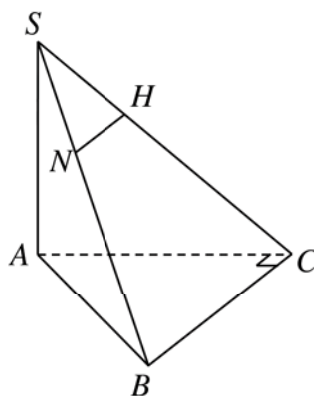
B. a .

C. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.



ABC là tam giác vuông tại C , ta tính được: $BC = a\sqrt{2}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC).$$

$$\text{Kẻ } NH \perp SC : \begin{cases} NH \parallel BC \\ BC \perp (SAC) \end{cases} \Rightarrow NH \perp (SAC)$$

$$\text{Lại có: } \frac{NH}{BC} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3} \Rightarrow NH = \frac{1}{3}BC = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \tan x + \cot x$. Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} = 0. \text{ ĐK: } x \neq \frac{k\pi}{2}$$

$$\text{Quy đồng ta được: } \sin^2 x - \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \tan^2 x = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z}).$$

Câu 14. $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1-x}{x+1}$ bằng

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. -1 .

D. 1 .

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1-x}{x+1} = -\infty \text{ vì } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (1-x) = 2; \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (x+1) = 0 \text{ và } x \rightarrow (-1)^- \Rightarrow x < -1 \Rightarrow x+1 < 0.$$

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1} - 2017$ trên tập $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ là

A. $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$.

B. $y' = \frac{1}{(x-1)^2}$.

C. $y' = \frac{3}{(x-1)^2}$.

D. $y' = \frac{-1}{(x-1)^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$y' = \frac{-3}{(x-1)^2}, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty).$$

Câu 16. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm của $A'B'$, góc giữa AC' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng 60° . Độ dài đường cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{3a}{2}$.

C. a .

D. $\frac{2a}{3}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn B.**

Gọi H là trung điểm của $A'B' \Rightarrow AH \perp (A'B'C') \Rightarrow AH$ là đường cao của $ABC.A'B'C'$

Ta có: $AH \perp (A'B'C') \Rightarrow C'H$ là hình chiếu của AC' lên $(A'B'C') \Rightarrow \widehat{AC'H} = 60^\circ$.

Ta có: $C'H = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = C'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.

Câu 17. Hàm số nào sau đây không có đạo hàm là $y' = -6x$?

- A. $y = -3x^2 - 2017$. B. $y = -3x^2$. C. $y = 3x^2 + 2017$. D. $y = -2x^3 + 2017$.

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**

Ta có: $y = 3x^2 + 2017 \Rightarrow y' = 6x$

Câu 18. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng $\frac{-2}{3}$?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2n^2}{3n+3n^2}$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{3n+3}$. C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n^2}{3n+3}$. D. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2n}{3n+3n^2}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn A.**

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2n^2}{3n+3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}-2}{\frac{3}{n}+3} = -\frac{2}{3}$.

Câu 19. Đạo hàm của hàm số $f(x) = x \cot 2x$ là

- A. $\cot 2x - \frac{2x}{\sin^2 x}$. B. $\cot 2x - \frac{x}{\sin^2 2x}$.
C. $-2x \cot^2 2x + \cot 2x - 2x$. D. $-\frac{2x}{\sin^2 2x}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**

Ta có: $y' = (x)' \cot 2x + (\cot 2x)' \cdot x = \cot 2x - 2x(1 + \cot^2 2x) = -2x \cot^2 2x + \cot 2x - 2x$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{2x-3}$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M cắt các trục tọa độ Ox , Oy

lần lượt tại A , B và tam giác OAB cân tại O (O là gốc tọa độ. Khi đó tọa độ điểm M là

- A. $M(2;0)$ và $M(1;1)$. B. $M(2;0)$. C. $M(1;1)$. D. $M(-2;0)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn A.**

Ta có: $y' = \frac{1}{(2x-3)^2}$. Gọi $M\left(a, \frac{a-2}{2a-3}\right)$, điều kiện $a \neq \frac{3}{2}$.

Nên phương trình tiếp tuyến $d: y = \frac{1}{(2a-3)^2}(x-a) + \frac{a-2}{2a-3}$

Khi đó: $A = d \cap Ox \Rightarrow A(-2a^2 + 8a - 6; 0)$ và $B = d \cap Oy \Rightarrow B\left(0; \frac{-2a^2 + 8a - 6}{(2a-3)^2}\right)$

Do đó: ΔOAB cân tại $O \Leftrightarrow OA = OB \Leftrightarrow |-2a^2 + 8a - 6| = \frac{|2a^2 - 8a + 6|}{(2a-3)^2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |2a^2 - 8a + 6| = 0 \\ (2a-3)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2 - 8a + 6 = 0 \\ 2a-3 = 1 \\ 2a-3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(1;1) \\ M(2;0) \\ M\left(3; \frac{1}{3}\right) \end{cases}$$

- Câu 21.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ tại điểm $M(0; -1)$ là
A. $y = -2x - 1$. **B.** $y = -2x + 1$. **C.** $y = -x - 1$. **D.** $y = -x + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

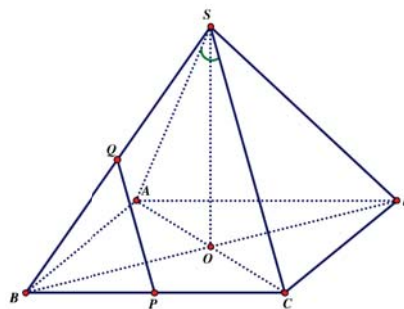
Ta có: $y' = -\frac{8}{(x-2)^2} \Rightarrow y'(0) = -1$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(0; -1)$: $y = y'(0)(x - x_0) + y_0 = -x - 1$

- Câu 22.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả cạnh đều bằng a . Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của BC, SB . Số đo của góc tạo bởi hai đường thẳng SA, PQ bằng
A. 30° . **B.** 45° . **C.** 90° . **D.** 60° .

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Ta có: $PQ \parallel SA \Rightarrow \widehat{SA, PQ} = \widehat{ASC}$. Do $SA = SC = a, AC = a\sqrt{2}$

Xét $SA^2 + SC^2 = 2a^2, AC^2 = 2a^2 \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại $S \Rightarrow \widehat{ASC} = 90^\circ$

- Câu 23.** Đạo hàm của hàm số $f(x) = 5\cos x - 3\sin x$ là
A. $-3\cos x - 5\sin x$. **B.** $3\cos x + 5\sin x$. **C.** $3\cos x - 5\sin x$. **D.** $-3\cos x + 5\sin x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $f'(x) = (5\cos x - 3\sin x)' = 5(\cos x)' - 3(\sin x)' = -5\sin x - 3\cos x$

Câu 24. Đạo hàm của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 1} - x$ là

- A. $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1$. B. $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}} - 1$. C. $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1$. D. $y' = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $y' = (\sqrt{x^2 + 1} - x)' \Rightarrow y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} - 1$

Câu 25. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 - 4x + 7)$.

- A. $-\infty$. B. 10. C. 7. D. $+\infty$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^2 - 4x + 7) = 3 \cdot 0^2 - 4 \cdot 0 + 7 = 7$.

Câu 26. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là

- A. $y = 9x + 9$. B. $y = -9x + 9$ và $y = 0$.
C. $y = 9x - 9$ và $y = 0$. D. $y = -9x - 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi phương trình tiếp tuyến có dạng: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là:

$$\begin{cases} y = 0 \\ y = -x^3 - 3x^2 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$$

$x = 1; y = 0; f'(1) = -9$. Ta có $y = -9(x - 1) \Leftrightarrow y = -9x + 9$.

$x = -2; y = 0; f'(-2) = 0$. Ta có $y = 0$.

Câu 27. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \tan(\frac{\pi}{4} - 3x)$ tại điểm có hoành độ $x = \frac{\pi}{6}$ là

- A. $y = -x - \frac{\pi}{6} - 6$. B. $y = -x - \frac{\pi}{6} + 6$. C. $y = -x + \frac{\pi}{6} + 6$. D. $y = -6x + \pi - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi phương trình tiếp tuyến có dạng: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

$$y_0 = \tan(\frac{\pi}{4} - 3 \cdot \frac{\pi}{6}) = -1; f'(\frac{\pi}{6}) = -6$$

Vậy $y = -6(x - \frac{\pi}{6}) - 1 \Leftrightarrow y = -6x + \pi - 1$.

Câu 28. Cho hàm số $y = \cot x$. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A. Hàm số đã cho gián đoạn tại các điểm $x = k\pi; k \in \mathbb{Z}$.
B. Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{\pi\}$.

D. Hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$y = \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$. Điều kiện: $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$. Vậy hàm số liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 29. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào không tồn tại?

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+1}{x^2+1}$.

B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1}}$.

C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x+1)^2}$.

D. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$ nên giới hạn không tồn tại.

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2+3x-4}{x+4}$ với $x \neq -4$. Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = -4$ thì giá trị

$f(-4)$ là

A. 0.

B. 3.

C. 5.

D. -5.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$f(-4) = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2+3x-4}{x+4} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x-1)(x+4)}{x+4} = \lim_{x \rightarrow -4} (x-1) = -5.$$

Câu 31. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ song song với đường thẳng $y = 5x+17$ có phương trình là

A. $y = 5x+17$; $y = 5x+3$.

B. $y = 5x+3$.

C. $y = 5x-3$.

D. $y = 5x+17$; $y = 5x-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y = \frac{5}{(x+1)^2}$

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 5x+17$ nên hệ số góc của tiếp tuyến là

$$f'(x_0) = 5 \Rightarrow \frac{5}{(x_0+1)^2} = 5 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = -2 \end{cases}$$

Với $x_0 = 0, y_0 = -3$, tiếp tuyến có phương trình là: $y = 5x-3$

Với $x_0 = -2, y_0 = 7$, tiếp tuyến có phương trình là: $y = 5(x+2)+7 \Leftrightarrow y = 5x+17$ (loại do trùng với đường thẳng đã cho)

Câu 32. Cho hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$. Khi đó $y'(1)$ là

A. -2.

B. 6.

C. 2.

D. -6.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y = 2(x^3 - 2x^2)(x^3 - 2x^2)' = 2(x^3 - 2x^2)(3x^2 - 4x) = 2x^3(3x^2 - 10x + 8) \Rightarrow y'(1) = 2$

Giải bằng máy Casio: Nhập $\frac{d}{dx}((x^3 - 2x^2)^2) \Big|_{x=1}$. Kết quả bằng: 2

Câu 33. Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{1}{x-3}$. B. $y = x^3 + 2x$. C. $y = \sqrt{x^2 - 1}$. D. $y = \tan x$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số $y = x^3 + 2x$ là hàm đa thức nên liên tục trên tập xác định $\mathbb{R}$

Các hàm số khác có tập xác định không là tập $\mathbb{R}$.

Câu 34. Cho cấp số cộng (u_n) có công sai d , $u_6 = 6$ và $u_{12} = 18$ thì

- A. $u_1 = 4, d = -2$. B. $u_1 = 4, d = 2$. C. $u_1 = -4, d = 2$. D. $u_1 = -4, d = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng, ta có:

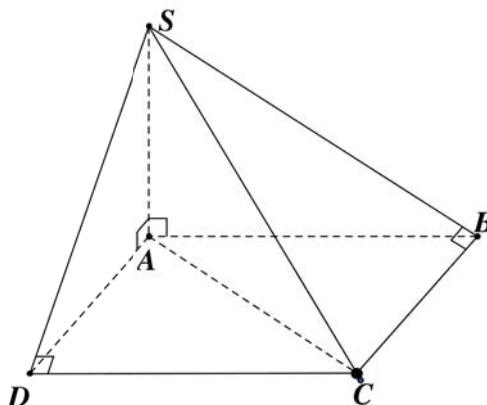
$$\begin{cases} u_6 = 6 \\ u_{12} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 5d = 6 \\ u_1 + 11d = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = -4 \\ d = 2 \end{cases}$$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Trong các tam giác sau, tam giác nào không phải là tam giác vuông?

- A. $\triangle SAB$. B. $\triangle SBD$. C. $\triangle SCD$. D. $\triangle SBC$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Ta thấy $\triangle SAB$ vuông tại A

$\triangle SCD$ vuông tại D do $CD \perp AD$, AD là hình chiếu của SD nên $CD \perp SD$

$\triangle SBC$ vuông tại B do $CB \perp AB$, AB là hình chiếu của SB nên $CB \perp SB$

PHẦN II- TỰ LUẬN (3 điểm)

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3$ (1)

a) Tính đạo hàm của hàm số (1)

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$.

Hướng dẫn giải:

a) Ta có: $y' = x^2 - 4x$

b) Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

Đường thẳng $\Delta: x - 3y - 6 \Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x - 2$ có hệ số góc bằng $\frac{1}{3}$.

Tiếp tuyến tại M vuông góc với Δ nên $f'(x_0) \cdot \frac{1}{3} = -1 \Leftrightarrow f'(x_0) = -3$

$$\Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 = -3 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = \frac{4}{3}$. Phương trình tiếp tuyến là: $y - \frac{4}{3} = -3(x - 1) \Leftrightarrow y = -3x + \frac{13}{3}$.

Với $x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = -6$. Phương trình tiếp tuyến là: $y + 6 = -3(x - 3) \Leftrightarrow y = -3x + 3$.

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu bài toán.

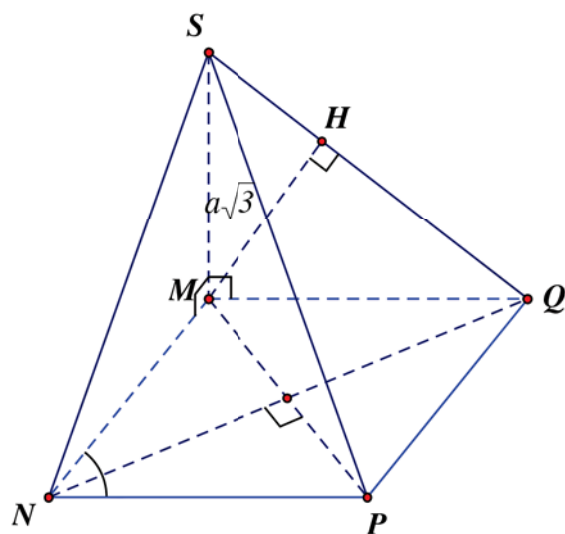
Câu 37. Cho hình chóp $S.MNPQ$ có đáy là hình thoi cạnh a , SM vuông góc với mặt phẳng $(MNPQ)$,

$SM = a\sqrt{3}$ và góc $\widehat{MNP} = 60^\circ$.

a) Chứng minh rằng: $NQ \perp SP$.

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SP .

Hướng dẫn giải:



a) Ta có:
$$\begin{cases} NQ \perp MP & (\text{Vì } MNPQ \text{ là hình thoi}) \\ NQ \perp SM & (\text{Vì } SM \perp (MNPQ)) \\ MP, SM \subset (SMP) \end{cases} \Rightarrow NQ \perp (SMP) \Rightarrow NQ \perp SP$$

b) Ta có: $MN \parallel (SPQ)$ nên $d(MN, SP) = d(MN, (SPQ)) = d(M, (SPQ)) = MH$, với H là chân đường cao vẽ từ M của tam giác (SPQ) .

$$\text{Ta có: } \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{MS^2} + \frac{1}{MQ^2} = \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow SH^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } d(MN, SP) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$