



Họ và tên thí sinh :..... Số báo danh :.....

Bài 1: (2.0 điểm) Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - 2x - 1} \right)$

Bài 2: (1.0 điểm). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+3}-3}{x^2-9} & \text{khi } x \neq 3 \\ ax^2+a & \text{khi } x = 3 \end{cases}$. Tìm a để hàm số liên tục tại $x = 3$.

Bài 3: (2.0 điểm). Tính đạo hàm của các hàm số sau:

a) $y = (3x^3 - 2) \cdot (2x^2 + 3x - 4)$.

b) $y = 1 + \cos 2x + \sqrt{2x+2} - \tan^3 x$.

Bài 4: (1.0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng có phương trình $y = \frac{1}{3}x + 2020$.

Bài 5: (2.0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , biết $BC = 2a, AB = a\sqrt{2}, SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$.

a) Chứng minh rằng tam giác SBC là tam giác vuông tại B .

b) Gọi I là trung điểm BC . Xác định và tính góc giữa SI và (ABC) .

Bài 6: (2.0 điểm) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC và M là trung điểm cạnh BC .

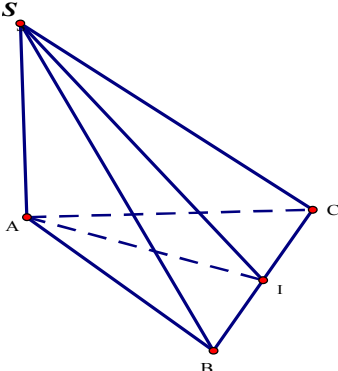
a) Chứng minh BC vuông góc mặt phẳng (SAM) .

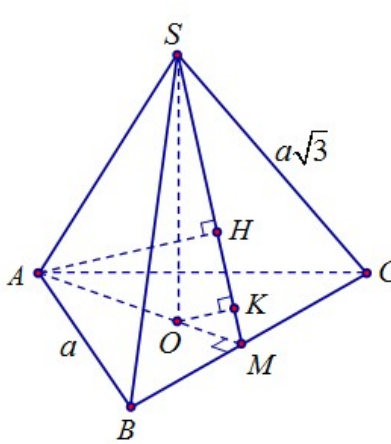
b) Tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) , từ đó suy ra khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) .

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN CHẤM KIỂM TRA HỌC KỲ II LỚP 11 MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2019 – 2020

Bài	Nội dung	Điểm
1a	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 1}{6x^2 - 5x + 1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(2x-1)(2x+1)/}{(2x-1)(3x-1)/} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x+1}{3x-1} = 4/$	1
1b	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 - 2x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - (x^2 - 2x - 1)}{x + \sqrt{x^2 - 2x - 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x + \sqrt{x^2 - 2x - 1}} /$ $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{x + x \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{1 + \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}}} = 1 /$	1
2	$f(3) = 10a /$	0.25
	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - 3}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2x+3} + 3)} = \frac{1}{18} /$	0.5
	Hàm số liên tục tại $x = 3 \Leftrightarrow a = \frac{1}{180} /$	0.25
3a	$y = 6x^5 + 9x^4 - 12x^3 - 4x^2 - 6x + 8 / / , y' = 30x^4 + 36x^3 - 36x^2 - 8x - 6 / /$	1
3b	$y' = 0 - \sin 2x \cdot (2x)' + \frac{(2x+2)'}{2\sqrt{2x+2}} - 3 \tan^2 x \cdot (\tan x)' = -2 \sin 2x / + \frac{1}{\sqrt{2x+2}} / - \frac{3 \tan^2 x}{\cos^2 x} /$	1
4	$f'(x) = \frac{-3}{(x+1)^2}$	0.25
	Hệ số góc của tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0) \in (C)$ là $f'(x_0) = \frac{-3}{(x_0+1)^2}$ Tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y = \frac{1}{3}x + 2020$ nên $f'(x_0) \cdot \frac{1}{3} = -1 \Leftrightarrow f'(x_0) = -3 \Leftrightarrow (x_0+1)^2 = 1 \Leftrightarrow x_0 = 0 \vee x_0 = -2 /$	0.25
	Tại $x_0 = 0$ thì $y_0 = 1$ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M_1(0;1)$ là $y = -3x + 1 /$	0.25
	Tại $x_0 = -2$ thì $y_0 = -5$ Phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M_2(-2;-5)$ là $y = -3x - 11 /$	0.25
5a	 Hình vẽ Ta có: $\left. \begin{array}{l} BC \perp SA \quad (SA \perp (ABC)) / \\ BC \perp AB \quad (gt) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAB) /$ Mà $SB \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp SB /$, nên tam giác SBC là tam giác vuông tại $B /$	1

5b	+ Ta có IA là hình chiếu của IS lên mặt phẳng (ABC) / + $[SI;(ABC)] = \widehat{SIA}$ / + Tính được $IA = a\sqrt{3}$ / + $\tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{IA} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIA} = 60^\circ$ /	1
6a	Hình vẽ 	
	Ta có O là tâm của đáy ABC và $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều $\Rightarrow SO \perp (ABC)$ / $BC \perp SO$ ($SO \perp (ABC)$) / $BC \perp AM$ (gt) / $\left. \begin{matrix} BC \perp SO \\ BC \perp AM \end{matrix} \right\} \Rightarrow BC \perp (SAM)$ /	1
6b	Trong (SAM) dựng $OK \perp SM$ tại K. Ta có: $\begin{cases} OK \perp SM \\ OK \perp BC \end{cases} \Rightarrow OK \perp (SBC)$ / $\Rightarrow d(O, (SBC)) = OK$. Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $OA = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$ / $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{36}{3a^2} + \frac{9}{24a^2} = \frac{99}{8a^2} \Rightarrow OK = \frac{2a\sqrt{22}}{33}$ /	0.75
	Dựng $AH \perp SM$ tại $H \Rightarrow AH \parallel OK$; $\frac{OK}{AH} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$ / $\Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = 3OK = \frac{2a\sqrt{22}}{11}$ / Chú ý: Nếu học sinh ghi: Ta có O là trọng tâm tam giác ABC / $\Rightarrow d(A, (SBC)) = 3OK = \frac{2a\sqrt{22}}{11}$ thì cũng cho điểm bình thường.	0.25