

**Câu 1 (3,0 điểm)**

Giải các bất phương trình sau

a)  $2x^2 - 5x + 2 > 0$ ;

b)  $\frac{(x-1)(x-2)}{x-3} \geq 0$ .

**Câu 2 (1,0 điểm)**

Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số sau có tập xác định là  $D = \mathbb{R}$

$$y = \sqrt{mx^2 - 2(m+1)x + 4}.$$

**Câu 3 (2,5 điểm)**

a) Cho  $\tan \alpha = -2$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{-\sin \alpha + 4 \cos \alpha}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha}$ .

b) Tính giá trị của biểu thức  $P = \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7}$ .

**Câu 4 (3,0 điểm)**

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A(1;1), B(2;3), C(5;-1)$ .

a) Chứng minh ba điểm  $A, B, C$  là ba đỉnh của một tam giác và lập phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$ .

b) Tìm tọa độ điểm  $D$  sao cho bốn điểm  $A, B, C, D$  là bốn đỉnh của một hình chữ nhật.

c) Viết phương trình đường thẳng  $AM$  biết điểm  $M$  thuộc đường thẳng  $BC$  sao cho

$$S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}.$$

**Câu 5 (0,5 điểm)**

Một nhóm bạn dự định tổ chức một chuyến du lịch sinh thái, chi phí chia đều cho mỗi người. Sau khi đã hợp đồng xong, vào giờ chót có hai người bạn việc đột xuất không đi được. Vì vậy mỗi người phải trả thêm 300.000 đồng so với dự kiến ban đầu. Tính số người lúc đầu dự định đi du lịch và giá của chuyến du lịch sinh thái biết rằng giá của chuyến du lịch này trong khoảng 7.000.000 đồng đến 7.500.000 đồng.

----- HẾT -----

| Câu  |                                                                                                                                                                                                  | Điểm |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| 1.a  |                                                                                                                                                                                                  | 1,5  |
|      | $2x^2 - 5x + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}$                                                                                                           | 1,5  |
| 1.b  |                                                                                                                                                                                                  | 1,5  |
|      | Bảng xét dấu                                                                                                                                                                                     | 0,75 |
|      | Từ đó suy ra tập nghiệm BPT $S = [1; 2] \cup (3; +\infty)$                                                                                                                                       | 0,75 |
| 2.   |                                                                                                                                                                                                  | 1,0  |
|      | Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow mx^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} (1)$                                                                            | 0,25 |
|      | + TH1: Với $m = 0$ không thỏa mãn điều kiện (1)                                                                                                                                                  | 0,25 |
|      | + TH2: Với $m \neq 0$ ta có (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (m+1)^2 - 4m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (m-1)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$ | 0,5  |
|      | Vậy $m = 1$ là giá trị cần tìm.                                                                                                                                                                  |      |
| 3.a. |                                                                                                                                                                                                  | 1,5  |
|      | Ta có $\cos \alpha \neq 0$ nên chia cả tử và mẫu cho $\cos \alpha$ ta được                                                                                                                       | 0,25 |
|      | $P = \frac{-\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 4}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 3} = \frac{-\tan \alpha + 4}{\tan \alpha + 3}$                                                                | 0,75 |
|      | Thay số ta được $P = 6$                                                                                                                                                                          | 0,5  |
| 3.b. |                                                                                                                                                                                                  | 1,0  |
|      | Ta có $\cos \alpha = -\cos(\pi - \alpha)$ nên                                                                                                                                                    |      |
|      | $P = \cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{7} = -\left(\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}\right)$                                             | 0,5  |
|      | $\Rightarrow -2P \sin \frac{\pi}{7} = 2 \sin \frac{\pi}{7} \left(\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}\right)$                                                         |      |
|      | $= \sin \frac{3\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{5\pi}{7} - \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{7\pi}{7} - \sin \frac{5\pi}{7} = -\sin \frac{\pi}{7}$                                       | 0,5  |
|      | $\Rightarrow P = \frac{1}{2} \text{ (vì } \sin \frac{\pi}{7} \neq 0)$                                                                                                                            |      |
| 4.a. |                                                                                                                                                                                                  | 1,5  |
|      | Ta có $\overrightarrow{AB}(1; 2); \overrightarrow{AC}(4; -2)$                                                                                                                                    |      |
|      | suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow A, B, C$ lập thành một tam giác vuông tại $A \Rightarrow$ (đpcm)                                                           | 1,0  |
|      | Khi đó, đường tròn $(T)$ ngoại tiếp tam giác $ABC$ có tâm là trung điểm $I\left(\frac{7}{2}; 1\right)$ của đoạn                                                                                  |      |
|      | $BC$ và bán kính $R = \frac{BC}{2} = \frac{5}{2}$                                                                                                                                                | 0,25 |

|      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |      |
|------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|      | Phương trình đường tròn (T): $\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{25}{4}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
| 4.b. |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,5  |
|      | Ta có $\triangle ABC$ vuông tại A nên A, B, C, D là bốn đỉnh của một hình chữ nhật $\Leftrightarrow ABDC$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$                                                                                                                                                                                                          | 0,25 |
|      | $\Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 5 = 1 \\ y_D + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 6 \\ y_D = 1 \end{cases}$ . Vậy điểm D(6;1) là điểm cần tìm.                                                                                                                                                                                                                           | 0,25 |
| 4.c  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 1,0  |
|      | Ta có $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} \Leftrightarrow \frac{1}{2} d(A, BM) \cdot BM = \frac{1}{4} d(A, BC) \cdot BC$<br>$\Leftrightarrow BC = 2BM \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM} \\ \overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BM} \end{cases}$                                                                                        | 0,5  |
|      | TH1: $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM} \Rightarrow M\left(\frac{7}{2}; 1\right)$ . Do đó phương trình AM: $y = 1$                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25 |
|      | TH2: $\overrightarrow{BC} = -2\overrightarrow{BM} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 5\right)$ . Do đó phương trình AM: $8x + y - 9 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
| 5.   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,5  |
|      | Gọi x (đồng) là số tiền mỗi người dự định đóng góp cho chuyến du lịch, y (người) là số người dự định đi lúc đầu ( $x, y > 0, y \in \mathbb{N}, y > 2$ )<br>Theo giả thiết $xy = (x + 300000)(y - 2) \Leftrightarrow x = 150000 \cdot y - 300000$ (1)<br>Mặt khác $7000000 \leq xy \leq 7500000$ (2)                                                                                              | 0,25 |
|      | Từ (1) và (2) ta có $7000000 \leq y(150000y - 300000) \leq 7500000$<br>$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 - 6y - 140 \geq 0 \\ y^2 - 2y - 50 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3 + \sqrt{429}}{3} \leq y \leq 1 + \sqrt{51}$<br>Do $y \in \mathbb{N} \Rightarrow y = 8 \Rightarrow x = 900000$<br>Vậy theo dự kiến ban đầu có 8 người đi du lịch và mỗi người phải đóng góp 900000 đồng. | 0,25 |