

PHẦN ĐẠI SỐ (6 điểm)

Bài 1: Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $|3 - 2x| < x^2$.

b) $\sqrt{2x^2 - x - 1} = \sqrt{x^2 - 1}$.

c) $(x + 2)(x - 1) + 2(x + 2)\sqrt{\frac{x - 1}{x + 2}} \leq 3$ (với $x \geq 1$).

Bài 2: Tính $\cos x$; $\sin 2x$; $\tan 2x$ biết $\sin x = -\frac{5}{13}$ và $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.

Bài 3: Chứng minh rằng: $\sin(x + y) \cdot \sin(x - y) = \sin^2 x - \sin^2 y$.

Bài 4: Rút gọn biểu thức sau: $A = \sqrt{\sin^2 x \left[1 + \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \right] + \cos^2 x \left[1 - \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \right]}$.

PHẦN HÌNH HỌC (4 điểm)

Bài 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có các đỉnh $A(2; -1)$, $B(-3; 0)$ và $C(4; 4)$.

a) Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và d song song với đường thẳng AB .

b) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 6: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C) biết rằng đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: x - y + 2020 = 0$.

Bài 7: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) đi qua điểm $A(2; -1)$ và có độ dài trục nhỏ bằng tiêu cự.

----- **HẾT** -----

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: SBD:

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2019 – 2020
ĐÁP ÁN TOÁN – KHỐI 10

ĐIỂM	NỘI DUNG
Bài 1 (3đ)	Giải các phương trình và bất phương trình sau:
a) (1đ)	$ 3 - 2x < x^2$
0.25đ	$\Leftrightarrow -x^2 < 3 - 2x < x^2$
0.25đ	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 3 > 0 \\ x^2 + 2x - 3 > 0 \end{cases}$
0.25đ	$\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \\ x < -3 \vee x > 1 \end{cases}$ (Học sinh giải đúng 1 trong 2 bất phương trình: cho 0,25đ)
0.25đ	$\Leftrightarrow x < -3 \vee x > 1$
b) (1đ)	$\sqrt{2x^2 - x - 1} = \sqrt{x^2 - 1}$
0.25đ	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 \geq 0 \\ 2x^2 - x - 1 = x^2 - 1 \end{cases}$
0.5đ	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \vee x \geq 1 \\ x^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \vee x \geq 1 \\ x = 0 \vee x = 1 \end{cases}$ (– Học sinh giải đúng điều kiện: cho 0,25đ – Học sinh không giải điều kiện và giải đúng nghiệm phương trình: cho 0,5đ)
0.25đ	$\Leftrightarrow x = 1$
c) (1đ)	$(x+2)(x-1) + 2(x+2)\sqrt{\frac{x-1}{x+2}} \leq 3 \quad (\text{với } x \geq 1)$
0.25đ	$\Leftrightarrow (x+2)(x-1) + 2\sqrt{(x+2)(x-1)} - 3 \leq 0$ Đặt $t = \sqrt{(x+2)(x-1)} \quad (t \geq 0)$
0.25đ	Bpt trở thành: $t^2 + 2t - 3 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq t \leq 1$
0.25đ	Mà $t \geq 0 \Rightarrow 0 \leq t \leq 1$ Nên: $\begin{cases} x^2 + x - 2 \geq 0 \\ x^2 + x - 2 \leq 1 \end{cases}$
0.25đ	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \vee x \geq 1 \\ \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \leq x \leq -2 \\ 1 \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{13}}{2} \end{cases}$ Do $x \geq 1$ nên nhận $1 \leq x \leq \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

Bài 2 (1đ)	Tính $\cos x$; $\sin 2x$; $\tan 2x$ biết $\sin x = -\frac{5}{13}$ và $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$.
0.25đ	$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos x = -\frac{12}{13}$ (do $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$)
0.25đ	$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{120}{169}$
0.25đ	$\tan x = \frac{5}{12}$
0.25đ	$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} = \frac{120}{119}$
Bài 3 (1đ)	Chứng minh rằng: $\sin(x+y) \cdot \sin(x-y) = \sin^2 x - \sin^2 y$.
0.25đ	$VT = (\sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y) \cdot (\sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y)$
0.25đ	$= \sin^2 x \cdot \cos^2 y - \cos^2 x \cdot \sin^2 y$
0.25đ	$= \sin^2 x \cdot (1 - \sin^2 y) - (1 - \sin^2 x) \cdot \sin^2 y$
0.25đ	$= \sin^2 x - \sin^2 x \cdot \sin^2 y - \sin^2 y + \sin^2 x \cdot \sin^2 y = \sin^2 x - \sin^2 y = VP$
Bài 4 (1đ)	Rút gọn biểu thức sau: $A = \sqrt{\sin^2 x \left[1 + \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \right] + \cos^2 x \left[1 - \cot\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \right]}$.
0.5đ	$A = \sqrt{\sin^2 x (1 + \cot x) + \cos^2 x (1 + \tan x)}$ (Học sinh tính đúng mỗi biểu thức: cho 0,25đ)
0.25đ	$= \sqrt{\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x + \sin x \cdot \cos x}$
0.25đ	$= \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} = \sin x + \cos x $
Bài 5 (2đ)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có các đỉnh $A(2;-1)$, $B(-3;0)$ và $C(4;4)$.
a) (1đ)	Viết phương trình đường thẳng d đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và d song song với đường thẳng AB.
0.25đ	G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G(1;1)$
0.25đ	$\vec{AB} = (-5;1)$
0.25đ	d qua $G(1;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;5)$
0.25đ	$d : (x-1) + 5(y-1) = 0 \Leftrightarrow d : x + 5y - 6 = 0$
b) (1đ)	Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Cách 1 0.25đ	Gọi phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $(C) : x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0 \quad (a^2 + b^2 - c > 0)$ (Học sinh không ghi điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$: không trừ điểm)
0.5đ	$A, B, C \in (C) \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + 2b + c = -5 \\ 6a + c = -9 \\ -8a - 8b + c = -32 \end{cases}$ (Học sinh viết đúng 1 phương trình: cho 0.25đ; đúng 3 phương trình: cho 0.5đ)

0.25đ	$\begin{cases} a = \frac{7}{54} \\ b = \frac{143}{54} \text{ (nhận)} \text{ (Học sinh không so điều kiện: không trừ điểm)} \\ c = -\frac{88}{9} \end{cases}$ Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $x^2 + y^2 - \frac{7}{27}x - \frac{143}{27}y - \frac{88}{9} = 0$
Cách 2 0.25đ	Gọi $I(a; b)$ là tâm đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC Ta có: $\begin{cases} BI = AI \\ BI = CI \end{cases}$
0.25đ	$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+3)^2 + b^2 = (a-2)^2 + (b+1)^2 \\ (a+3)^2 + b^2 = (a-4)^2 + (b-4)^2 \end{cases}$
0.25đ	$\Leftrightarrow \begin{cases} 10a - 2b = -4 \\ 14a + 8b = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{54} \\ b = \frac{143}{54} \end{cases}$
0.25đ	Nên (C) có tâm $I\left(\frac{7}{54}; \frac{143}{54}\right)$ và bán kính $R = AI = \sqrt{\frac{24505}{1458}}$ Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $\left(x - \frac{7}{54}\right)^2 + \left(y - \frac{143}{54}\right)^2 = \frac{24505}{1458}$
Bài 6 (1đ)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C) biết rằng đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: x - y + 2020 = 0$.
0.25đ	(C) có tâm $I(1; -2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$
0.25đ	$\Delta \perp d: x - y + 2020 = 0 \Rightarrow$ phương trình Δ có dạng: $\Delta: x + y + m = 0$ (Học sinh ghi điều kiện $m \neq 2020$: không trừ điểm)
0.25đ	Δ tiếp xúc $(C) \Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{ m-1 }{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$
0.25đ	$\Leftrightarrow m = 3 \vee m = -1$ Vậy $\Delta: x + y + 3 = 0 \vee \Delta: x + y - 1 = 0$
Bài 7 (1đ)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) đi qua điểm $A(2; -1)$ và có độ dài trục nhỏ bằng tiêu cự.
	Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > b > 0)$ (Học sinh không ghi phần này: không trừ điểm)
0.25đ	(E) có độ dài trục nhỏ bằng tiêu cự $\Leftrightarrow 2b = 2c \Leftrightarrow b = c$
0.25đ	Do $a^2 = b^2 + c^2$ nên $a^2 = 2b^2 \quad (1)$
0.25đ	$A(2; -1) \in (E) \Rightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \quad (2)$
0.25đ	Thay (1) vào (2): $b^2 = 3 \Rightarrow a^2 = 6$ (nhận). Vậy $(E): \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$ (Học sinh không so điều kiện: không trừ điểm)

