

ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC: 2019 – 2020

MÔN: TOÁN – LỚP: 10

Thời gian làm bài: 90 phút

(không kể thời gian phát đề)

(Đề thi có 01 trang)

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐỀ BÀI**Câu 1 (2,0 điểm).** Giải các bất phương trình sau:

a) $\frac{x^2 + 2x + 3}{x(x + 2)} \leq \frac{17}{5};$

b) $\sqrt{x^2 + x - 2} + 4 \leq 3x.$

Câu 2 (4,0 điểm)

a) Cho $\cos x = \frac{8}{17}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin x$, $\frac{17}{8} \sin 2x$, $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.

b) Chứng minh đẳng thức sau với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$

$$\left(\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}\right)^2 - 2\cos x = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \sin 2x.$$

c) Rút gọn: $A = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \sin x + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \sin x + \sin\left(\frac{7\pi}{2} - 2x\right) + 1$

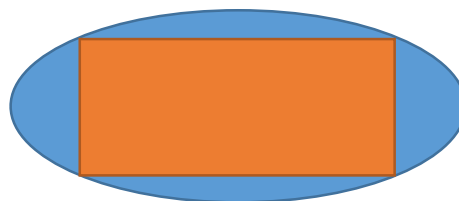
Câu 3 (2,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho $\triangle ABC$ có $A(1;0)$, $B(0;2)$, $C(2;3)$.a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng AB .b) Lập phương trình đường tròn tâm C tiếp xúc với đường thẳng AB .**Câu 4 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng Oxy , cho elip (E) có độ dài trục lớn là 26 và tiêu cự là 10. Tìm tọa độ các tiêu điểm, các đỉnh và viết phương trình chính tắc của (E) .**Câu 5 (1,0 điểm).** Một kỹ sư muốn lắp một cái khung

hình chữ nhật vào một miếng kim loại hình elip

có độ dài trục lớn là 8 dm, độ dài trục nhỏ là

6 dm sao cho khung có chu vi lớn nhất (như

hình bên). Hãy xác định chiều dài và chiều rộng của khung.

**HẾT**

ĐÁP ÁN ĐỀ CHÍNH THỨC

NĂM HỌC: 2019 - 2020

MÔN: TOÁN – LỚP: 10

Thời gian làm bài: 90 phút

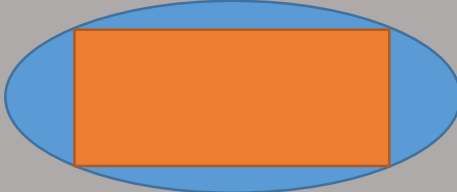
(không kể thời gian phát đề)

(Đáp án có 04 trang)

Câu	Đáp án	Điểm																																						
1	Câu 1a (1,0 điểm). Giải bất phương trình: $\frac{x^2 + 2x + 3}{x(x + 2)} \leq \frac{17}{5}$																																							
	$\Leftrightarrow \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + 2x} - \frac{17(x^2 + 2x)}{5(x^2 + 2x)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{5(x^2 + 2x + 3) - 17x^2 - 34x}{5(x^2 + 2x)} \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{-12x^2 - 24x + 15}{5x^2 + 10x} \leq 0$	0,25																																						
	Cho $\begin{cases} -12x^2 - 24x + 15 = 0 \\ 5x^2 + 10x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{5}{2} \\ x = -2 \vee x = 0 \end{cases}$	0,25																																						
	Bảng xét dấu: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>$-\frac{5}{2}$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>$-12x^2 - 24x + 15$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>$5x^2 + 10x$</td><td>+</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>VT</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr></table> Vậy $S = \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup (-2; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$	x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	-2	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$								$-12x^2 - 24x + 15$	-	0	+	+	+	0	-	$5x^2 + 10x$	+		+	0	-	0	+	VT	-	0	+	-	+	0	-	0,25
x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	-2	0	$\frac{1}{2}$	$+\infty$																																		
$-12x^2 - 24x + 15$	-	0	+	+	+	0	-																																	
$5x^2 + 10x$	+		+	0	-	0	+																																	
VT	-	0	+	-	+	0	-																																	
	Câu 1b (1,0 điểm). Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2 + x - 2} + 4 \leq 3x$																																							
	$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x - 2} \leq 3x - 4$	0,25																																						

	$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 \geq 0 \\ 3x - 4 \geq 0 \\ x^2 + x - 2 \leq (3x - 4)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \vee x \geq 1 \\ x \geq \frac{4}{3} \\ 8x^2 - 25x + 18 \geq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \vee x \geq 1 \\ x \geq \frac{4}{3} \\ x \leq \frac{9}{8} \vee x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{x \geq 2}$	0,25×3
2	Câu 2a (2,0 điểm). Cho $\cos x = \frac{8}{17}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sin x$, $\frac{17}{8}\sin 2x$, $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$.	
	Ta có : $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x + \left(\frac{8}{17}\right)^2 = 1$ $\Rightarrow \sin^2 x = \frac{225}{289} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{15}{17}$ Vì : $0 < x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin x > 0 \Rightarrow \sin x = \frac{15}{17}$	0,25×2 0,25
	$\frac{17}{8}\sin 2x = \frac{17}{8} \cdot 2\sin x \cos x = \frac{17}{4} \cdot \frac{15}{17} \cdot \frac{8}{17} = \frac{30}{17}$	0,25×2
	$\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \cos x}{\cos x \cos \frac{\pi}{4} + \sin x \sin \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{15}{17} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{8}{17} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{8}{17} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{15}{17} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}$ $= \frac{\frac{15}{17} - \frac{8}{17}}{\frac{8}{17} + \frac{15}{17}} = \frac{7}{23}$	0,25×2 0,25
	Câu 2b (1,0 điểm). Chứng minh rằng với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$ $\left(\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}\right)^2 - 2\cos x = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\sin 2x$	
	VT = $\left(\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}\right)^2 - 2\cos x = \sin x + \cos x + 2\sqrt{\sin x \cos x} - 2\cos x$	0,25
	= $\sin x + \cos x + \sqrt{2\sin 2x} - 2\cos x = \sin x - \cos x + \sqrt{2\sin 2x}$	0,25
	VP = $\sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\sin 2x = \sqrt{2}\left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} - \cos x \sin \frac{\pi}{4}\right) + \sqrt{2}\sin 2x$	0,25

	$= \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) + \sqrt{2 \sin 2x} = \sin x - \cos x + \sqrt{2 \sin 2x}$ Vậy VT = VP	0,25
	Câu 2c (1,0 điểm). Rút gọn: $A = \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \sin x + \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) \sin x + \sin \left(\frac{7\pi}{2} - 2x \right) + 1$	
	$A = \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \sin x + \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) \sin x + \sin \left(\frac{7\pi}{2} - 2x \right) + 1$ $= \left(\sin x \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \cos x \right) \sin x + \left(\cos x \cos \frac{\pi}{6} + \sin x \sin \frac{\pi}{6} \right) \sin x$ $+ \sin \left(3\pi + \frac{\pi}{2} - 2x \right) + 1$ $= \left(\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x \right) \sin x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x \right) \sin x$	0,25×2
	$\sin \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) + 1 = \left(\frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \sin x \right) \sin x - \cos 2x + 1$ $= \sin x \sin x - \cos 2x + 1 = \sin^2 x + 1 - \cos 2x = \sin^2 x + 2 \sin^2 x = 3 \sin^2 x$	0,25×2
3	Câu 3a (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có: $A(1;0), B(0;2), C(2;3)$. Lập phương trình tổng quát đường thẳng AB.	
	Đường thẳng AB đi qua $A(1;0)$ có VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-1;2)$	0,5
	$\Rightarrow$ PT đường thẳng AB : $2(x-1) + 1(y-0) = 0 \Rightarrow 2x - 2 + y = 0 \Rightarrow 2x + y - 2 = 0$	0,25×2
	Câu 3b (1,0 điểm). Lập phương trình đường tròn tâm C tiếp xúc với đường thẳng AB	
	Đường tròn : tâm $C(2;3)$ có bán kính $R = d(C; AB)$ $\Rightarrow d(C; AB) = \frac{ 2x_C + y_C - 2 }{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{ 2 \cdot 2 + 3 - 2 }{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Rightarrow R = \sqrt{5}$	0,25×2
	PT đường tròn : $(x-2)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{5})^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = 5$	0,25×2
4	Câu 4 (1,0 điểm). Cho elip (E) có độ dài trục lớn là 26, tiêu cự là 10. Tìm tọa độ các tiêu điểm, tọa độ các đỉnh và viết phương trình chính tắc của (E)	
	Độ dài trục lớn : $2a = 26 \Rightarrow a = 26:2 = 13$ Tiêu cự : $2c = 10 \Rightarrow c = 10:2 = 5$ $b^2 = a^2 - c^2 = 169 - 25 \Rightarrow b = \sqrt{144} = 12$	0,25

	Tọa độ tiêu điểm $F_1(-5;0); F_2(5;0)$ Tọa độ đỉnh: $A_1(-13;0); A_2(13;0); B_1(0;-12); B_2(0;12)$	0,25×2
	Phương trình (E) $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$	0,25
5	Câu 5 (1,0 điểm) Một kỹ sư muốn lắp cái khung hình chữ nhật có chu vi lớn nhất như hình bên vào một miếng kim loại hình elip có độ dài trục lớn là 8 dm, độ dài trục nhỏ 6 dm . Hãy cho biết chiều dài, chiều rộng của khung. Giải thích. 	
	Xét phần hình chữ nhật ở góc phần tư thứ nhất của hệ trục tọa độ. Gọi đỉnh của hình chữ nhật $M(x, y)$ ($x > 0; y > 0$) . Chu vi hình chữ nhật $4(x+y)$ vì $M \in (E): \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$	0,25
	Theo BĐT B.C.S ta có : $(4^2 + 3^2) \left(\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} \right) \geq (x+y)^2 \Leftrightarrow x+y \leq 5 \Leftrightarrow 4(x+y) \leq 20$	0,25
	Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{4^2} = \frac{y}{3^2} \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{9}{16}x \\ \frac{x^2}{16} + \frac{9}{256}x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{9}{5} \\ x = \frac{16}{5} \end{cases}$ Vậy chiều dài là: $\frac{32}{5}$, chiều rộng là: $\frac{18}{5}$.	0,25

Ghi chú: Học sinh giải cách khác đúng cho đủ điểm theo từng phần.

____HẾT____