

Câu 1 (3,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x-1}$ (1) có đồ thị (C).

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
2. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 2x + y + 3 = 0$.

Câu 2 (3,0 điểm).

1. Giải bất phương trình: $2\log_4(x-3) - 4 \geq \log_2 \frac{2}{x+1}$.

2. Tính tích phân: $I = \int_0^{\pi} (x + \sin 2x) \sin x dx$.

3. Giải phương trình: $e^{\sqrt{x-1}+1} + 2\sqrt{x-1} = e^x + x^2 - x$.

Câu 3 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Câu 4 (2,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và đường thẳng d có

phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$.

1. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với d .
2. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua M và gốc tọa độ O và (S) có tâm thuộc d .

Câu 5 (1,0 điểm). Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1-2i)z + i - 3 = 0$.

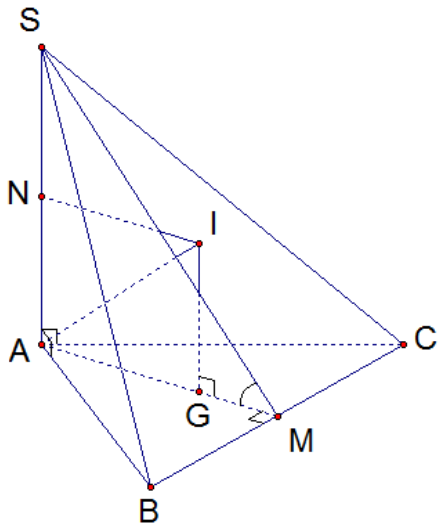
Tìm môđun của số phức $w = z^7$.

----- HẾT -----

Họ và tên học sinh:

Số báo danh :

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
1	Cho hàm số $y = \frac{2x-4}{x-1}$ (1)	
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).	2,00
	- TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ - Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ $\Rightarrow$ (C) nhận đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang. - Sự biến thiên: $y' = \frac{2}{(x-1)^2} > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\} \Rightarrow$ HSDB trên từng khoảng xác định của nó.	1,00
	- Bảng biến thiên: - Hàm số không có cực trị. - Đồ thị:	0,50
	Đồ thị:	0,50
2	Viết PTTT của (C) biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 2x + y + 3 = 0$.	1,00
	Hệ số góc của tiếp tuyến $k = \frac{1}{2}$	0,25
	Suy ra $y'(x_0) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{(x_0-1)^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \Rightarrow M(3;1) \\ x_0 = -1 \Rightarrow M(-1;3) \end{cases}$	0,50
	Phương trình hai tiếp tuyến: $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}; y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$	0,25
2		
1	Giải bất phương trình: $2\log_4(x-3) - 4 \geq \log_2 \frac{2}{x+1}$	1,00
	ĐK: $x > 3$. BPT $\Leftrightarrow \log_2(x-3)(x+1) \geq 5$	0,50
	$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 35 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -5] \cup [7; +\infty)$	0,25
	So sánh điều kiện: $S = [7; +\infty)$	0,25
2	Tính tích phân: $I = \int_0^{\pi} (x + \sin 2x) \sin x dx$	1,00
	$I = \int_0^{\pi} (x + \sin 2x) \sin x dx = \int_0^{\pi} x \sin x dx + \int_0^{\pi} \sin 2x \sin x dx$	0,25
	$I_1 = \int_0^{\pi} x \sin x dx = -\int_0^{\pi} x d(\cos x) = -x \cos x \Big _0^{\pi} + \int_0^{\pi} \cos x dx = \pi + \sin x \Big _0^{\pi} = \pi$	0,25
	$I_2 = \int_0^{\pi} \sin 2x \sin x dx = 2 \int_0^{\pi} \sin^2 x d(\sin x) = 2 \frac{\sin^3 x}{3} \Big _0^{\pi} = 0$	0,25
	$I = I_1 + I_2 = \pi$	0,25
3	Giải phương trình: $e^{\sqrt{x-1}+1} + 2\sqrt{x-1} = e^x + x^2 - x$	1,00
	ĐK: $x \geq 1$; PT $\Leftrightarrow e^{\sqrt{x-1}+1} + (\sqrt{x-1}+1)^2 = e^x + x^2$ (1)	0,25
	Chứng minh được hàm số $f(t) = e^t + t^2$ đồng biến trên $[1; +\infty)$	0,25
	(1) $\Leftrightarrow f(\sqrt{x-1}+1) = f(x) \Leftrightarrow \sqrt{x-1}+1 = x \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 2$	0,50

3	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.		1,00
	Gọi M là trung điểm BC. Tính được $\angle SMA = 60^\circ$ Suy ra $SA = AM \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$ $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ \cdot SA = \frac{a^3 \sqrt{3}}{8}$ Tìm được tâm I của mặt cầu ngoại tiếp. Tính được $R = IA = \frac{a\sqrt{43}}{4\sqrt{3}}$ Diện tích mặt cầu $S = \frac{43\pi a^2}{12}$		0,25
			0,25
			0,25
			0,25
4	Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}$.		
1	Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm M và vuông góc với d .		1,00
	Ta có: $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$		0,25
	Do $(P) \perp d \Rightarrow \vec{n}_{(P)} // \vec{u}_d$. Chọn $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = (2; 1; -1)$		0,25
	Do (P) qua $M(1; -2; 3) \Rightarrow (P): 2(x-1) + 1(y+2) - 1(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z + 3 = 0$		0,50
2	Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua M và gốc tọa độ O và (S) có tâm thuộc d .		1,00
	Gọi tâm của (S) là $I(1+2t; -2+t; -t) \in d$		0,25
	(S) đi qua M và gốc tọa độ $O \Leftrightarrow IO = IM \Leftrightarrow 6t = -4 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3} \Rightarrow I(-\frac{1}{3}; -\frac{8}{3}; \frac{2}{3})$		0,25
	Khi đó: $R = IO = \frac{\sqrt{69}}{3}$		0,25
	$\Rightarrow (S): (x + \frac{1}{3})^2 + (y + \frac{8}{3})^2 + (z - \frac{2}{3})^2 = \frac{23}{3}$		0,25
5	Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1-2i)z + i - 3 = 0$. Tìm môđun của z^7 .		1,00
	$(1-2i)z + i - 3 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{3-i}{1-2i}$		0,25
	$z = \frac{(3-i)(1+2i)}{5} = \frac{5+5i}{5} = 1+i$		0,25
	$z = \sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i) = \sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}) \Rightarrow z^7 = (\sqrt{2})^7 (\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4}) = 8(1-i)$		0,25
	$ z^7 = 8\sqrt{2}$		0,25

----- HẾT -----