

Bài 1 (3,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{5}{\sqrt{x}+2} - \frac{2\sqrt{x}-11}{x-4} + \frac{2}{2-\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x-4}{\sqrt{x}}$ (với $x > 0, x \neq 4$).

- Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 16$.
- Rút gọn biểu thức A .
- Đặt $C = \frac{x+2\sqrt{x}+4}{x-4} \cdot B$. Tìm tất cả các giá trị của x để C nhận giá trị nguyên nhỏ nhất.

Bài 2 (2,5 điểm).

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng

$$(d): y = (m-1)x + m \text{ và } (d'): y = -2x + m^2 - 2 \text{ (với } m \text{ là tham số).}$$

- Khi $m = 2$, vẽ đường thẳng (d) trên hệ trục tọa độ Oxy và tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng vừa vẽ.
- Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng (d') tại một điểm nằm trên trục tung.
- Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng (d) tiếp xúc với đường tròn có tâm tại gốc tọa độ O và bán kính $R = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Bài 3 (3,5 điểm).

Cho nửa đường tròn tâm O với bán kính R , đường kính AB . Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AB chứa nửa đường tròn, kẻ tia tiếp tuyến Ax tại A của nửa đường tròn. Xét điểm M thay đổi trên Ax , không trùng với A . Gọi E là điểm đối xứng với A qua OM .

- Chứng minh rằng ME là một tiếp tuyến của nửa đường tròn (O) .
- Đoạn OM cắt nửa đường tròn (O) tại I . Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác AME .
- Gọi N là trung điểm EB . Tia ME cắt ON tại P . Hãy xác định vị trí của điểm M trên tia Ax để diện tích tam giác OMP đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó theo R .
- Gọi C là giao điểm của BE và tia Ax , OC cắt AE tại Q . Kẻ đường thẳng qua Q và song song với Ax , cắt OM tại D . Chứng minh rằng A, D, P thẳng hàng.

Bài 4 (1 điểm).

- Giải phương trình: $x^2 - 1 = 2\sqrt{2x+1}$
- Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a - \sqrt{a} = \sqrt{b} - b$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = a^2 + b^2 + \frac{2020}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2}$$

———— HẾT ————