

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I
MÔN TOÁN LỚP 9
Năm học 2019 – 2020
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (3,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{4}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x+3\sqrt{x}+10}{x-4}$, với $x \geq 0, x \neq 4$.

1. Tính giá trị của A khi $x = 16$.
2. Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$.
3. Tìm tất cả giá trị của x để $A \cdot B \geq -2$.

Bài 2 (2,5 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai đường thẳng $(d): y = x + 6$ và $(d_m): y = (m^2 - 3m + 3)x + m^2 + m$ (với m là tham số).

1. Tìm m để đường thẳng (d_m) đi qua điểm $M(-1;1)$.
2. Tìm m để đường thẳng (d_m) song song với đường thẳng (d) . Với giá trị m vừa tìm được, hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng (d_m) và (d) .

Bài 3 (3,5 điểm).

Từ điểm A ở ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến AB, AC đến (O) với B, C là các tiếp điểm. Kẻ một đường thẳng d nằm giữa hai tia AB, AO và đi qua A cắt đường tròn (O) tại E, F (E nằm giữa A, F).

1. Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.
2. Gọi H là giao điểm của AO và BC . Chứng minh $OH \cdot OA = OE^2$.
3. Đường thẳng qua O vuông góc với EF cắt BC tại S . Chứng minh SF là tiếp tuyến của đường tròn (O) .
4. Đường thẳng SF cắt các đường thẳng AB và AC tương ứng tại P và Q . Đường thẳng OF cắt BC tại K . Chứng minh rằng AK đi qua trung điểm của PQ .

Bài 4 (1,0 điểm).

1. Giải phương trình $x^2 + x - 4\sqrt{3x+1} + 6 = 0$.
2. Cho a, b, c là các số thực không âm thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \sqrt{a+b^2} + \sqrt{b+c^2} + \sqrt{c+a^2}.$$