

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài I (2,0 điểm)

1. Tính giá trị của $P = \frac{2\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} - \sqrt{2}$.
2. Giải phương trình $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 2$ với x là ẩn số thực.

Bài II (2,0 điểm)

Cho các biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-2}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

1. Tính giá trị của A khi $x = \frac{1}{4}$.
2. Rút gọn biểu thức $P = \frac{B}{A}$.
3. Tìm x để biểu thức $P \geq 1$.

Bài III (2,5 điểm)

Cho hàm số bậc nhất $y = (m-2)x + m + 1$ với m là tham số có đồ thị là đường thẳng (d) .

1. Tìm m để (d) đi qua điểm $A(1; -1)$. Vẽ (d) với m vừa tìm được.
2. Với giá trị nào của m thì (d) và đường thẳng (d') : $y = 1 - 3x$ song song với nhau?
3. Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (d) bằng 1.

Bài IV (3,5 điểm).

Cho đường tròn $(O; 4 \text{ cm})$, đường kính AB . Lấy điểm H thuộc đoạn AO sao cho $OH = 1 \text{ cm}$. Kẻ dây cung DC vuông góc với AB tại H .

1. Chứng minh $\triangle ABC$ vuông và tính độ dài AC .
2. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt BC tại E . Chứng minh $\triangle CBD$ cân và $\frac{EC}{DH} = \frac{EA}{DB}$.
3. Gọi I là trung điểm của EA ; đoạn IB cắt (O) tại Q . Chứng minh CI là tiếp tuyến của (O) và từ đó suy ra $ICQ = CBI$.
4. Tiếp tuyến tại B của (O) cắt IC tại F . Chứng minh ba đường thẳng IB, HC, AF đồng quy.

Bài V (0,5 điểm).

Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn đẳng thức $xy + yz + zx = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{3x+3y+2z}{\sqrt{6(x^2+5)} + \sqrt{6(y^2+5)} + \sqrt{z^2+5}}$

----- HẾT -----

Ghi chú: Học sinh được lựa chọn **Bài IV ý 4** hoặc **Bài V** để làm.

Họ tên học sinh: Trường THCS SBD:

Chúc các em học sinh làm bài đạt kết quả cao nhất!

Bài	Ý	Đáp án - Hướng dẫn chấm	Điểm
I (2 điểm)	1.	Tính giá trị	1,0
		Ta có $P = \frac{(2\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)}{2 - 1} - \sqrt{2}$.	0,25
		$\Rightarrow P = 4 + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 - \sqrt{2}$.	0,25
		$\Rightarrow P = 3$.	0,25
		Vậy $P = 3$.	0,25
	2.	Giải phương trình	1,0
		ĐKXĐ: $x \neq 1$ và $x \geq 0$.	0,25
		Với ĐKXĐ trên, phương trình tương $\Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 = 2(\sqrt{x} - 1)$.	0,25
		Biến đổi ta được $\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn ĐKXĐ)	0,25
		Vậy phương trình có nghiệm $x = 9$.	0,25
II (2 điểm)	1.	Tính giá trị của A	0,50
		Ta có $x = \frac{1}{4}$ (TMĐK).	0,25
		Thay vào A, ta được $A = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}} - 1}{\frac{1}{4} - 1} = \frac{2}{3}$.	0,25
	2.	Rút gọn P	0,75
		Ta có $B = \frac{1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 1} = \frac{2\sqrt{x} - 1}{x - 1}$.	0,25
		Từ đó $P = \frac{B}{A} = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$.	0,25
		Vậy $P = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.	0,25
	3.	Tìm x để biểu thức $P \geq 1$	0,75
		Xét $P - 1 = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} - 1 = \frac{2\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$.	0,25
		* Với $x = 0$ thì $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} = 0 \Rightarrow P = 1$ (đúng).	0,25
		* Với $x > 0$ thì $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.	0,25
		Kết hợp với điều kiện xác định $P \geq 1 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x > 1$.	

		* Chứng minh $\triangle CBD$ cân: Dùng quan hệ đường kính và dây chứng minh được H là trung điểm của CD .	0,25
		Ta có $\triangle CBD$ có BH vừa là đường cao, vừa là trung tuyến nên $\triangle CBD$ cân.	0,25
		* Chứng minh $\frac{EC}{DH} = \frac{EA}{DB}$ Chứng minh được $EAC = HBD$ hoặc $AEC = HDB$	0,25
		Chứng minh được $\triangle CAE$ đồng dạng với $\triangle HBD$ từ đó suy ra $\frac{EC}{DH} = \frac{EA}{DB}$.	0,25
	3.	Chứng minh CI là tiếp tuyến của (O) và $ICQ = CBI$	1,0
		* Chứng minh CI là tiếp tuyến của (O) Chứng minh $\triangle IEC$ cân và $\triangle COB$ cân $\Rightarrow ECI + OCB = 90^\circ$ từ đó suy ra $IC \perp OC$. Kết luận IC là tiếp tuyến (O) .	0,25
		* Chứng minh $ICQ = CBI$ Chứng minh được $IC = IA$ và $\triangle IQC$ đồng dạng với $\triangle ICB$	0,25
		Suy ra $ICQ = CBI$.	0,25
	4.	Chứng minh IB, HC, AF đồng quy	0,5
		Gọi G là giao điểm của IB và HC ta chứng minh A, G, F thẳng hàng. Ta có $CG \parallel BFF \Rightarrow \frac{IC}{CF} = \frac{IG}{GB} \Rightarrow \frac{IA}{BF} = \frac{IG}{GB}$.	0,25
V (0,5 điểm)		Mà $AIG = GBF$ do đó $\triangle AIG$ đồng dạng với $\triangle FBG$ (c-g-c) $\Rightarrow IGA = BGF \Rightarrow A, G, F$ thẳng hàng. Vậy AF, IB, CH đồng quy tại G .	0,25
		Ta có: $\begin{aligned} & \sqrt{6(x^2 + 5)} + \sqrt{6(y^2 + 5)} + \sqrt{z^2 + 5} \\ &= \sqrt{6(x^2 + xy + yz + zx)} + \sqrt{6(y^2 + xy + yz + zx)} \\ & \quad + \sqrt{z^2 + xy + yz + zx} \\ &= \sqrt{6(x+y)(x+z)} + \sqrt{6(y+z)(y+x)} + \sqrt{(z+x)(z+y)} \\ &\leq \frac{3(x+y) + 2(x+z)}{2} + \frac{3(x+y) + 2(y+z)}{2} \\ & \quad + \frac{(z+x) + (z+y)}{2} \\ &\leq \frac{9x + 9y + 6z}{2} = \frac{3}{2}(3x + 3y + 2z). \end{aligned}$	0,25

		$P = \frac{3x + 3y + 2z}{\sqrt{6(x^2 + 5)} + \sqrt{6(y^2 + 5)} + \sqrt{z^2 + 5}} \geq \frac{2}{3}$ Đẳng thức xảy ra khi $x = y = 1; z = 2$ Vậy $P_{\min} = 2/3$.	0,25
--	--	--	------

Lưu ý:

- Học sinh sinh có cách giải khác đúng, vẫn cho điểm tối đa;
- Học sinh được lựa chọn để làm Câu IV ý 4 hoặc Câu V.