

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (3.0 điểm).

Cho biểu thức $Q = \left[\frac{(x-1)^2}{x^2+x} + 1 - \frac{1}{x} \right] : \left(\frac{x^3-1}{x^2-x} - \frac{x^3+1}{x^2+x} \right)$.

- Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức Q .
- Tìm x nguyên để biểu thức Q có giá trị nguyên.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(x-1)^2}{Q} + x + 1$.

Bài 2 (2.0 điểm).

Phân tích các đa thức sau thành nhân tử

- $A = x^3 - 3x^2 + 4$.
- $B = x^2 + y^2 - x^2y^2 + xy - x - y$.

Bài 3 (1.0 điểm).

Xác định đa thức $f(x)$ biết $f(x)$ chia hết cho $2x-1$, chia cho $x-2$ thì dư 6, chia cho $2x^2-5x+2$ được thương là $x+2$ và còn dư.

Bài 4 (3,5 điểm).

Cho đoạn thẳng AB và một điểm M thay đổi trên đoạn AB (M không trùng với A và B). Vẽ các hình vuông $AMCD$ và $BMEF$ thuộc cùng một nửa mặt phẳng với bờ AB .

- Chứng minh $AE = BC$ và $AE \perp BC$.
- Gọi G, I, N, K lần lượt là trung điểm của AB, AC, CE, EB . Tứ giác $GINK$ là hình gì? Vì sao?
- Chứng minh DF luôn đi qua một điểm cố định khi M di chuyển trên AB .
- Chứng minh rằng trung điểm Q của IK luôn nằm trên một đường cố định khi M di chuyển trên AB .

Bài 5 (0,5 điểm).

a) (Dành cho các lớp 8B, 8C, 8D, 8E).

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} = 0$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{(b-c)^2} + \frac{b}{(c-a)^2} + \frac{c}{(a-b)^2} = 0.$$

b) (Dành riêng cho lớp 8A).

Tìm tất cả các bộ ba số nguyên dương $(a; b; c)$ thỏa mãn:

$$a \leq b \leq c \text{ và } \left(1 + \frac{1}{a}\right) \left(1 + \frac{1}{b}\right) \left(1 + \frac{1}{c}\right) = 2.$$

----- HẾT -----

Chú ý: Học sinh không sử dụng máy tính khi làm bài.