

Họ và tên thí sinh:; Lớp:

Câu 1 (1 điểm). Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$ trên $[0; 4\pi]$.

Câu 2 (2 điểm).

a) Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -2$. Tổng tám số hạng đầu là $S_8 = 72$. Tìm 5 số hạng đầu của cấp số trên.

b) Cho cấp số nhân (v_n) biết $\begin{cases} v_3 = 243v_8 \\ v_4 = \frac{2}{27} \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của (v_n) .

Câu 3 (0.75 điểm). Một hộp chứa 5 quả cầu đen và 4 quả cầu trắng (tất cả các quả cầu đều khác nhau). Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Tính xác suất để được 3 quả có đủ hai màu.

Câu 4 (1 điểm). Hai đường thẳng a và b cắt nhau tại điểm O . Trên đường thẳng a , lấy 8 điểm khác nhau (không tính điểm O). Trên đường thẳng b , lấy 10 điểm khác nhau (không tính điểm O). Tính số tam giác có 3 đỉnh được lấy từ 19 điểm bao gồm 18 điểm ở trên và điểm O .

Câu 5 (0.75 điểm). Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $P(x) = (2 + 5x) \left(1 - \frac{x}{2}\right)^8$.

Câu 6 (0.5 điểm). Cho dãy số (t_n) được xác định bởi $\begin{cases} t_1 = 2 \\ t_n = 2t_{n-1} + 3, \quad n \geq 2 \end{cases}$. Chứng minh

$t_n = 5 \cdot 2^{n-1} - 3, \quad n \in \mathbb{N}^*$ bằng phương pháp quy nạp.

Câu 7 (2.5 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi H, K, M lần lượt là trung điểm SC, CD và HK .

a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Từ đó tìm giao điểm của DH và (SAB) .

b) Tìm thiết diện của (OHK) với hình chóp $S.ABCD$.

c) Chứng minh MO song song (SAD) .

Câu 8 (1 điểm). Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CC' .

a) Chứng minh MN song song $(A'BC')$.

b) Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt AB tại H . Tính tỉ số $AH : AB$.

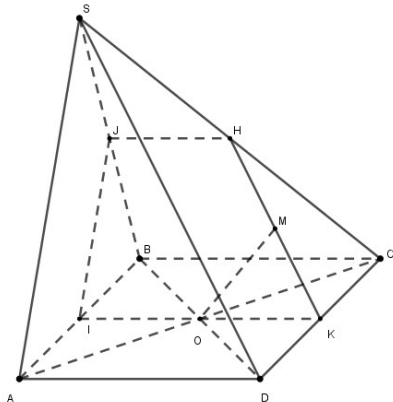
Câu 9 (0.5 điểm). Cho ba số thực dương a, b, c là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân đồng thời

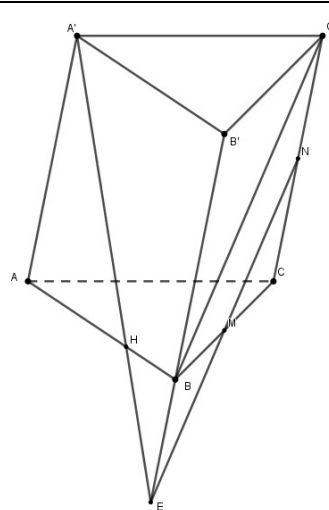
thỏa mãn điều kiện $\frac{a^2 b^2 c^2}{a^3 + b^3 + c^3} = 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}$.

--- HẾT ---

Học sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 1đ	Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$ trên $[0; 4\pi]$.	
	$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$	0.25
	$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$	0.25
	Theo đề bài ta có: $x \in [0; 4\pi] \Rightarrow \frac{-1}{12} \leq k \leq \frac{23}{12} \Rightarrow k = 0, 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}, \frac{13\pi}{6}$	0.25
	Tổng các nghiệm là: $\frac{7\pi}{3}$	0.25
Câu 2a 1 đ	a) Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d = -2$. Tổng tám số hạng đầu là $S_8 = 72$. Tìm số hạng đầu u_1 .	
	$S_8 = \frac{8(u_1 + u_8)}{2} = 8u_1 + 28d$. Suy ra: $\begin{cases} 8u_1 + 28d = 72 \\ d = -2 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 16$	0.25+0.5
	$u_1 = 16, u_2 = 14, u_3 = 12, u_4 = 10, u_5 = 8$	0.25
Câu 2b 1đ	Cho cấp số nhân (v_n) biết $\begin{cases} v_3 = 243v_8 \\ v_4 = \frac{2}{27} \end{cases}$. Tìm số hạng tổng quát của (v_n) .	
	Gọi q là công bội của CSN cần tìm.	0.25 x 3
	$\begin{cases} v_3 = 243v_8 \\ v_4 = \frac{2}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 \cdot q^2 = 243v_1 \cdot q^7 \\ v_1 \cdot q^3 = \frac{2}{27} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^5 = \frac{1}{243} \\ v_1 \cdot q^3 = \frac{2}{27} \end{cases} (do v_1 \cdot q \neq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ v_1 = 2 \end{cases}$	
	Số hạng tổng quát: $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$	0.25
	Lưu ý: HS không gọi công bội thì không trừ điểm. HS không nói $v_1 \cdot q$ khác 0 trừ 0.125.	
Câu 3 0.75đ	Một hộp chứa 5 quả cầu đen và 4 quả cầu trắng (tất cả đều có khác nhau). Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Tính xác suất để được 3 quả đủ hai màu.	
	Lấy ngẫu nhiên hai quả có C_9^3 cách. $n(\Omega) = C_9^3$	0.25
	Gọi A: “Lấy được 3 quả cầu có đủ hai màu”. Chọn 3 quả cầu đen: C_5^3 ; Chọn 3 quả cầu trắng: C_4^3 ; Suy ra: $n(A) = C_5^3 - C_5^3 - C_4^3 = 70$	0.25
	Vậy $P(A) = \frac{5}{6}$	0.25
Câu 4	Hai đường thẳng a và b cắt nhau tại điểm O . Trên đường thẳng a , lấy 8 điểm	

1đ	khác nhau (không tính điểm O). Trên đường thẳng b , lấy 10 điểm khác nhau (không tính điểm O) Tính số tam giác có 3 đỉnh được lấy từ 19 điểm bao gồm 18 điểm ở trên và điểm O .	
	TH1: 1 điểm là O , 1 điểm bất kì trên a và 1 điểm bất kì trên b (khác O) có $C_8^1 \cdot C_{10}^1$ TH2: 2 điểm trên a (khác O) và 1 điểm trên b (khác O) có $C_8^2 \cdot C_{10}^1$ TH3: 2 điểm trên b (khác O) và 1 điểm trên a (khác O) có $C_{10}^2 \cdot C_8^1$	0.25×3
	Số tam giác được tạo thành: $C_8^1 \cdot C_{10}^1 + C_8^2 \cdot C_{10}^1 + C_{10}^2 \cdot C_8^1 = 720$	0.25
Câu 5 0.75đ	Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $P(x) = (2+5x)\left(1-\frac{x}{2}\right)^8$.	
	$P = (2+5x)\left(1-\frac{x}{2}\right)^8 = 2 \cdot \left(1-\frac{x}{2}\right)^8 + 5x \cdot \left(1-\frac{x}{2}\right)^8$	0.25
	$= \sum_{k=0}^8 2 \cdot C_8^k \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^k \cdot x^k + \sum_{i=0}^8 5 \cdot C_8^i \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^i \cdot x^{i+1}$	0.25
	Theo đề bài, ta có $k=3, i=2$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $2 \cdot C_8^3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^3 + 5 \cdot C_8^2 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = 21$.	0.25
Câu 5b 0.5đ	Cho dãy số (t_n) được xác định bởi $\begin{cases} t_1 = 2 \\ t_n = 2t_{n-1} + 3, \quad n \geq 2 \end{cases}$. Chứng minh $t_n = 5 \cdot 2^{n-1} - 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$ bằng phương pháp quy nạp.	
	$t_n = 5 \cdot 2^{n-1} - 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$ (*) Với $n=1, t_1 = 5 \cdot 2^{1-1} - 3 = 2$ Giả sử (*) đúng với $n=k (k \in \mathbb{N}^*)$, tức là ta có $t_k = 5 \cdot 2^{k-1} - 3$.	0.25
	Ta cần chứng minh (*) đúng với $n=k+1$, nghĩa là chứng minh $t_{k+1} = 5 \cdot 2^k - 3$. Thật vậy $t_{k+1} = 2t_k + 3 = 2 \cdot (5 \cdot 2^{k-1} - 3) + 3 = 5 \cdot 2^k - 3$. Suy ra (*) đúng với $n=k+1$. Vậy (*) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$	0.25
Câu 6a 1.0đ	Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi H, K, M lần lượt là trung điểm SC, CD và HK . a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) . Từ đó tìm giao điểm của DH và (SAB) .	

	$\left. \begin{array}{l} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \parallel CD \\ AB \subset (SAB), CD \subset (SCD) \end{array} \right\} \Rightarrow (SAB) \cap (SCD) = Sx // AB // CD$	0.5	
	$\left. \begin{array}{l} \text{Trong } (SCD), DH \cap Sx = E \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} E \in DH \\ E \in Sx \subset (SAB) \end{array} \right\} \Rightarrow E = DH \cap (SAB) \end{array} \right\}$	0.5	
Câu 6b 1.0đ	b) Tìm thiết diện của (OHK) với hình chóp $S.ABCD$. $\text{Trong } (ABCD), OK \cap AB = I$ Từ H kẻ đường thẳng song song BC ($// OK$) cắt SB tại J; $\Rightarrow HJ \subset (OHK)$ $(OHK) \cap (SCD) = HK; (OHK) \cap (ABCD) = KI$ $(OHK) \cap (SAB) = IJ; (OHK) \cap (SBC) = HJ$ Vậy thiết diện của (OHK) với hình chóp S.ABCD là tứ giác HKIJ.	Xác định được mỗi giao tuyến (kể cả bước kẻ thêm) được 0.25	
	c) Chứng minh MO song song (SAD). $\left. \begin{array}{l} OK \parallel AD \\ OH \parallel SA \text{ (Do OH là đtb } \Delta SAC) \\ \text{Trong } (OHK), OH \cap OK = O \\ \text{Trong } (SAD), SA \cap AD = A \end{array} \right\} \Rightarrow (OHK) \parallel (SAD)$ Mà $OM \subset (OHK) \Rightarrow OM \parallel (SAD)$	0.25 0.25	
Câu 7a 1.0đ	Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và CC'. a) Chứng minh MN song song $(A'BC')$. M là trung điểm CB N trung điểm CC' $\Rightarrow MN \parallel BC'$ $\left. \begin{array}{l} MN \not\subset (A'BC') \\ MN \parallel BC' \\ BC' \subset (A'BC') \end{array} \right\} \Rightarrow MN \parallel (A'BC')$		0.25 0.25
Câu 7b 1.0đ	b) Mặt phẳng $(A'MN)$ cắt AB tại H. Tính tỉ số $AH : AB$.		
	$\left. \begin{array}{l} \text{Trong } (BCC'B'), MN \cap BB' = E \\ \text{Trong } (ABB'A'), A'E \cap AB = H \\ H \in AB \\ H \in A'E \subset (A'MN) \end{array} \right\} \Rightarrow H = AB \cap (A'MN)$	0.25	
	$CN \parallel BE \Rightarrow \frac{CM}{BM} = \frac{CN}{BE} = 1 \Rightarrow CN = BE \Rightarrow BE = \frac{1}{2} BB'$	0.25	

	$BE \parallel AA' \Rightarrow \frac{AH}{HB} = \frac{AA'}{BE} = 2 \Rightarrow \frac{AH}{AB} = \frac{2}{3}$	
Câu 9	Cho ba số thực dương a, b, c là ba số hạng liên tiếp của một CSN đồng thời thỏa mãn điều kiện $\frac{a^2 b^2 c^2}{a^3 + b^3 + c^3} = 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3}$?	
	Ta có $\frac{a^2 b^2 c^2}{a^3 + b^3 + c^3} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{4} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{a^2 b^2 c^2} = \frac{a}{b^2 c^2} + \frac{b}{c^2 a^2} + \frac{c}{a^2 b^2}$. Mặt khác vì a, b, c là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên $ac = b^2$.	0.25
	Do vậy: $\frac{1}{4} = \frac{a}{b^2 c^2} + \frac{b}{c^2 a^2} + \frac{c}{a^2 b^2} = \frac{a}{ac^3} + \frac{b}{b^4} + \frac{c}{a^3 c} = \frac{1}{a^3} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^3} \Rightarrow P = \frac{1}{4}$.	0.25

Lưu ý: Học sinh làm cách khác đúng được trọn điểm.