

Câu 1. (2,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $2\sqrt{x+3} = 9x^2 - x - 4$.

b) $\sqrt{9x-8x^2} + \sqrt{16x^2-9x} = \frac{8}{3}x^2 + \frac{3}{2}$.

Câu 2. (1,0 điểm)

Xét x, y, z là các số thực không âm, thay đổi và thỏa mãn $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+2} + \frac{1}{z+3} \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $P = x + y + z + \frac{1}{x+y+z}$.

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn, không cân ABC nội tiếp đường tròn (O) , có các đường cao AH, BE, CF . Tiếp tuyến tại B và C của (O) cắt nhau tại T . Gọi D là giao điểm của AT và BC , S là giao điểm của EF và BC , G là hình chiếu vuông góc của T trên AO , J là giao điểm thứ hai của TH và đường tròn ngoại tiếp tam giác OBC . Chứng minh:

a) Các điểm S, J, M, T cùng thuộc một đường tròn, với M là trung điểm của BC .

b) Các đường thẳng SO, TH, DG đồng quy tại một điểm.

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Tìm số dư khi chia $11^{12} + 12^{13} + 13^{14}$ cho 7.

b) Cho p là số nguyên tố và a, b là các số nguyên dương lẻ thỏa mãn $a-b$ chia hết cho $p-1$ và $a+b$ chia hết cho p . Chứng minh $a^b + b^a$ chia hết cho p .

Câu 5. (2,0 điểm)

a) Chứng minh trong 5 số nguyên bất kì, luôn tồn tại 3 số mà tổng của chúng chia hết cho 3.

b) Chứng minh trong 17 số nguyên bất kì, luôn tồn tại 9 số mà tổng của chúng chia hết cho 9.

===== HẾT =====