

Bài I (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} + \frac{2}{\sqrt{x}-1} - \frac{4}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2. Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$.

3. Đặt $P = AB$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P.

Bài II (2,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình:

Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 800 chi tiết máy. Tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15% và tổ II vượt mức 20% so với tháng đầu. Do đó, trong tháng thứ hai, hai tổ sản xuất được 945 chi tiết máy. Hỏi trong tháng đầu, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy?

Bài III (2,0 điểm) Giải các hệ phương trình sau:

1.
$$\begin{cases} 2x + 5y = 3 \\ x - 3y = -4 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} \sqrt{x-1} - \frac{1}{2y-1} = 0 \\ 2\sqrt{x-1} + \frac{1}{2y-1} = 3 \end{cases}$$

Bài IV (3,0 điểm) Từ điểm A nằm ngoài đường tròn (O) vẽ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) với M, N là các tiếp điểm và cát tuyến ABC (B nằm giữa A và C, tia AC nằm giữa tia AO và AM). Gọi I là trung điểm của BC, AO cắt MN tại H và cắt đường tròn (O) tại các điểm P và Q (P nằm giữa A và O).

1. Chứng minh các tứ giác ANOM và ANIO nội tiếp.

2. Gọi K là giao điểm của MN và AC. Chứng minh $AK \cdot AI = AH \cdot AO = AB \cdot AC$.

3. Gọi D là trung điểm của HQ, từ H kẻ đường vuông góc với MD, cắt đường thẳng MP tại E. Chứng minh hai tam giác EMH và MQD đồng dạng và P là trung điểm của ME.

Bài V (0,5 điểm) Cho các số thực x, y dương thỏa mãn $x + y \leq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2}{x} + \frac{4}{y} - 2x - 3y$.