



Bài I (2,0 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = (\sqrt{12} + \sqrt{27} - 12\sqrt{3}) : \sqrt{3};$

b) $B = \frac{4}{\sqrt{3}+1} - \frac{1}{\sqrt{3}-2} - \frac{9-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1};$

c) $C = 2(\sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ) - \frac{\tan 33^\circ}{\cot 57^\circ} + 2 \cos 60^\circ + 2021.$

Bài II (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 8;$ b) $\sqrt{1-12x+36x^2} = 4;$ c) $x - 3\sqrt{x} + 2 = 0.$

Bài III (2,0 điểm)

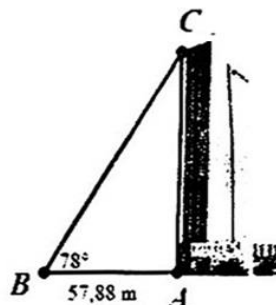
Cho hai biểu thức $A = \frac{7\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{4}{\sqrt{x}+2} - \frac{8}{x+2\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$. b) Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}.$

c) Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm tất cả giá trị của x là số nguyên tố để $P < 7$.

Bài IV (3,5 điểm)

1. Lotte Center là tòa cao ốc cao thứ hai tại Hà Nội, tòa nhà có chiều cao 65 tầng, lấy cảm hứng từ tà áo dài truyền thống của người Việt Nam. Tại một thời điểm trong ngày, tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ 78° và bóng của tòa nhà đó trên mặt đất dài 57,88 m (hình vẽ bên). Hỏi tòa nhà cao bao nhiêu m? (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2. Cho hình chữ nhật $ABCD$, kẻ đường thẳng vuông góc với AC tại C cắt các đường thẳng AB và AD lần lượt tại các điểm M và N .

a) Cho $AB = 4$ cm; $BC = 3$ cm. Tính độ dài các đoạn thẳng MB , MC và tính số đo góc ACB (số đo góc làm tròn đến độ).

b) Chứng minh rằng $AB \cdot MB + AD \cdot ND = AC^2$.

c) Trên tia NA lấy điểm P sao cho $NP = NM$, kẻ tia phân giác của góc ANM cắt MP tại điểm Q , biết $\tan \widehat{PMA} = 0,75$. Chứng minh rằng tam giác PAQ đồng dạng với tam giác PMN và tính $\frac{S_{PAQ}}{S_{AQM}}$.

Bài V (0,5 điểm) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x + y = 13$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = 3x + 3y - 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} + \frac{27}{\sqrt{x}} + \frac{8}{\sqrt{y}}.$$

..... Hết