

Bài 1. (2,0 điểm) Thực hiện phép tính:

a) $3\sqrt{8} - 6\sqrt{\frac{1}{18}} + \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{2}{\sqrt{3}-2} - \frac{7}{\sqrt{2}-3} - \frac{4}{1-\sqrt{3}}$

c) $(2+\sqrt{7})\sqrt{11-4\sqrt{7}} - \sqrt{(\sqrt{5}+3)^2}$

Bài 2. (2,5 điểm) Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{\sqrt{x}-2}{x+\sqrt{x}+1} \text{ và } B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \text{ với } x > 0; x \neq 4$$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$

c) Tìm các giá trị nguyên của x để $B \leq -\frac{1}{2}$.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{B}{A}$.

Bài 3. (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $5\sqrt{\frac{x-3}{25}} + \sqrt{4x-12} - \sqrt{16x-48} = -3$

b) $(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2) = 7$

c) $(x+2)(x+3) - 2\sqrt{x^2+5x+3} = 6$

Bài 4. (3,5 điểm)

4.1. (0,5 điểm) *Keangnam Ha Noi Landmark Tower* được khánh thành ngày 18/05/2012, là tòa nhà cao nhất Hà Nội và là một trong những biểu tượng về sự phát triển mạnh mẽ, vượt bậc của Thủ đô. Đây là một khu phức hợp gồm 3 cao ốc, trong đó tòa cao nhất có 72 tầng. Khi tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 60° thì bóng của tòa nhà trên là 194 m (như hình vẽ bên). Tính chiều cao của tòa nhà cao nhất (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



4.2. (3,0 điểm) Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$. Kẻ

$BH \perp AC (H \in AC)$.

a) Tính độ dài các cạnh AC , BH và số đo góc BCA (làm tròn đến độ).

b) Tia BH cắt đường thẳng AD ở E . Từ E kẻ đường thẳng vuông góc với đường thẳng BC tại F . Chứng minh: $BH \cdot BE = AH \cdot AC$.

c) Chứng minh: $\triangle BHF$ và $\triangle BCE$ đồng dạng. Từ đó tính diện tích $\triangle BHF$.

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $4a^2 + b^2 = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{4a}{2+b} + \frac{b}{1+a} + \frac{2024}{2a+b}.$$