

I/ Trắc nghiệm: (2 điểm) Khoanh tròn vào chữ cái đứng trước câu trả lời đúng:

Câu 1 : Điều kiện xác của biểu thức $\sqrt{2022-2x}$ là :

- A. $x \geq 2022$ B. $x \leq 2022$ C. $x \geq 1011$ D. $x \leq 1011$

Câu 2 : Giá trị rút gọn của biểu thức $P = 2\sqrt{27} + \sqrt{300} - 3\sqrt{75}$

- A. $31\sqrt{3}$. B. $\sqrt{3}$. C. $8\sqrt{3}$. D. $-3\sqrt{3}$.

Câu 3: Giá trị biểu thức $\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ là:

- A. $1-\sqrt{3}$ B. $\sqrt{3}-1$ C. $\sqrt{3}+1$ D. Đáp án khác

Câu 4/ ΔABC vuông tại A, $AC = 24\text{mm}$, $\hat{B} = 60^\circ$. Kẻ đường cao AH. Độ dài đường AH là:

- A/ 12mm B/ $6\sqrt{3}\text{ mm}$ C/ $12\sqrt{3}\text{ mm}$ D/ một đáp số khác

II/ Tự luận: (8 điểm)

Bài 1: (1,5 điểm) Rút gọn biểu thức:

a) $A = 2\sqrt{20} - \sqrt{112} - \sqrt{80} + \sqrt{63}$ b) $B = \frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{1 - \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$

c) $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2+\sqrt{3})^2}$

Bài 2(2,0 điểm) Cho biểu thức $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

- a) Rút gọn biểu thức M;
b) Tính giá trị của M tại $x = 4$;
c) Tìm x để $M < \frac{1}{2}$.

Câu 3: (1,0 điểm) Giải phương trình sau:

a) $\sqrt{3}x - \sqrt{27} = 0$ b) $\frac{1}{2}\sqrt{x-1} - \frac{3}{2}\sqrt{9x-9} + 24\sqrt{\frac{x-1}{64}} = -17$

Bài 4: (3,0 điểm) Cho ΔABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $HB = 3,6\text{ cm}$; $HC = 6,4\text{cm}$.

- a) Tính độ dài các đoạn thẳng AB, AC. Tính số đo góc B (làm tròn đến độ).
b) Kẻ $HE \perp AB$; $HF \perp AC$. Chứng minh rằng: $AB.AE = AC.AF$.
c) Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BH, HC . Chứng minh rằng tứ giác MEFN là hình thang vuông và tính diện tích của hình này.

Bài 5: (0,5 điểm)

Cho x, y, z là ba số dương thỏa mãn $x + y + z = 2019$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x}{x + \sqrt{2019x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{2019y + zx}} + \frac{z}{z + \sqrt{2019z + xy}} \leq 1.$$

----- Hết -----

HƯỚNG DẪN CHẤM

I/ Trắc nghiệm.(Mỗi câu đúng : 0.5 điểm)

Câu	1	2	3	4
Đáp án	D	B	B	A

II. Tự luận:(8 điểm)

Câu	Đáp án	Điểm
1	a/ $A = 2\sqrt{20} - \sqrt{112} - \sqrt{80} + \sqrt{63} = 4\sqrt{5} - 4\sqrt{7} - 4\sqrt{5} + 3\sqrt{7}$ $= -\sqrt{7}$ b/ $B = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-1)}{1-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = -\sqrt{5} + \sqrt{5} + 2 = 2$ c) $C = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3} - 2+\sqrt{3}$ $= -2\sqrt{3}$	0.5 0.5 0.5
2	Với $x \geq 0; x \neq 1$, ta có: $M = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ $M = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{x-1} + \frac{3(\sqrt{x}-1)}{x-1} - \frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ $= \frac{x-2\sqrt{x}+1}{x-1}$ $= \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$ $= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ b/ Thay $x=4$ (thỏa mãn ĐKXĐ) vào M ta có: $M = \frac{\sqrt{4}-1}{\sqrt{4}+1} = \frac{1}{3}$ Vậy $M = \frac{1}{3}$ tại $x=4$. c) với $x \geq 0; x \neq 1$ Ta có $M < \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{2} < 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x-3} < 0$ $\Leftrightarrow x < 9 \text{ (Kết hợp điều kiện)}$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25

	$\Delta ABC(\hat{A} = 90^0), AH \perp BC \Rightarrow AB^2 = BH.BC$ $\Delta ABD(\hat{A} = 90^0), BH \perp AD \Rightarrow AB^2 = AH.AD$ Suyra : $AH.AD = BH.BC$ c/ Chứng minh được tứ giác MEFN là hình thang vuông và tính đúng diện tích của nó	
	Ta có $x^2 + yz \geq 2x\sqrt{yz} \Leftrightarrow x^2 - 2x\sqrt{yz} + yz \geq 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{yz})^2 \geq 0$ luôn đúng với mọi x, y, z và $yz > 0$. Dấu “=” khi $x^2 = yz$. Ta có: $2019x + yz = (x + y + z)x + yz = x^2 + yz + x(y + z)$ $\geq x(y + z) + 2x\sqrt{yz}$ Suy ra $\sqrt{2019x + yz} \geq \sqrt{x(y + z) + 2x\sqrt{yz}} = \sqrt{x}(\sqrt{y} + \sqrt{z})$ (theo câu a) $x + \sqrt{3x + yz} \geq \sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z})$ $\Rightarrow \frac{x}{x + \sqrt{3x + yz}} \leq \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}} \quad (1)$ Tương tự ta có: $\frac{y}{y + \sqrt{2019y + zx}} \leq \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}} \quad (2),$ $\frac{z}{z + \sqrt{2019z + xy}} \leq \frac{\sqrt{z}}{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}} \quad (3)$ Từ (1), (2), (3) ta có $\frac{x}{x + \sqrt{2019x + yz}} + \frac{y}{y + \sqrt{2019y + zx}} + \frac{z}{z + \sqrt{2019z + xy}} \leq 1$ Dấu “=” xảy ra khi $x = y = z = 1$	0.25đ 0,25