

Bài I. (2,0 điểm)

1) Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2}{5}\sqrt{75} + \sqrt{12} - \frac{4}{3}\sqrt{27}$.

2) Tìm x thoả mãn $5x - 3\sqrt{x} - 2 = 0$.

Bài II. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $P = \frac{x+1}{\sqrt{x}+3}$ và $Q = \frac{6-8\sqrt{x}}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 4$.

2) Chứng minh $Q = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$.

3) Tìm x để $P \leq 2Q$.

Bài III. (2,0 điểm) Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = (m-2)x + 3$ với $m \neq 2$.

1) Trong trường hợp $m = 3$:

a) Vẽ đường thẳng (d) trên mặt phẳng toạ độ Oxy.

b) Tính khoảng cách từ gốc toạ độ O đến đường thẳng (d).

2) Tìm m để đường thẳng (d) tạo với hai trục Ox và Oy một tam giác vuông cân.

Bài IV. (3,5 điểm)

1) Một cây tre thẳng đứng bị gãy gập trong một cơn bão. Ngọn cây vừa chạm đất và cách gốc cây 4,5m. Phần bị gãy tạo với phương thẳng đứng một góc 35° . Hỏi điểm gãy cách gốc cây bao nhiêu mét (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)?

2) Cho ΔABC vuông tại A có $AB < AC$ và AH là đường cao. Vẽ đường tròn tâm A, bán kính AH. Từ B kẻ tiếp tuyến BE đến đường tròn (A) với E là tiếp điểm và E không nằm trên BC.

a) Chứng minh bốn điểm A, E, B, H cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ $HK \perp AC$ tại K và đường thẳng HK cắt đường tròn (A) tại điểm F khác H. Chứng minh CF là tiếp tuyến của đường tròn (A) và ba điểm E, A, F thẳng hàng.

c) Nối CE cắt đường tròn (A) tại điểm I khác E. Chứng minh $\widehat{IKC} = \widehat{AEC}$.



Bài V. (0,5 điểm)

Cho $a, b, c, d \geq 0$ và $a + b + c + d = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = ab + bc + cd$.

.....o0o.....

HẾT

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM

Bài I (2,0 điểm = 1,0 + 1,0)

1) $A = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$

0,5 điểm

$A = 0.$

0,5 điểm

2) Điều kiện : $x \geq 0.$

Phương trình $\Leftrightarrow 5x - 5\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 2 = 0$

0,25 điểm

$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - 1)(5\sqrt{x} + 2) = 0$

0,25 điểm

+) $\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (tm).

0,25 điểm

+) $5\sqrt{x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = -\frac{2}{5}$ (loại).

0,25 điểm

Bài II. (2,0 điểm = 0,5 + 1,0 + 0,5)

1) Đối chiếu $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện).

0,25 điểm

Thay vào P được $P = \frac{4+1}{\sqrt{4+3}} = 1.$

0,25 điểm

2) $Q = \frac{6-8\sqrt{x}}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

0,25 điểm

$Q = \frac{6-8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{2(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$

0,25 điểm

$Q = \frac{x-3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$

0,25 điểm

$Q = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} \Rightarrow \text{đpcm.}$

0,25 điểm

3) $P \leq 2Q \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+3} \leq 0.$

0,25 điểm

Mà $\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+3} \geq 0$ nên ta được $\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}+3} = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (tm).

0,25 điểm

Bài III. (2,0 điểm = 0,75 + 0,75 + 0,5)

1) a) Khi $m = 3$ ta được (d): $y = x + 3.$

0,25 điểm

Kẻ bảng chọn 2 cặp (x; y).

0,25 điểm

x	0	-3
y	3	0

Vẽ đúng và điền đủ các thông số.

0,25 điểm

b) Gọi A và B lần lượt là giao điểm của (d) với Ox và Oy.

Tính ra $OA = |x_A| = |-3| = 3; OB = |y_B| = |3| = 3.$

0,25 điểm

Kẻ $OH \perp (d)$ tại H và khẳng định OH là khoảng cách từ O đến (d).

Tính ra $OH = \frac{3}{\sqrt{2}}.$

0,25 điểm

Kết luận khoảng cách từ O đến (d) là $\frac{3}{\sqrt{2}}.$

0,25 điểm

2) Gọi M và N lần lượt là giao điểm của (d) với Ox và Oy.

Tính ra $OM = \frac{3}{|m-2|}; ON = 3.$

0,25 điểm

Lập luận $\triangle OMN$ vuông tại O nên để đường thẳng (d) tạo với hai trục Ox và Oy một tam giác vuông cân $\Leftrightarrow OM = ON \Leftrightarrow m = 3; m = 1$ (tm).

0,25 điểm

Bài IV. (3,5 điểm)

1) (0,5 điểm) Gọi A là vị trí gốc cây, B là ngọn cây chỗ chạm đất, C là thân cây chỗ bị gãy.
Do ngọn cây vừa chạm đất và cách gốc cây 4,5 m $\Rightarrow AB = 4,5$ m.

Do phần bị gãy tạo với phương thẳng đứng một góc $35^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 35^\circ$.

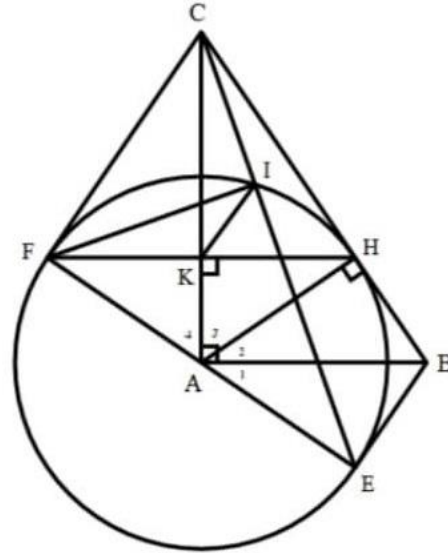
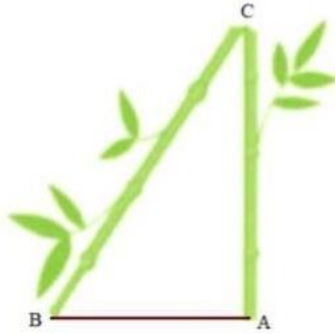
0,25 điểm

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AC = 4,5 : \tan 35^\circ \approx 6,43$ m.

Vậy điểm gãy cách gốc cây xấp xỉ 6,43 m.

0,25 điểm

2) (3,0 điểm = 1,5 + 1,0 + 0,5)



a) Vẽ hình đủ để giải câu a)

Giải thích $\triangle ABE$ vuông tại E

$\Rightarrow A, B, E \in$ đường tròn đường kính AB.

Giải thích $\triangle ABH$ vuông tại H

$\Rightarrow A, B, H \in$ đường tròn đường kính AB.

Suy ra bốn điểm A, E, B, H cùng thuộc đường tròn đường kính AB.

b) Chỉ ra $\triangle AHF$ cân tại A, đường cao AK nên $\widehat{A_3} = \widehat{A_4}$.

Chứng minh $\triangle ACF = \triangle ACH$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AFC} = \widehat{AHC} = 90^\circ \Rightarrow CF \perp AF$.

Mà F là điểm chung của CF và (A) nên CF là tiếp tuyến của (A)

Chứng minh $\triangle ABE = \triangle ABH$ (ch - cgv) $\Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{A_2}$.

Mà $\widehat{A_3} = \widehat{A_4} \Rightarrow \widehat{A_1} + \widehat{A_2} + \widehat{A_3} + \widehat{A_4} = 2(\widehat{A_2} + \widehat{A_3}) = 180^\circ$.

Do đó ba điểm E, A, F thẳng hàng.

c) Chỉ ra EF là đường kính của (A) $\Rightarrow \widehat{EIF} = 90^\circ \Rightarrow FI \perp CE$

$\Rightarrow FI$ là đường cao của $\triangle CEF$ vuông tại F nên $CI \cdot CE = CF^2$.

$\triangle ACF$ vuông tại F, đường cao FN nên $CK \cdot CA = CF^2$.

Suy ra $CK \cdot CA = CI \cdot CE$ hay $\frac{CK}{CE} = \frac{CI}{CA}$.

Do đó $\triangle CKI \sim \triangle CEA$ (c.g.c) nên $\widehat{IKC} = \widehat{AEC}$.

Bài V. (0,5 điểm)

* Nếu a là số lớn nhất trong các số a, b, c, d thì

$$T = ab + bc + cd \leq ab + ac + ad = a(b + c + d) \leq \left(\frac{a + b + c + d}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}.$$

* Nếu b hoặc c hoặc d lớn nhất thì tương tự, ta cũng được $T \leq \frac{1}{4}$.

Vậy $\text{Max} T = \frac{1}{4}$ khi chẳng hạn $a = b = \frac{1}{2}, c = d = 0$.

Chú ý : HS giả sử a hoặc b hoặc c hoặc d là số lớn nhất vẫn cho điểm tối đa.

.....o0o.....
HẾT