

Phần I – Trắc nghiệm (2,0 điểm)

Hãy viết chữ cái in hoa đứng trước phương án đúng trong mỗi câu sau vào bài làm.

Câu 1. Điều kiện để $\sqrt{3x-2}$ có nghĩa là:

- A. $x \geq \frac{2}{3}$. B. $x > \frac{2}{3}$. C. $x < \frac{2}{3}$. D. $x \leq \frac{2}{3}$.

Câu 2. Với $a > 0$, $b > 0$ thì $\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{a}{b} \sqrt{\frac{b}{a}}$ bằng:

- A. 2. B. $\frac{2\sqrt{ab}}{b}$. C. $\sqrt{\frac{a}{b}}$. D. $\sqrt{\frac{2a}{b}}$.

Câu 3. So sánh $3\sqrt{2}$ với $2\sqrt{3}$ ta được kết quả là:

- A. $3\sqrt{2} = 2\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{2} < 2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$. D. Không so sánh được.

Câu 4. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A, biết $BC = 10\text{cm}$, $\hat{B} = 30^\circ$ thì độ dài cạnh AC là:

- A. 5cm. B. $5\sqrt{3}\text{cm}$. C. $10\sqrt{3}\text{cm}$. D. $\frac{10\sqrt{3}}{3}\text{cm}$.

Phần II. Tự luận (8,0 điểm)

Câu 5 (2,0 điểm).

- 1) Rút gọn biểu thức: a) $5\sqrt{12} - 4\sqrt{3} + \sqrt{48}$ b) $\frac{\sqrt{35} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{6}{\sqrt{7} - 1}$
2) Tìm x biết: $\sqrt{x-1} + \sqrt{4x-4} = 9$

Câu 6 (1,5 điểm). Cho biểu thức $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \right) : \frac{2}{\sqrt{x}+1}$, với $x \geq 0; x \neq 1$.

- 1) Rút gọn P.
2) Tìm x để: $P=2$.

Câu 7 (3,5 điểm).

1) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $BH = 3,6\text{cm}$, $CH = 6,4\text{cm}$.

a) Tính độ dài các đoạn thẳng AB, $\widehat{ACB}$ (góc làm tròn đến độ).

b) Trên cạnh AC lấy điểm M ($M \neq A; M \neq C$), kẻ AK vuông góc với BM tại K.

Chứng minh rằng: $BK \cdot BM = BH \cdot BC$, từ đó suy ra $\triangle BHK \sim \triangle BMC$.

2) Nhà bạn Minh có một chiếc thang dài 4m. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu mét để nó tạo được với mặt đất một góc “an toàn” là 65° (tức là đảm bảo thang không bị đổ khi sử dụng, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Câu 8 (1,0 điểm).

1) Cho $(x + \sqrt{x^2 + 2022})(y + \sqrt{y^2 + 2022}) = 2022$. Tính $E = x + y$.

2) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn: $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{xz} = 1$. Tìm giá trị lớn nhất

của biểu thức $Q = \frac{x}{\sqrt{yz(1+x^2)}} + \frac{y}{\sqrt{zx(1+y^2)}} + \frac{z}{\sqrt{xy(1+z^2)}}$.

Hết./.

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

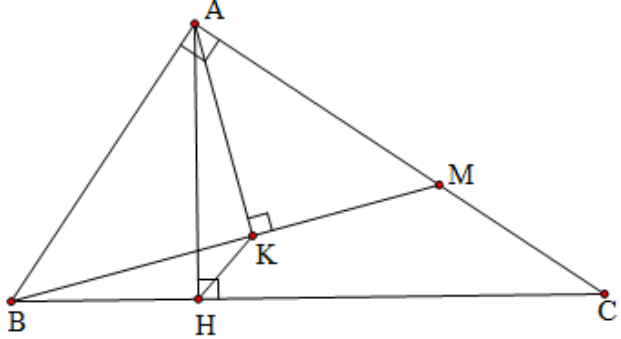
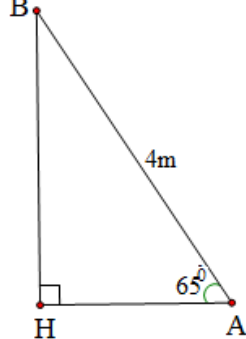
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

I. Hướng dẫn chung:

- Dưới đây chỉ là hướng dẫn tóm tắt của một cách giải.
- Bài làm của học sinh phải chi tiết, lập luận chặt chẽ, tính toán chính xác mới được điểm tối đa.
- Bài làm của học sinh đúng đến đâu cho điểm tới đó.
- Nếu học sinh có cách giải khác hoặc có vấn đề phát sinh thì tổ chấm trao đổi và thống nhất cho điểm nhưng không vượt quá số điểm dành cho câu hoặc phần đó.

II. Hướng dẫn chấm và biểu điểm:

Câu	Đáp án				Điểm
Phần I – Trắc nghiệm (2,0 điểm). Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm.					
Câu	1	2	3	4	
Đáp án	A	B	C	A	
Phần II – Tự luận (8,0 điểm)					
5 (2,0 điểm)	1. a) $5\sqrt{12} - 4\sqrt{3} + \sqrt{48} = 5\sqrt{4.3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{16.3} = 10\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$				0,5
	b) $\frac{\sqrt{35} - \sqrt{7}}{\sqrt{5} - 1} - \frac{6}{\sqrt{7} - 1} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{5} - 1)}{\sqrt{5} - 1} - \frac{6(\sqrt{7} + 1)}{7 - 1}$ $= \sqrt{7} - (\sqrt{7} + 1) = \sqrt{7} - \sqrt{7} - 1 = -1$				0,25 0,5
	2. $\sqrt{x - 1} + \sqrt{4x - 4} = 9$ (ĐKXĐ: $x \geq 1$) $\Leftrightarrow \sqrt{x - 1} + 2\sqrt{x - 1} = 9 \Leftrightarrow 3\sqrt{x - 1} = 9 \Leftrightarrow \sqrt{x - 1} = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = 10$ (tmdk) Vậy $x = 10$				0,5 0,25
6 (1,5 điểm)	1) Ta có: $P = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right) : \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$ (ĐKXĐ: $x \geq 0, x \neq 1$) $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1) - \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 1)} \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{2}$ $= \frac{x - \sqrt{x} - x - \sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{2}$ $= \frac{-2\sqrt{x}}{2(\sqrt{x} - 1)} = \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$				0,25 0,25 0,5
	2) $P = 2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 - 2\sqrt{x}$				0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{4}{9}$ (tm)				0,25

	 - Vẽ hình, ghi GT, KL	0,25
7 (3,5 điểm)	1.a) $\triangle ABC$ vuông tại A, đường cao AH - $BC = BH + CH = 3,6 + 6,4 = 10(\text{cm})$ - Tính được $AB^2 = BH.BC = 3,6.10 = 36 \Rightarrow AB = 6(\text{cm})$ - Tính được $\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = 0,6 \Rightarrow \widehat{ACB} \approx 37^\circ$	0,25 0,5 0,5
	1.b) + $\triangle ABM$ vuông tại A có đường cao $AK \Rightarrow AB^2 = BK.BM$ (1) + Mà $AB^2 = BH.BC$ (chứng minh câu a) (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow BK.BM = BH.BC \Rightarrow \frac{BK}{BC} = \frac{BH}{BM}$ Mặt khác góc MBC chung $\Rightarrow \triangle BHK \sim \triangle BMC$ (c.g.c)	0,25 0,25 0,25 0,25
	 2. - Vẽ hình minh họa	0,25
	+ AH là khoảng cách từ chân thang đến chân tường $\triangle ABH$ vuông tại H: Có $AB = 4\text{m}; \widehat{C} = 65^\circ$ $AH = BC.\cos C$ (Hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông) $\Rightarrow AH = 4.\cos 65^\circ \approx 1,69(\text{m})$ Vậy cần đặt chân thang cách chân tường khoảng 1,69 mét để đảm bảo an toàn.	0,25 0,25 0,25
8 (1,0 điểm)	1) Nhân lần lượt 2 vế của đẳng thức $(x + \sqrt{x^2 + 2022})(y + \sqrt{y^2 + 2022}) = 2022$ với $(x - \sqrt{x^2 + 2022})$; $(y - \sqrt{y^2 + 2022})$ ta được: $-2022(y + \sqrt{y^2 + 2022}) = 2022(x - \sqrt{x^2 + 2022})$ (1) $-2022(x + \sqrt{x^2 + 2022}) = 2022(y - \sqrt{y^2 + 2022})$ (2) Cộng các vế tương ứng của (1) và (2) ta được: $-2022(x + y) = 2022(x + y) \Rightarrow x + y = 0$	0,25 0,25

	2) Từ $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{xz} = 1 \Rightarrow x + y + z = xyz$ Ta có: $\sqrt{yz(1+x^2)} = \sqrt{yz+x^2yz} = \sqrt{yz+x(x+y+z)} = \sqrt{(x+y)(x+z)}$ Tương tự: $\sqrt{xy(1+z^2)} = \sqrt{(z+y)(z+x)}$; $\sqrt{zx(1+y^2)} = \sqrt{(y+z)(y+x)}$ Nên $Q = \frac{x}{\sqrt{(x+y)(x+z)}} + \frac{y}{\sqrt{(y+z)(y+x)}} + \frac{z}{\sqrt{(z+x)(z+y)}}$ $= \sqrt{\frac{x}{x+y} \cdot \frac{x}{x+z}} + \sqrt{\frac{y}{x+y} \cdot \frac{y}{y+z}} + \sqrt{\frac{z}{x+z} \cdot \frac{z}{y+z}}$	0,25
	Áp dụng BĐT: $\sqrt{A \cdot B} \leq \frac{A+B}{2}$ (với A, B > 0), Dấu "=" xảy ra khi A = B. Ta được $Q \leq \frac{1}{2} \left(\frac{x}{x+y} + \frac{x}{x+z} + \frac{y}{y+x} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x} + \frac{z}{z+y} \right) = \frac{3}{2}$ Vậy giá trị lớn nhất của $Q = \frac{3}{2}$ khi $x = y = z = \sqrt{3}$.	0,25