

ĐỀ BÀI

Câu 1. (2,5 điểm) Rút gọn biểu thức mà không dùng bảng số hay máy tính:

a) $5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} - \sqrt{45}$

b) $\sqrt{(2-3\sqrt{2})^2} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

c) $\left(\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} - 5\right)\left(\frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} + 6\right)$

d)

$\frac{\sin 48^\circ}{\cos 42^\circ} - \cos 60^\circ + \tan 27^\circ \cdot \tan 63^\circ + \sin 30^\circ$

Câu 2. (1,5 điểm) Giải phương trình:

a) $\sqrt{4x+20} - 3\sqrt{x+5} + \sqrt{16x+80} = 15$

b) $\sqrt{x^2+6x+9} - 5 = 8$

c) $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}} = 3$

Câu 3. (2 điểm) Với $x \geq 0$ và $x \neq 25$ cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$

a) Tính A với $x=9$.

b) Chứng minh biểu thức $B = \frac{1}{\sqrt{x}-5}$.

c) Cho $P = \frac{3.B}{A}$. Tìm x nguyên để P có giá trị là một số nguyên.

Câu 4. (3,5 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB=3$ cm, $AC=4$ cm

a) Giải tam giác ABC

b) Gọi I là trung điểm của BC , vẽ $AH \perp BC$. Tính AH , AI

c) Qua A kẻ đường thẳng xy vuông góc với AI . Đường thẳng vuông góc với BC tại B cắt xy tại điểm M , đường thẳng vuông góc với BC tại C cắt xy tại điểm N . Chứng

minh: $MB.NC = \frac{BC^2}{4}$

d) Gọi K là trung điểm của AH . Chứng minh B, K, N thẳng hàng.

Câu 5. (0,5 điểm) Giải phương trình: $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

❧HẾT❧

Hướng dẫn giải

Câu 1. a) $5\sqrt{\frac{1}{5}} + \frac{1}{2}\sqrt{20} - \sqrt{45}$

$$= 5 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{5} + \sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

$$= -\sqrt{5}$$

b) $\sqrt{(2-3\sqrt{2})^2} - \sqrt{3+2\sqrt{2}}$

$$= |2-3\sqrt{2}| - \sqrt{(\sqrt{2}+1)^2}$$

$$= 3\sqrt{2} - 2 - |\sqrt{2}+1|$$

$$= 3\sqrt{2} - 2 - \sqrt{2} - 1$$

$$= 2\sqrt{2} - 3$$

c) $\left(\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} - 5\right) \left(\frac{5+\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} + 6\right)$

$$= \left[\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}} - 5 \right] \left[\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)}{1+\sqrt{5}} + 6 \right]$$

$$= (\sqrt{5}-6)(\sqrt{5}+6)$$

$$= 5-36$$

$$= -31$$

d) $\frac{\sin 48^\circ}{\cos 42^\circ} - \cos 60^\circ + \tan 27^\circ \cdot \tan 63^\circ + \sin 30^\circ$

$$= \frac{\sin 48^\circ}{\sin 48^\circ} - \sin 30^\circ + \tan 27^\circ \cdot \cot 27^\circ + \sin 30^\circ \text{ (vì}$$

$$42^\circ + 48^\circ = 90^\circ; 27^\circ + 63^\circ = 90^\circ; 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ)$$

$$= 1+1$$

$$= 2$$

Câu 2. a) $\sqrt{4x+20} - 3\sqrt{x+5} + \sqrt{16x+80} = 15$

Điều kiện: $x \geq -5$, khi đó phương trình trở thành

$$2\sqrt{x+5} - 3\sqrt{x+5} + 4\sqrt{x+5} = 15$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x+5} = 15$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+5} = 5$$

$$\Leftrightarrow x+5 = 25$$

$$\Leftrightarrow x = 20 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy $x = 20$.

$$\text{b) } \sqrt{x^2 + 6x + 9} - 5 = 8$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2} = 13$$

$$\Leftrightarrow |x+3| = 13$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=13 \\ x+3=-13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ x=-16 \end{cases}$$

Vậy $x \in \{-16; 10\}$

$$\text{c) } \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-4}} = 3$$

Điều kiện: $x > 4$, khi đó phương trình trở thành

$$\sqrt{x+1} = 3\sqrt{x-4}$$

$$\Leftrightarrow x+1 = 9(x-4)$$

$$\Leftrightarrow 9x - x = 1 + 36$$

$$\Leftrightarrow 8x = 37$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{37}{8} \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{37}{8}$$

Câu 3. a) Thay $x = 9$ (thỏa mãn điều kiện) vào A có: $A = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-5} = \frac{5}{-2} = \frac{-5}{2}$

$$\text{b) } B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x}-15+20-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = \frac{\sqrt{x}+5}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} = \frac{1}{\sqrt{x}-5} \text{ (đpcm)}$$

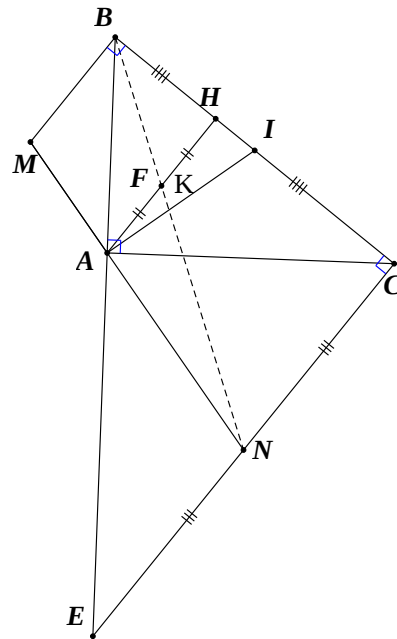
$$\text{c) } P = \frac{3.B}{A} = \frac{3}{\sqrt{x}-5} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5} = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$$

$$P \text{ có giá trị nguyên} \Leftrightarrow 3 : (\sqrt{x}+2) \Leftrightarrow \sqrt{x}+2 \in U(3) = \{\pm 1; \pm 3\}$$

Mà $\sqrt{x}+2 \geq 2$ với mọi x thỏa mãn điều kiện

$$\Rightarrow \sqrt{x}+2 = 3 \Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Câu 4.



Thay số: $BC^2 = 3^2 + 4^2$

$$BC^2 = 25 \Rightarrow BC = 5 \text{ cm.}$$

*) Ta có $\sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$

$$\Rightarrow \hat{B} \approx 53^\circ 7'$$

Ta có: $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \hat{C} \approx 90^\circ - 53^\circ 7' = 36^\circ 53'$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$$

Thay số: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{25}{(3.4)^2}$$

$$\Rightarrow AH^2 = \frac{12^2}{25}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{12}{5} \text{ cm.}$$

$$\Rightarrow AI = \frac{1}{2}BC \text{ (tính chất tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow AI = \frac{1}{2} \cdot 5 = \frac{5}{2} \text{ cm}$$

c) *) Ta có:

$$\widehat{BAM} + \widehat{BAI} = 90^\circ \quad (\text{do } AI \perp MN)$$

$$\widehat{CAI} + \widehat{BAI} = 90^\circ \quad (\text{do } \widehat{BAC} = 90^\circ)$$

$$\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CAI} \quad (1)$$

*) Ta có: $\widehat{MBA} + \widehat{ABC} = 90^\circ$ (do $BM \perp BC$)

$$\widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 90^\circ \quad (\text{do } \triangle ABC \text{ vuông tại } A)$$

$$\Rightarrow \widehat{MBA} = \widehat{ACB} \quad (2)$$

*) Xét $\triangle AMB$ và $\triangle AIC$, từ (1) và (2) $\Rightarrow \triangle AMB \simeq \triangle AIC$

$$\Rightarrow \frac{MB}{IC} = \frac{AB}{AC} \quad (\text{tính chất tam giác đồng dạng}) \quad (3)$$

*) Ta cũng chứng minh được $\triangle ABI \simeq \triangle ACN$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BI}{CN} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow \frac{MB}{IC} = \frac{BI}{CN}$$

$$\Rightarrow MB \cdot CN = IC \cdot BI$$

$$\text{Mà } IC = BI = \frac{BC}{2}$$

$$\Rightarrow MB \cdot CN = \frac{BC^2}{4}.$$

d) Gọi $F = BN \cap AH$; $E = AB \cap CN$

Có $AH \parallel CN$ (Vì cùng vuông góc với BC)

$$+) \triangle BCN \text{ có: } FH \parallel CN \Rightarrow \frac{FH}{CN} = \frac{BF}{BN} \quad (\text{định lý talet}) \quad (5)$$

$$+) \triangle BEN \text{ có: } AF \parallel EN \Rightarrow \frac{AF}{EN} = \frac{BF}{BN} \quad (\text{định lý talet}) \quad (6)$$

Ta chứng minh được: $\triangle AIN = \triangle CIN$ (ch - cgv)

$$\Rightarrow AN = CN$$

$$\triangle ACE \text{ vuông tại } A, AN = CN \Leftrightarrow AN = NE$$

$$\Rightarrow CN = EN \quad (7)$$

$$\text{Từ (5); (6) và (7)} \Rightarrow FH = AF$$

$$\Rightarrow F \text{ là trung điểm của } AH$$

Mà K là trung điểm của AH (giả thiết)

$$\Rightarrow F \equiv K$$

$$\Rightarrow B, K, N \text{ thẳng hàng.}$$

Câu 5. Ta có $x^2 + 4x + 5 = 2\sqrt{2x+3}$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x + 1) + (2x + 3 - 2\sqrt{2x+3} + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (\sqrt{2x+3}-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \sqrt{2x+3}-1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

Vậy phương trình trên có nghiệm $x = -1$

♣ HẾT ♣