

ĐỀ 1

Bài 1. (2 điểm) Tính

a) $5\sqrt{12} + 4\sqrt{27} - 6\sqrt{48}$

b) $(\sqrt{300} - 2\sqrt{675} + 5\sqrt{75}) : \sqrt{3}$

c) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

d) $\frac{2}{4-2\sqrt{3}} + \frac{2}{4+2\sqrt{3}}$

Bài 2. (2,0 điểm). Giải phương trình :

a) $\sqrt{2x+3} = 5$;

b) $5\sqrt{9x+9} - 2\sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1} = 36$.

Bài 3. (2,0 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}$ và

$$B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-6\sqrt{x}-22}{x+5\sqrt{x}+6} \quad (x \geq 0, x \neq 1).$$

a) Tính giá trị của biểu thức A tại $x = 25$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$.

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $P = A.B$ có giá trị nguyên.

Bài 4. (3,5 điểm)

1) Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài 6m. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 40° . Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến mét).

2) Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 3cm, AC = 4cm$.

a) Tính AH

b) Gọi D, E lần lượt là hình chiếu của H trên AB và AC . Chứng minh tam giác AED và tam giác ABC đồng dạng.

c) Kẻ trung tuyến AM , gọi N là giao điểm của AM và DE . Tính tỉ số diện tích của tam giác AND và tam giác ABC

Bài 5. (0,5 điểm). Tìm các số x, y, z thỏa mãn đẳng thức:

$$x + y + z + 8 = 2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-2} + 6\sqrt{z-3}$$

❧HẾT❧

ĐỀ 1

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1.

a) $5\sqrt{12} + 4\sqrt{27} - 6\sqrt{48}$
 $= 5\sqrt{2^2 \cdot 3} + 4\sqrt{3^2 \cdot 3} - 6\sqrt{4^2 \cdot 3}$
 $= 5 \cdot 2\sqrt{3} + 4 \cdot 3\sqrt{3} - 6 \cdot 4\sqrt{3}$
 $= 10\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 24\sqrt{3}$
 $= -2\sqrt{3}$

b) $(\sqrt{300} - 2\sqrt{675} + 5\sqrt{75}) : \sqrt{3}$
 $= (\sqrt{10^2 \cdot 3} - 2\sqrt{15^2 \cdot 3} + 5\sqrt{5^2 \cdot 3}) : \sqrt{3}$
 $= (10\sqrt{3} - 2 \cdot 15\sqrt{3} + 5 \cdot 5\sqrt{3}) : \sqrt{3}$
 $= (10 - 30 + 25)\sqrt{3} : \sqrt{3}$
 $= 5\sqrt{3} : \sqrt{3} = 5$

c) $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$
 $= \frac{(\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$
 $= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{5} + \sqrt{3}}{5 - 3} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

d) $\frac{2}{4 - 2\sqrt{3}} + \frac{2}{4 + 2\sqrt{3}}$
 $= \frac{2(4 + 2\sqrt{3}) + 2(4 - 2\sqrt{3})}{(4 - 2\sqrt{3})(4 + 2\sqrt{3})}$
 $= \frac{8 + 4\sqrt{3} + 8 - 4\sqrt{3}}{4^2 - (2\sqrt{3})^2}$
 $= \frac{16}{16 - 12} = \frac{16}{4} = 4$

Bài 2.

a) Điều kiện: $x \geq \frac{-3}{2}$

$$\sqrt{2x+3} = 5 \Leftrightarrow 2x+3 = 25 \Leftrightarrow x = 11 \text{ (nhận)}$$

Vậy nghiệm của phương trình là: $x = 11$

b) Điều kiện: $x \geq -1$

$$5\sqrt{9x+9} - 2\sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1} = 36 \Leftrightarrow 15\sqrt{x+1} - 4\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1} = 36$$

$$\Leftrightarrow 12\sqrt{x+1} = 36 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 3 \Leftrightarrow x+1 = 9 \Leftrightarrow x = 8 \text{ (nhận)}$$

Vậy nghiệm của phương trình $x = 8$

Bài 3.

a) Tại $x = 25$, ta được: $A = \frac{\sqrt{25}+2}{\sqrt{25}-1} = \frac{7}{4}$.

$$B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-6\sqrt{x}-22}{x+5\sqrt{x}+6} \quad (x \geq 0, x \neq 1)$$

$$= \frac{x-4+x-9-x+6\sqrt{x}+22}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+2)} = \frac{(\sqrt{x}+3)^2}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}.$$

$$b) P = AB = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{4}{\sqrt{x}-1}$$

Để $P = AB$ có giá trị nguyên thì $\frac{4}{\sqrt{x}-1}$ nguyên

$$\Rightarrow 4 : (\sqrt{x}-1) \Rightarrow (\sqrt{x}-1) \in U(4) = \{-4, -2, -1, 1, 2, 4\}$$

Khi đó:

$$\sqrt{x}-1 = -4 \Rightarrow \sqrt{x} = -3 \text{ (loại)}$$

$$\sqrt{x}-1 = -2 \Rightarrow \sqrt{x} = -1 \text{ (loại)}$$

$$\sqrt{x}-1 = -1 \Rightarrow x = 0 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\sqrt{x}-1 = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\sqrt{x}-1 = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$\sqrt{x}-1 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $x \in \{0, 4, 9, 25\}$.

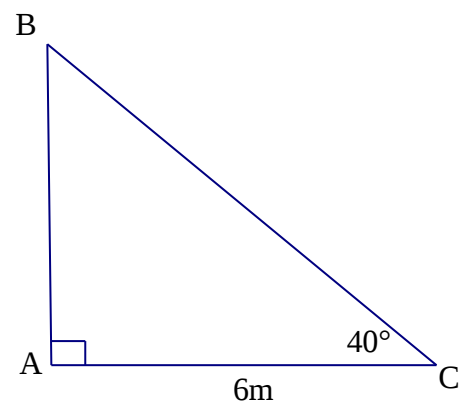
Bài 4.

1) Gọi

AB là chiều cao cột đèn.

AC là độ dài bóng của cột đèn

Góc C là góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất.



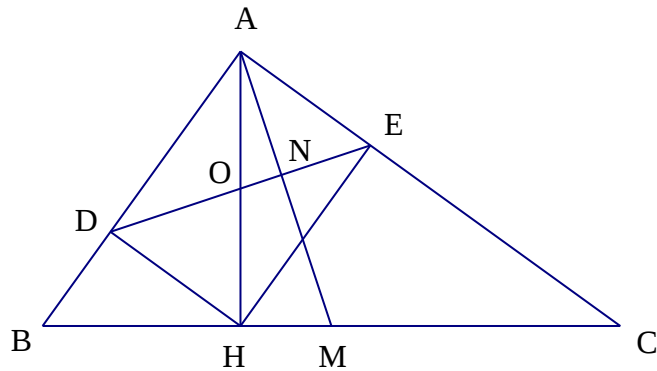
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A :

$AB = AC \cdot \tan C$ (hệ thức cạnh và góc trong tam giác vuông)

$AB = 6 \cdot \tan 40^\circ \approx 5 \text{ m}$

Vậy, chiều cao cột đèn xấp xỉ 5 m.

2)



a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH :

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} = \frac{25}{144}$$

$$AH^2 = \frac{144}{25}$$

$$AH = \frac{12}{5} \text{ (cm)}$$

b) Xét $\triangle ABH$ vuông tại H , đường cao HE :

$$AH^2 = AD \cdot AB \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H , đường cao HD

$$AH^2 = AE \cdot AC \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow AD \cdot AB = AE \cdot AC$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$$

Xét $\triangle ADE$ và $\triangle ACB$:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} \text{ (chứng minh trên)}$$

$\widehat{BAC}$ chung

$$\Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ACB \text{ (c-g-c)}$$

c) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , đường trung tuyến AM

$$\Rightarrow AM = MB = MC$$

$$MA = MC \Rightarrow \triangle AMC \text{ cân tại } M$$

$$\Rightarrow \widehat{MAE} = \widehat{MCA}$$

$$MA = MB$$

$\Rightarrow \triangle AMB$ cân tại M

$$\Rightarrow \widehat{NAD} = \widehat{ABC}$$

$$\text{Có : } \widehat{OAE} = \widehat{OEA}$$

Mà $\widehat{OAE} = \widehat{ABH}$ (cùng phụ $\widehat{OAD}$)

$$\Rightarrow \widehat{ABH} = \widehat{OEA}$$

$$\text{Có : } \widehat{ABH} + \widehat{ACB} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{NAE} + \widehat{NEA} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ANE} = 90^\circ$$

Xét $\triangle AND$ và $\triangle BAC$:

$$\widehat{AND} = \widehat{BAC} = 90^\circ$$

$$\widehat{NAD} = \widehat{ABC}$$

$$\Rightarrow \triangle AND \sim \triangle BAC \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AND}}{S_{BAC}} = \left(\frac{AD}{BC} \right)^2$$

Có $\triangle AHB$ vuông tại H , đường cao HD :

$$AH^2 = AD \cdot AB$$

$$\Rightarrow AD = \frac{AH^2}{AB} = \frac{2,4^2}{3} = 1,92 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AND}}{S_{BAC}} = \left(\frac{AD}{BC} \right)^2 = \left(\frac{1,92}{3} \right)^2 = 0,4096$$

Bài 5. (0,5 điểm). Tìm các số x, y, z thỏa mãn đẳng thức:

$$x + y + z + 8 = 2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-2} + 6\sqrt{z-3}$$

Lời giải

Điều kiện : $x \geq 1$; $y \geq 2$; $z \geq 3$

$$x + y + z + 8 = 2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-2} + 6\sqrt{z-3}$$

$$\Leftrightarrow x - 1 - 2\sqrt{x-1} + 1 + y - 2 - 4\sqrt{y-2} + 4 + z - 3 - 6\sqrt{z-3} + 9 = 0.$$

Vì $x \geq 1$; $y \geq 2$; $z \geq 3$ nên ta có

$$\left(\sqrt{x-1} - 1 \right)^2 + \left(\sqrt{y-2} - 2 \right)^2 + \left(\sqrt{z-3} - 3 \right)^2 = 0$$

$$\text{Suy ra } \left(\sqrt{x-1} - 1 \right)^2 = 0 \text{ và } \left(\sqrt{y-2} - 2 \right)^2 = 0 \text{ và } \left(\sqrt{z-3} - 3 \right)^2 = 0$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{x-1} = 1 \text{ và } \sqrt{y-2} = 2 \text{ và } \sqrt{z-3} = 3$$

$$\text{Suy ra } x - 1 = 1 \text{ và } y - 2 = 4 \text{ và } z - 3 = 9$$

$$\text{Suy ra } x = 2 \text{ và } y = 6 \text{ và } z = 12 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy $x = 2$ và $y = 6$ và $z = 12$.

_____ **THCS.TOANMATH.com** _____