

Câu 1. Tính giá trị biểu thức .

1) $5\sqrt{20} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{\frac{1}{5}} - 2\sqrt{27}$

2) $\sqrt{125} + 2 + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$

3) $\frac{9}{\sqrt{10} - 1} + \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

4) $\sin 32^\circ + 3\cos^2 23^\circ - \cos 58^\circ + 3\cos^2 67^\circ - \frac{\cot 16^\circ}{\tan 74^\circ}$

Bài 6: Giải các phương trình.

a) $\sqrt{4x+20} - 2\sqrt{x+5} + \sqrt{9x+45} = 6.$

b) $\sqrt{9x^2 - 6x + 1} = 9.$

c) $\sqrt{2x-1} - 2\sqrt{x+1} = 0.$

Bài 7: Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{x-4}$ và $B = \frac{-4}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$ (với $x \geq 0$; $x \neq 4$).a) Tính giá trị của A khi $x = 9$.b) Rút gọn biểu thức B .c) So sánh $P = \frac{A}{B}$ với 1 khi $x > 4$.**Câu 4.**1) Tính chiều cao cột cờ, biết bóng của cột cờ được chiếu bởi ánh sáng của Mặt Trời xuống đất dài 10,5m và góc tạo bởi tia sáng với mặt đất là $35^\circ 45'$ 2) Cho tam giác ABC vuông tại A , AH là đường cao.a) Biết $BH = 3,6\text{cm}$, $CH = 6,4\text{cm}$ Tính AH , AC , AB và $\widehat{HAC}$ b) Qua B kẻ tia $Bx \parallel AC$, Tia Bx cắt AH tại K , Chứng minh: $AH \cdot AK = BH \cdot BC$ c) Kẻ $KE \perp AC$ tại E . Chứng minh: $HE = \frac{3}{5}KC$ với số đo đã cho ở câu ad) Gọi I giao điểm các đường phân giác các góc trong của tam giác ABC . Gọi r là khoảng cách từ I đến cạnh BC . Chứng minh: $\frac{r}{AH} \geq \frac{1}{3}$ **Câu 5.** Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $x + y \geq 3$.Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2x^2 + y^2 + \frac{28}{x} + \frac{1}{y}$

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1.**

$$1) 5\sqrt{20} - 3\sqrt{12} + 5\sqrt{\frac{1}{5}} - 2\sqrt{27}$$

$$= 10\sqrt{5} - 6\sqrt{3} + \sqrt{\frac{25}{5}} - 6\sqrt{3} = 10\sqrt{5} + \sqrt{5} - 12\sqrt{3} = 11\sqrt{5} - 12\sqrt{3}$$

$$2) \sqrt{125} + 2 + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$$

$$= 5\sqrt{5} + 2 + \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} = 5\sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 1$$

$$= 6\sqrt{5} + 1$$

$$3) \frac{9}{\sqrt{10} - 1} + \frac{5\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{9(\sqrt{10} + 1)}{10 - 1} + \frac{\sqrt{5}(\sqrt{10} - 1)}{\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} - 1 = 2\sqrt{10}$$

$$4) \sin 32^\circ + 3\cos^2 23^\circ - \cos 58^\circ + 3\cos^2 67^\circ - \frac{\cot 16^\circ}{\tan 74^\circ}$$

$$= \cos 58^\circ + 3\cos^2 23^\circ - \cos 58^\circ + 3\sin^2 23^\circ - \frac{\tan 74^\circ}{\tan 74^\circ}$$

$$= 3(\cos^2 23^\circ + \sin^2 23^\circ) - 1 = 3 - 1 = 2$$

Câu 2.

$$a) \sqrt{4x + 20} - 2\sqrt{x + 5} + \sqrt{9x + 45} = 6$$

$$\text{ĐK: } x \geq -5$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x + 5} - 2\sqrt{x + 5} + 3\sqrt{x + 5} = 6$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x + 5} = 6$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x + 5} = 2$$

$$\Leftrightarrow x + 5 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy $x = -1$.

$$b) \sqrt{9x^2 - 6x + 1} = 9$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(3x - 1)^2} = 9$$

$$\Leftrightarrow |3x - 1| = 9$$

$$\text{TH1: } 3x - 1 = 9$$

$$\text{TH2: } 3x - 1 = -9$$

$$\Leftrightarrow 3x = 10$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{3} \text{ (Thỏa mãn)}$$

$$\Leftrightarrow 3x = -8$$

$$\Leftrightarrow 3x = -8$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8}{3} \text{ (Thỏa mãn)}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ \frac{10}{3}; -\frac{8}{3} \right\}.$$

$$\text{c) } \sqrt{2x-1} - 2\sqrt{x} + 1 = 0 \quad \text{ĐK: } x \geq \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x-1} = 2\sqrt{x} - 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x} - 1 \geq 0 \\ 2x - 1 = (2\sqrt{x} - 1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ 2x - 1 = 4x - 4\sqrt{x} + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ 2x - 4\sqrt{x} + 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ x - 2\sqrt{x} + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ (\sqrt{x} - 1)^2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{4} \\ x = 1(TM) \end{cases}$$

Vậy $x = 1$.

Câu 3. a) Với $x = 9$ (thỏa mãn) $\Rightarrow \sqrt{x} = 3$.

Thay $x = 9$ và $\sqrt{x} = 3$ vào A ta được

$$A = \frac{\sqrt{x} + 3}{x - 4} = \frac{3 + 3}{9 - 4} = \frac{6}{5}$$

Vậy với $x = 9$ thì $A = \frac{6}{5}$.

$$\text{b) } B = \frac{-4}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} \\
&= \frac{-4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\
&= \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\
&= \frac{1}{\sqrt{x}+2}.
\end{aligned}$$

c) Ta có: $P = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}+3}{x-4} : \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \cdot (\sqrt{x}+2) = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}$

Xét hiệu $P-1 = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - 1 = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2} = \frac{5}{\sqrt{x}-2}$

Ta có: $x > 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} > 2 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 > 0$

$$\Rightarrow \frac{5}{\sqrt{x}-2} > 0$$

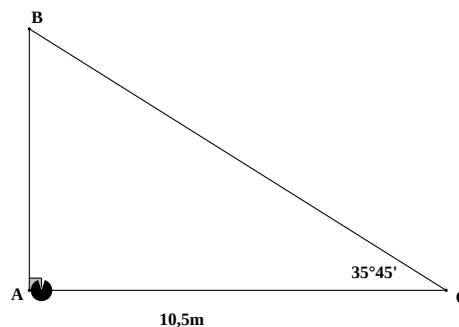
$$\Rightarrow P-1 > 0$$

$$\Rightarrow P > 1$$

Vậy $P > 1$

Câu 4.

1)



Gọi AB là chiều cao cột cờ. AC là bóng của cột cờ trên mặt đất

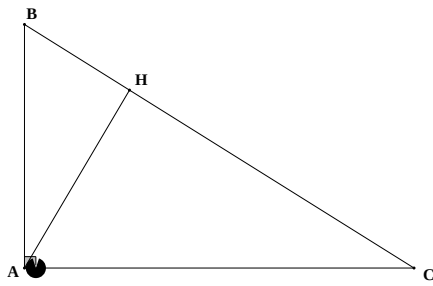
Xét tam giác ABC vuông tại A

$$AB = AC \cdot \tan C$$

$$\Rightarrow AB = 10,5 \cdot \tan 35^\circ 45' \approx 6,75(\text{m})$$

Vậy cột cờ cao xấp xỉ $6,75(\text{m})$

2)



Tam giác ABC vuông tại A ; $AH \perp BC$

$$BC = BH + HC = 3,6 + 6,4 = 10(cm)$$

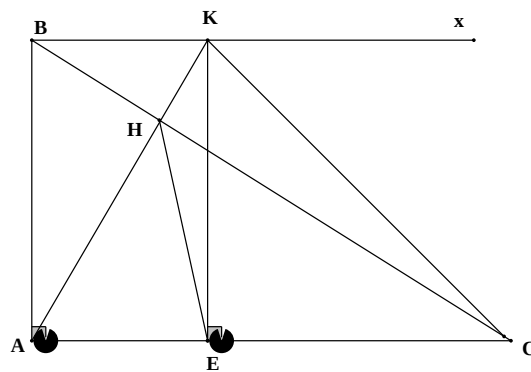
$$AH^2 = BH \cdot CH = 3,6 \cdot 6,4 \Rightarrow AH = 4,8(cm)$$

$$AB^2 = BH \cdot BC = 3,6 \cdot 10 = 36 \Rightarrow AB = 6(cm)$$

$$AC^2 = CH \cdot BC = 6,4 \cdot 10 = 64 \Rightarrow AC = 8(cm)$$

Tam giác AHC vuông tại H nên:

$$\sin \widehat{HAC} = \frac{HC}{AC} = \frac{6,4}{8} \Rightarrow \widehat{HAC} \approx 53^\circ 8'$$



b) Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BK \parallel AC \\ AB \perp AC \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp BK$$

+) Tam giác ABC vuông tại A ; $AH \perp BC$

$$\Rightarrow AB^2 = BH \cdot BC$$

+) Tam giác ABK vuông tại B ; $BH \perp AK$

$$\Rightarrow AB^2 = AH \cdot AK$$

$$\text{Suy ra } AH \cdot AK = BH \cdot BC$$

c) Xét tam giác AHC và tam giác AEK có

$$\widehat{AHC} = \widehat{AEK} = 90^\circ$$

$$\widehat{CAK} \text{ chung}$$

Vậy tam giác $\triangle AHC \sim \triangle AEK$ ($g - g$)

Ta có: $P = \left(\frac{14}{x} + \frac{14}{x} + \frac{7}{4}x^2 \right) + \left(\frac{1}{2y} + \frac{1}{2y} + \frac{y^2}{2} \right) + \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{y^2}{2} \right)$

$$P = \left(\frac{14}{x} + \frac{14}{x} + \frac{7}{4}x^2 \right) + \left(\frac{1}{2y} + \frac{1}{2y} + \frac{y^2}{2} \right) + \frac{1}{4}(x^2 + 4) + \frac{1}{2}(y^2 + 1) - \frac{3}{2}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$+) \frac{14}{x} + \frac{14}{x} + \frac{7}{4}x^2 \geq 3\sqrt[3]{49 \cdot 7} \text{ . Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow \frac{14}{x} + \frac{14}{x} + \frac{7}{4}x^2 \geq 21$$

$$+) \frac{1}{2y} + \frac{1}{2y} + \frac{y^2}{2} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{8}} \text{ . Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow y = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2y} + \frac{1}{2y} + \frac{y^2}{2} \geq \frac{3}{2}$$

$$+) x^2 + 4 \geq 4x \text{ . Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = 2$$

$$+) y^2 + 1 \geq 2y \text{ . Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow y = 1$$

$$\Rightarrow P = \left(\frac{14}{x} + \frac{14}{x} + \frac{7}{4}x^2 \right) + \left(\frac{1}{2y} + \frac{1}{2y} + \frac{y^2}{2} \right) + \frac{1}{4}(x^2 + 4) + \frac{1}{2}(y^2 + 1) - \frac{3}{2} \geq 21 + \frac{3}{2} + x + y - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow P \geq 21 + \frac{3}{2} + 3 - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow P \geq 24 \text{ . Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = 2; y = 1$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 24 \Leftrightarrow x = 2; y = 1$$

_____ **THCS.TOANMATH.com** _____