

Bài 1: (1,5 điểm) Thực hiện phép tính:

a) $A = 2\sqrt{8} - \frac{2}{3}\sqrt{18} + \sqrt{50}$

b) $B = \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$

c) $C = \cot 30^\circ \cdot \sin^2 65^\circ + \tan 60^\circ \cdot \sin^2 25^\circ - \frac{2 \cos 39^\circ}{\sin 51^\circ}$

Bài 2: (3 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{x-3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} - \frac{2}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức A với $x = \frac{1}{4}$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Cho $P = B : A$. Tìm x để $P = \frac{5}{2}$

d) Tìm x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 3: (1,5 điểm) Giải phương trình:

a) $\sqrt{9x} - 5\sqrt{x} = 6 - 4\sqrt{x}$

b) $\sqrt{x^2 + x + 5} = x + 1$

Bài 4: (0,5 điểm) Tại một thời điểm trong ngày, một cái cây có bóng trên mặt đất dài 4,5m .
Tính chiều cao của cây biết tia nắng mặt trời hợp với phương thẳng đứng một góc 50° .

Bài 5: (3 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AD . Biết $AB = 6\text{ cm}$, $BC = 10\text{ cm}$.

a) Tính AC , góc B và góc C .

b) Kẻ DE vuông góc với AB ở E và DF vuông góc với AC ở F . Tính độ dài EF .

c) Chứng minh $AB^3 \cdot CF = AC^3 \cdot BE$.

♣ HẾT ♣

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1:

$$a) A = 2\sqrt{8} - \frac{2}{3}\sqrt{18} + \sqrt{50}$$

$$A = 2.2\sqrt{2} - \frac{2}{3}.3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$

$$A = 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$

$$A = 7\sqrt{2}.$$

$$b) B = \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

$$B = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}} - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$$

$$B = \sqrt{3}+1 - \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2}$$

$$B = \sqrt{3}+1 - (\sqrt{3}+1)$$

$$B = 0$$

$$c) C = \cot 30^\circ \cdot \sin^2 65^\circ + \tan 60^\circ \cdot \sin^2 25^\circ - \frac{2 \cos 39^\circ}{\sin 51^\circ}$$

$$C = \cot 30^\circ \cdot \sin^2 65^\circ + \cot 30^\circ \cdot \cos^2 65^\circ - \frac{2 \cos 39^\circ}{\cos 39^\circ}$$

$$C = \cot 30^\circ \cdot (\sin^2 65^\circ + \cos^2 65^\circ) - 2$$

$$C = \cot 30^\circ \cdot 1 - 2$$

$$C = \sqrt{3} - 2$$

Bài 2:

$$a) x = \frac{1}{4} \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}+1}}{\sqrt{\frac{1}{4}-3}} = \frac{\frac{1}{2}+1}{\frac{1}{2}-3} = \frac{-3}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{1}{4} \text{ thì } A = \frac{-3}{5}$$

$$b) \text{Ta có: } B = \frac{x-3}{x-9} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} - \frac{2}{3-\sqrt{x}} \text{ với } x \geq 0; x \neq 9$$

$$= \frac{x-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} + \frac{2}{\sqrt{x}-3}$$

$$= \frac{x-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{2(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{x-3+\sqrt{x}-3+2\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\
&= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\
&= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\
&= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}
\end{aligned}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

c) Ta có: $P = B : A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

$$\begin{aligned}
\text{Đề } P = \frac{5}{2} &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-5\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1} = 0 \Leftrightarrow \frac{-3\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+1} = 0 \\
&\Rightarrow -3\sqrt{x}-5=0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{-5}{3}
\end{aligned}$$

Vì $\sqrt{x} \geq 0, \forall x \geq 0; x \neq 9$ mà $\frac{-5}{3} < 0 \Rightarrow$ không có x thỏa mãn $P = \frac{5}{2}$

d) Với $x \geq 0; x \neq 9 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \geq 0 \Rightarrow P \geq 0$ (1)

Ta có $P-1 = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} - 1 = \frac{-1}{\sqrt{x}+1} < 0 \Rightarrow P < 1$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 0 \leq P < 1$ mà $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (thỏa mãn)

Vậy $x = 0$ thì P nhận giá trị nguyên.

Bài 3: a) $\sqrt{9x}-5\sqrt{x}=6-4\sqrt{x}$ (*)

Điều kiện xác định: $x \geq 0$

$$(*) \Leftrightarrow 3\sqrt{x}-5\sqrt{x}=6-4\sqrt{x}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x}-5\sqrt{x}+4\sqrt{x}=6$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}=6$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}=3$$

$$\Leftrightarrow x=9 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $x=9$

$$b) \sqrt{x^2 + x + 5} = x + 1$$

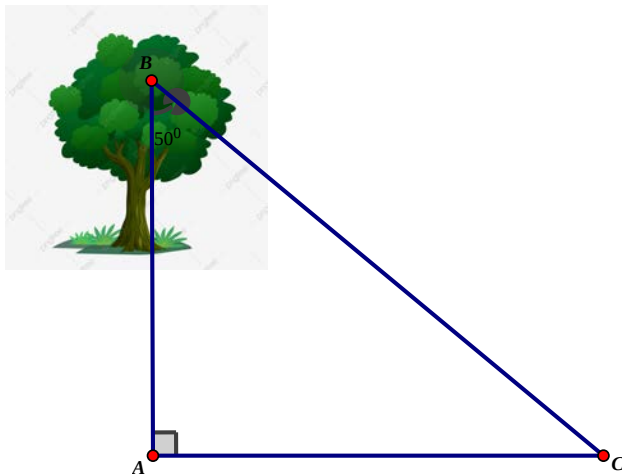
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \sqrt{x^2 + x + 5} = (x + 1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 + x + 5 = x^2 + 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy $x = 4$

Bài 4:



Ta có hình minh họa, trong đó:

AB : là chiều cao của cây

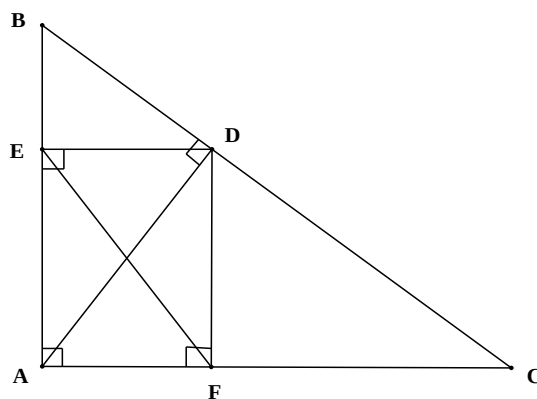
AC : độ dài bóng cây, $AC = 4,5$ m

$\widehat{ABC}$ là góc hợp bởi tia nắng mặt trời với phương thẳng đứng, $\widehat{ABC} = 50^\circ$.

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

$$AC = AB \cdot \tan B \Rightarrow AB = \frac{AC}{\tan B} = \frac{4,5}{\tan 50^\circ} \approx 3,8 \text{ (m)}$$

Bài 5:



a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , theo định lý Pytago ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = 10^2 - 6^2 = 64$$

$$\Leftrightarrow AC = 8(\text{cm}).$$

$$\text{Ta có: } \sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \Rightarrow \hat{B} \approx 53^\circ.$$

Vì $\triangle ABC$ vuông tại A nên $\hat{C} = 90^\circ - \hat{B} = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$.

b) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AD , ta có:

$AB.AC = AD.BC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$$\Leftrightarrow AD = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{6.8}{10} = 4,8(\text{ cm}).$$

Xét tứ giác $AEDF$ có $\widehat{EAF} = \widehat{AED} = \widehat{AFD} = 90^\circ$, suy ra $AEDF$ là hình chữ nhật.

$\Rightarrow EF = AD$ (hai đường chéo của hình chữ nhật bằng nhau)

Mà $AD = 4,8\text{ cm}$

$\Rightarrow EF = 4,8\text{ cm}.$

$$\text{c) Ta có } AB^3.CF = AC^3.BE \Leftrightarrow \left(\frac{AB}{AC}\right)^3 = \frac{BE}{CF}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{AB}{AC}\right)^4 = \frac{BE}{CF} \cdot \frac{AB}{AC}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{AB^2}{AC^2}\right)^2 = \frac{BE.AC}{CF.AC}. \quad (1)$$

Xét các tam giác vuông ABC , ADB , ACD ta có:

$$AB^2 = BD.BC; AC^2 = CD.BC; BE.BA = BD^2; CF.CA = CD^2.$$

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow \left(\frac{BD.BC}{CD.BC}\right)^2 = \frac{BD^2}{CD^2} \Leftrightarrow \left(\frac{BD}{CD}\right)^2 = \left(\frac{BD}{CD}\right)^2 \text{ (luôn đúng).}$$

Vậy $AB^3.CF = AC^3.BE$.

☞ HẾT ☞