

Bài 1: (2 điểm) Thực hiện phép tính:

a) $3\sqrt{8} - 6\sqrt{\frac{1}{18}} + \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}}$.

b) $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$.

c) $\frac{4}{\sqrt{3}+1} - \frac{5}{\sqrt{3}-2} + \frac{6}{\sqrt{3}-3}$.

Bài 2: (2 điểm) Giải phương trình:

a) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 3 = 0$

b) $\sqrt{1+x} + \frac{1}{2}\sqrt{16x+16} - 6 = 0$

c) $3x - \sqrt{x+1} + 1 = 0$.

Bài 3: (2 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{2\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{3+\sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x}$ với $x \geq 0$; $x \neq 9$.

a) Tính giá trị biểu thức của A khi $x = 4$.

b) Rút gọn biểu thức B.

c) Biết $C = \frac{B}{A}$. Tìm x nguyên để $C < \frac{-1}{3}$.

Bài 4: (1,5 điểm) Hải đăng Đa Lát là một trong những ngọn hải đăng cao nhất Việt Nam, được đặt trên đảo Đa Lát ở vị trí cực Tây Quần đảo, thuộc xã đảo Trường Sa, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa. Ngọn hải đăng được xây dựng năm 1994, cao 42 mét, có tác dụng chỉ vị trí đảo, giúp tàu thuyền hoạt động trong vùng biển Trường Sa định hướng và xác định được vị trí của mình. Một người đi trên tàu đánh cá muốn đến ngọn hải đăng Đa Lát, người đó đứng trên mũi tàu cá và dùng giác kế đo được góc giữa mũi tàu và tia nắng chiếu từ đỉnh ngọn hải đăng đến tàu là 10° .

a) Tính khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng (làm tròn đến 1 chữ số thập phân).

b) Biết cứ đi 10m thì tàu đó hao tốn hết 0,02 lít dầu. Hỏi tàu đó đi đến ngọn hải đăng Đa Lát cần tối thiểu bao nhiêu lít dầu?



Bài 5: (2 điểm) Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH.

a) Cho $AB = 6\text{ cm}$ và $\cos \widehat{ABC} = \frac{3}{5}$. Tính BC, AC, BH.

b) Kẻ $HD \perp AB$ tại D, $HE \perp AC$ tại E. Chứng minh $AD \cdot AB = AE \cdot AC$

c) Gọi I là trung điểm BC, AI cắt DE tại K. Chứng minh: $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AE^2}$.

Bài 6: (0,5 điểm) Cho $x = 1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4}$.

Tìm giá trị biểu thức: $P = x^5 - 4x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 2019$.

☞ HẾT ☞

PHÒNG GD VÀ ĐT QUẬN HOÀN KIẾM
TRƯỜNG THCS NGÔ SĨ LIÊN

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ 1

NĂM HỌC 2020 - 2021

MÔN TOÁN - LỚP 9

THCS.TOANMATH.com

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1: a) $3\sqrt{8} - 6\sqrt{\frac{1}{18}} + \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}} = 3.2\sqrt{2} - 6\frac{\sqrt{2}}{3.2} + \frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{2})}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 1.$

b) $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{4-2\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = 2-\sqrt{3} + \sqrt{3}-1 = 1.$

c)
$$\begin{aligned} & \frac{4}{\sqrt{3}+1} - \frac{5}{\sqrt{3}-2} + \frac{6}{\sqrt{3}-3} \\ &= \frac{4(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} - \frac{5(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)} + \frac{6(\sqrt{3}+3)}{(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-3)} \\ &= \frac{4(\sqrt{3}-1)}{3-1} - \frac{5(\sqrt{3}+2)}{3-4} + \frac{6(\sqrt{3}+3)}{3-9} \\ &= 2(\sqrt{3}-1) + 5(\sqrt{3}+2) - (\sqrt{3}+3) \\ &= 2\sqrt{3}-2+5\sqrt{3}+10-\sqrt{3}-3 \\ &= 6\sqrt{3}+5. \end{aligned}$$

Bài 2: a) $\sqrt{x^2-4x+4}-3=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-4x+4}=3 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2}=3$
 $\Leftrightarrow |x-2|=3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3 \\ x-2=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-1 \end{cases}$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{-1; 5\}$.

b) Điều kiện xác định: $x \geq -1$

$$\begin{aligned} \sqrt{1+x} + \frac{1}{2}\sqrt{16x+16} - 6 &= 0 \Leftrightarrow \sqrt{1+x} + \frac{1}{2}.4\sqrt{1+x} = 6 \\ \Leftrightarrow \sqrt{1+x} + 2\sqrt{1+x} &= 6 \Leftrightarrow 3\sqrt{1+x} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{1+x} = 2 \\ \Rightarrow 1+x &= 4 \Leftrightarrow x = 3 \text{ (thỏa mãn).} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{3\}$.

c) $3x - \sqrt{x+1} + 1 = 0$
 $\Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 3x+1$

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x \geq -1 \\ x \geq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{3}$$

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 3x - \sqrt{x+1} + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 3x+1$$

$$\Leftrightarrow x+1 = 9x^2 + 6x + 1$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(9x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 9x+5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0(TM) \\ x = -\frac{5}{9}(L) \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{0\}$.

Bài 3: a) Thay $x = 4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A = \frac{2 \cdot 2 + 4}{2 - 3} = -8$

Vậy tại $x = 4$ thì $A = -8$.

b) Điều kiện xác định: $x \geq 0$; $x \neq 9$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{3 + \sqrt{x}} + \frac{x+9}{9-x}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(3 - \sqrt{x})}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})} + \frac{x+9}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x} - x + x + 9}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})}$$

$$B = \frac{3\sqrt{x} + 9}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})}$$

$$B = \frac{3(\sqrt{x} + 3)}{(3 + \sqrt{x})(3 - \sqrt{x})}$$

$$B = \frac{3}{3 - \sqrt{x}}.$$

c) Ta có:

$$C = \frac{B}{A} = \frac{3}{3 - \sqrt{x}} : \frac{2\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 3} = \frac{3}{3 - \sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x} - 3}{2\sqrt{x} + 4} = \frac{-3}{2\sqrt{x} + 4}$$

$$\text{Để } C < \frac{-1}{3} \Rightarrow \frac{-3}{2\sqrt{x} + 4} < \frac{-1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{2\sqrt{x} + 4} + \frac{1}{3} < 0 \Leftrightarrow \frac{-9 + 2\sqrt{x} + 4}{3(2\sqrt{x} + 4)} < 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - 5}{3(2\sqrt{x} + 4)} < 0$$

Với mọi x thỏa mãn điều kiện: $\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 2\sqrt{x} + 4 > 0 \Rightarrow 3(2\sqrt{x} + 4) > 0$

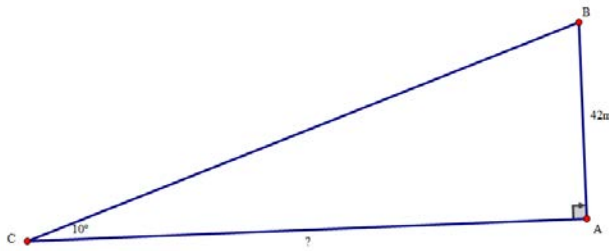
$$\Rightarrow 2\sqrt{x} - 5 < 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} < 5 \Leftrightarrow \sqrt{x} < \frac{5}{2} \Rightarrow x < \frac{25}{4}$$

Kết hợp với điều kiện xác định $\Rightarrow 0 \leq x < \frac{25}{4}$

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Vậy với $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ thì $C < \frac{-1}{3}$.

Bài 4:



a) Gọi chân ngọn hải đăng là A , đỉnh ngọn hải đăng là B , mũi tàu là C ta có $\triangle ABC$ vuông tại A , $\hat{C} = 10^\circ$.

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông ta có:

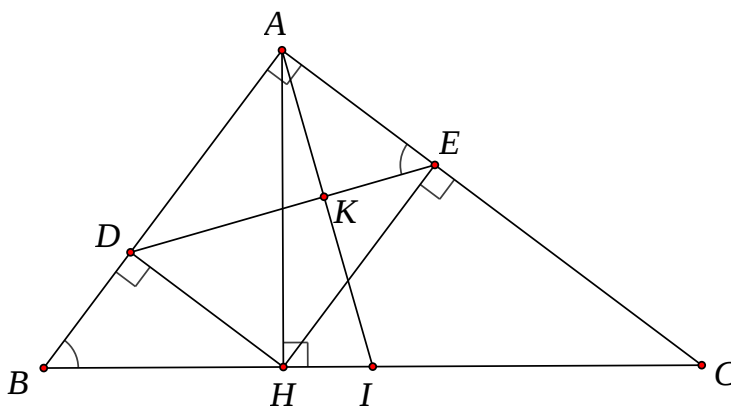
$$AC = AB \cdot \cot C = 42 \cdot \cot 10^\circ \approx 238,2$$

Vậy khoảng cách từ tàu đến chân ngọn hải đăng xấp xỉ 238,2 m.

b) Tàu đó đi 1m cần số lít dầu là: $0,02 : 10 = 0,002$ l

Tàu đó đi đến ngọn hải đăng Đá Lát cần tối thiểu số lít dầu là: $0,002 \cdot 238,2 = 0,4764$ lít

Bài 5:



$$\text{a) Tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow AB = BC \cdot \cos C \Rightarrow BC = \frac{AB}{\cos C} = \frac{6}{\frac{3}{5}} = 10(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pytago vào tam giác vuông ABC có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow AC = 8(\text{cm})$$

$\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH ta có:

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{6^2}{10} = 3,6(\text{cm})$$

b) $\triangle ABH$ vuông tại H , đường cao HD ta có: $AH^2 = AD \cdot AB$

$\triangle ACH$ vuông tại H , đường cao HE ta có: $AH^2 = AE \cdot AC$

$$\Rightarrow AD \cdot AB = AE \cdot AC$$

c) Tam giác ABC vuông tại A , AI là đường trung tuyến

$$\Rightarrow AI = IB = IC = \frac{BC}{2} \Rightarrow \triangle AIC \text{ cân tại } I \Rightarrow \widehat{IAC} = \widehat{ICA} \quad (1)$$

Xét hai tam giác $\triangle AED$ và $\triangle ABC$ có chung góc A ; $AD \cdot AB = AE \cdot AC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$

$$\text{Suy ra } \triangle AED \sim \triangle ABC \text{ (c - g - c)} \Rightarrow \widehat{AED} = \widehat{ABC} \quad (2)$$

$$\text{Mà tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{ICA} = 90^\circ \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{IAC} + \widehat{AED} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AKE} = 90^\circ \Rightarrow AK \perp ED$ tại K

$$\text{Xét } \triangle ADE \text{ vuông tại } A, \text{ đường cao } AK \Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{AE^2}.$$

Bài 6: Ta có: $(1 + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{2} - 1) = (\sqrt[3]{2})^3 - 1^3 = 1$

$$\Rightarrow x(\sqrt[3]{2} - 1) = 1 \Leftrightarrow \sqrt[3]{2} \cdot x = x + 1 \Leftrightarrow 2x^3 = (x + 1)^3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$\text{Khi đó } P = x^5 - 4x^4 + x^3 - x^2 - 2x + 2019$$

$$= (x^3 - 3x^2 - 3x - 1)(x^2 - x + 1) + 2020 = 2020$$

Vậy $P = 2020$.

♣ HẾT ♣