

Bài 6: (2 điểm) Thực hiện phép tính

a) $A = 3\sqrt{125} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$

b) $B = (2 + \sqrt{7})\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{20} + 5}{\sqrt{5} + 2}$

c) $C = \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ - \tan 35^\circ + \cot 55^\circ - \frac{\cot 32^\circ}{\tan 58^\circ}$

Bài 7: (1,5 điểm).

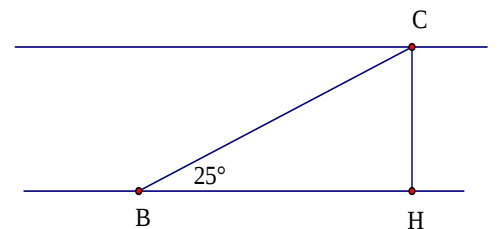
Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{9x - 27} - \sqrt{x - 3} = 6$

b) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x + 1} = 0$

Bài 8: (2,5 điểm)Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{x + \sqrt{x} + 1}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} - \frac{5\sqrt{x} - 2}{x - 2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 4$ 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 9$.2) Rút gọn biểu thức B .3) Tìm các giá trị của x để $B \leq -\frac{1}{2}$.4) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{6A}{B}$ **Bài 9:** (3,5 điểm)

1) Một con thuyền đi qua một khúc sông theo hướng từ B đến C (như hình vẽ) với vận tốc $3,5 \text{ km/h}$ trong 12 phút. Biết rằng đường đi của thuyền tạo với bờ sông một góc 25° . Hãy tính chiều rộng của khúc sông? (Kết quả tính theo đơn vị km , làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



2) Cho tam giác ABC nhọn có đường cao AH . Gọi E là hình chiếu của H trên AB .

a. Biết $AE = 3,6 \text{ cm}$; $BE = 6,4 \text{ cm}$. Tính AH, EH và góc B . (Số đo góc làm tròn đến độ)

b. Kẻ HF vuông góc với AC tại F . Chứng minh $AB \cdot AE = AC \cdot AF$.

c. Đường thẳng qua A và vuông góc với EF cắt BC tại D ; EF cắt AH tại O .

Chứng minh rằng $S_{ADC} = \frac{S_{AOE}}{\sin^2 B \cdot \sin^2 C}$

Bài 10: (0,5 điểm)

Giải phương trình $2\sqrt{2x-1} = 8 - \sqrt[3]{x+3}$.

☞HẾT☞

TRƯỜNG THCS GIẢNG VỖ

THCS.TOANMATH.com

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ 1

NĂM HỌC 2020 - 2021

MÔN TOÁN - LỚP 9

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1. $A = 3\sqrt{125} + \sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = 15\sqrt{5} + |2-\sqrt{5}| = 15\sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 = 2(8\sqrt{5} - 1)$

a)

$$\begin{aligned} B &= (2+\sqrt{7})\sqrt{11-4\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{20}+5}{\sqrt{5}+2} \\ &= (2+\sqrt{7})\sqrt{(2-\sqrt{7})^2} - \frac{2\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{(\sqrt{5}+2)} \\ &= (2+\sqrt{7})|2-\sqrt{7}| - \frac{\sqrt{5}(2+\sqrt{5})}{(\sqrt{5}+2)} \\ &= (2+\sqrt{7})(\sqrt{7}-2) - \sqrt{5} \\ &= 7-4-\sqrt{5} = 3-\sqrt{5} \end{aligned}$$

b) $C = \sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ - \tan 35^\circ + \cot 55^\circ - \frac{\cot 32^\circ}{\tan 58^\circ}$

$$C = \sin^2 25^\circ + \cos^2 25^\circ - \tan 35^\circ + \tan 35^\circ - \frac{\cot 32^\circ}{\cot 32^\circ} = 1 + 0 - 1 = 0.$$

Câu 2.

a) $\sqrt{9x-27} - \sqrt{x-3} = 6$ (ĐKXĐ: $x \geq 3$)

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-3} - \sqrt{x-3} = 6$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-3} = 6$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-3} = 3$$

$$\Leftrightarrow x-3 = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \text{ (thỏa mãn ĐKXĐ)}$$

Kết luận: $x \in \{12\}$

b) $\sqrt{x^2+2x+1} - \sqrt{x+1} = 0$ (ĐKXĐ: $x \geq -1$)

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2} - \sqrt{x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+1}(\sqrt{x+1}-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} = 0 \\ \sqrt{x+1} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = 0 \\ x+1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (TM)} \\ x = 0 \text{ (TM)} \end{cases}$$

Kết luận: $x \in \{-1; 0\}$

Câu 3.

1) Khi $x = 9 \Rightarrow \sqrt{x} = 3$ thỏa mãn điều kiện. Thay vào biểu thức A ta được:

$$A = \frac{3-2}{9+3+1} = \frac{1}{13}. \text{ Vậy khi } x = 9 \text{ thì } A = \frac{1}{13}$$

2) Với $x > 0; x \neq 4$ ta có: $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}-2}{x-2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

$$= \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{5\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{5\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{2x - (5\sqrt{x}-2) - (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{2x - 5\sqrt{x} + 2 - x + \sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$= \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$$

Vậy $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 4$

3) Với $x > 0; x \neq 4$ để $B \leq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} \leq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{2} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x}-4+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} \leq 0$

$$\Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}-4}{2\sqrt{x}} \leq 0 \text{ mà } 2\sqrt{x} > 0 \text{ nên } 3\sqrt{x}-4 \leq 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} \leq \frac{4}{3} \Leftrightarrow x \leq \frac{16}{9}$$

Kết hợp với điều kiện ta được $0 < x \leq \frac{16}{9}$ thì $B \leq -\frac{1}{2}$

d) Ta có: $M = \frac{6A}{B} = \frac{6(\sqrt{x}-2)}{x+\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}} = \frac{6(\sqrt{x}-2)}{x+\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{6\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}$

$$\Rightarrow M = \frac{6}{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1} \text{ do } x > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 0; \frac{1}{\sqrt{x}} > 0. \text{ Áp dụng bất đẳng thức Cô si với 2 số}$$

đương ta được:

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2 \sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1 \geq 3 \Leftrightarrow \frac{6}{\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + 1} \leq 2 \text{ hay } M \leq 2$$

Dấu "=" xảy ra $\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow x = 1$ (thỏa mãn đk)

Vậy $\text{Max } M = 2 \Leftrightarrow x = 1$

Câu 4. (3,5 điểm)

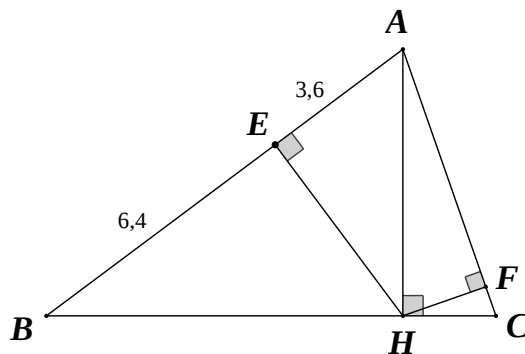
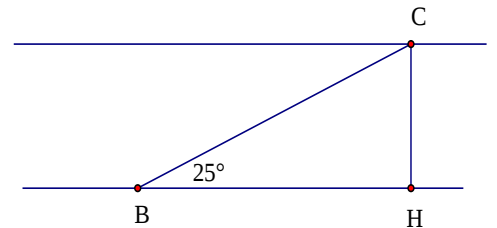
1) Đổi: 12 phút = $\frac{1}{5}$ giờ

Gọi chiều rộng của khúc sông là CH . Đường đi của con thuyền là BK suy ra $CH \perp BK$, $\widehat{CBH} = 25^\circ$

Quãng đường BC dài là: $3,5 \cdot \frac{1}{5} = 0,7$ (km)

Xét $\triangle BHC$ vuông tại H có: $CH = \sin 25^\circ \cdot BC = \sin 25^\circ \cdot 0,7 \approx 0,29$ (km)

Vậy chiều rộng khúc sông khoảng 0,29 (km).



2)

a. Biết $AE = 3,6\text{cm}$; $BE = 6,4\text{cm}$. Tính AH, EH và góc B . (Số đo làm tròn đến độ)

Ta có: $AB = AE + EB = 3,6 + 6,4 = 10\text{cm}$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHB có $\widehat{AHB} = 90^\circ$; $HE \perp AB$

Ta có: $AH^2 = AE \cdot AB$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{3,6 \cdot 10} = \sqrt{36} = 6\text{cm}$$

Và: $EH^2 = AE \cdot EB$

$$\Rightarrow EH = \sqrt{3,6 \cdot 6,4} = 4,8\text{cm}$$

$$\sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$\Rightarrow \widehat{B} \approx 36^\circ 52'$$

b. Chứng minh $AB \cdot AE = AC \cdot AF$

Xét $\triangle ABH$ có: $\widehat{AHB} = 90^\circ$; $HE \perp AB$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

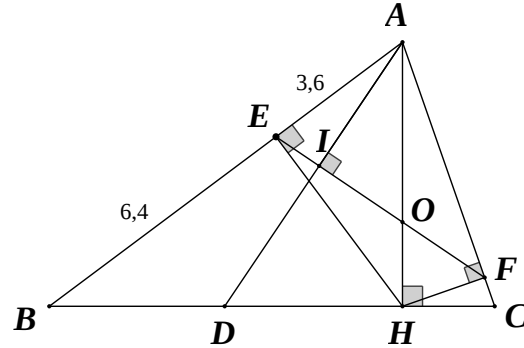
$$AB \cdot AE = AH^2 \quad (1)$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHC có: $\widehat{AHC} = 90^\circ; HF \perp AC$

$$\Rightarrow AF.AC = AH^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB.AE = AC.AF$ (dpcm).

c)



Chứng minh: $S_{ADC} = \frac{S_{AOE}}{\sin^2 B \cdot \sin^2 C}$

Gọi I là giao điểm của AD và EF

Ta có: $AE.AB = AF.AC \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB}$

Dễ dàng chứng minh được $\triangle AEF \sim \triangle ACB$ (c.g.c)

$$\Rightarrow \widehat{AFI} = \widehat{ABH}; \widehat{ACD} = \widehat{AEO} \quad (1)$$

Mà $\widehat{CAD} + \widehat{AFI} = 90^\circ$

$$\widehat{EAO} + \widehat{ABH} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{EAO} = \widehat{CAD} \quad (2)$$

Từ (1); (2) $\Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle AOE$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{S_{ADC}}{S_{AOE}} = \left(\frac{AC}{AE} \right)^2 = \left(\frac{AC}{AH} \cdot \frac{AH}{AE} \right)^2 = \frac{AC^2}{AH^2} \cdot \frac{AH^2}{AE^2}$$

$$\Rightarrow S_{ADC} = \frac{S_{AOE}}{\left(\frac{AH}{AC} \right)^2 \cdot \left(\frac{AE}{AH} \right)^2} = \frac{S_{AOE}}{\sin^2 C \cdot \cos^2 \widehat{EAO}} = \frac{S_{AOE}}{\sin^2 C \cdot \sin^2 B}$$

(đpcm)

Câu 5.

Điều kiện $2x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{2}$.

Đặt $\sqrt{2x-1} = u \Rightarrow u^2 = 2x-1$.

$$\sqrt[3]{x+3} = v \Rightarrow v^3 = x+3 \Leftrightarrow 2v^3 = 2x+6.$$

$$\Rightarrow 2v^3 - u^2 = 2x+6 - (2x-1) = 7$$

$$\Leftrightarrow 2v^3 - u^2 - 7 = 0$$

$$\text{Mà } 2\sqrt{2x-1} = 8 - \sqrt[3]{x+3} \Leftrightarrow 2u = 8 - v \Leftrightarrow u = \frac{8-v}{2}.$$

$$\Rightarrow 2v^3 - \left(\frac{8-v}{2}\right)^2 - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2v^3 - \frac{64-16v+v^2}{4} - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8v^3 - 64 + 16v - v^2 - 28 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8v^3 - v^2 + 16v - 92 = 0$$

$$\Leftrightarrow (v-2)(8v^2 + 15v + 46) = 0$$

$$\Leftrightarrow v = 2$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = 8$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy $x = 5$.

☞ HẾT ☞