

Bài 1: Tính giá trị biểu thức:

a) $2\sqrt{45} + \sqrt{5} - 3\sqrt{80}$

b) $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \frac{2}{\sqrt{3}+1} - 6\sqrt{\frac{16}{3}}$

c) $\tan^2 40^\circ \cdot \sin^2 50^\circ - 3 + (1 - \sin 40^\circ)(1 + \sin 40^\circ)$

Bài 2: Giải phương trình:

a) $\sqrt{4-3x} = 8$

b) $\sqrt{4x-8} - 12\sqrt{\frac{x-2}{9}} = -1$

c) $(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2) = 7$

Bài 3: Cho biểu thức: $A = \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x > 0, x \neq 1, x \neq 9$.a) Tính giá trị biểu thức B khi $x = 36$.b) Tìm x để $B < \frac{1}{2}$

c) Rút gọn biểu thức A.

d) Tìm giá trị x nguyên nhỏ nhất để biểu thức $P = A.B$ nguyên.**Bài 4:**1) Một chiếc máy bay cất cánh theo một góc 25° so với phương ngang. Hỏi muốn đạt độ cao 2000m thì máy bay phải bay một đoạn đường là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

2) Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH.

a) Biết $AB = 4$ cm, $AC = 4\sqrt{3}$ cm. Giải tam giác ABC.b) Kẻ HD, HE lần lượt vuông góc với AB, AC (D thuộc AB, E thuộc AC). Chứng minh $BD.DA + CE.EA = AH^2$

c) Lấy điểm M nằm giữa E và C, kẻ AI vuông góc với MB tại I. Chứng minh

$$\sin \widehat{AMB} \cdot \sin \widehat{ACB} = \frac{HI}{CM}$$

Bài 5: Giải phương trình $2\left(x - \sqrt{2x^2 + 5x - 3}\right) = 1 + x\left(\sqrt{2x-1} - 2\sqrt{x+3}\right)$.

Câu 1.

a) $2\sqrt{45} + \sqrt{5} - 3\sqrt{80}$

$2\sqrt{45} + \sqrt{5} - 3\sqrt{80}$

$= 2\sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{5} - 3\sqrt{16 \cdot 5}$

$= 2\sqrt{3^2 \cdot 5} + \sqrt{5} - 3\sqrt{4^2 \cdot 5}$

$= 2 \cdot 3\sqrt{5} + \sqrt{5} - 3 \cdot 4\sqrt{5}$

$= 6\sqrt{5} + \sqrt{5} - 12\sqrt{5}$

$= -5\sqrt{5}$

b) $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \frac{2}{\sqrt{3}+1} - 6\sqrt{\frac{16}{3}}$

$= |2-\sqrt{3}| + \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} - 6\sqrt{\frac{4^2}{3}}$

$= 2-\sqrt{3} + \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1^2} - 6\frac{4}{\sqrt{3}} \quad (\text{do } 2 > \sqrt{3} \text{ nên } |2-\sqrt{3}| = 2-\sqrt{3})$

$= 2-\sqrt{3} + \frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} - 8\sqrt{3}$

$= 2-\sqrt{3} + \sqrt{3}-1-8\sqrt{3}$

$= 1-8\sqrt{3}$

c) $\tan^2 40^\circ \cdot \sin^2 50^\circ - 3 + (1 - \sin 40^\circ)(1 + \sin 40^\circ)$

$\tan^2 40^\circ \cdot \sin^2 50^\circ - 3 + (1 - \sin 40^\circ)(1 + \sin 40^\circ)$

$= \tan^2 40^\circ \cdot \sin^2 50^\circ - 3 + (1 - \sin^2 40^\circ)$

$= \frac{\sin^2 40^\circ}{\cos^2 40^\circ} \cdot \cos^2 40^\circ - 3 + 1 - \sin^2 40^\circ$

$= \sin^2 40^\circ - 3 + 1 - \sin^2 40^\circ$

$= -2$

Câu 2.

a) $\sqrt{4-3x} = 8$

$\sqrt{4-3x} = 8$

$\Leftrightarrow (\sqrt{4-3x})^2 = 8^2$

$\Leftrightarrow 4-3x = 64$

$\Leftrightarrow x = -20$

Vậy phương trình có nghiệm $x = -20$

$$b) \sqrt{4x-8} - 12\sqrt{\frac{x-2}{9}} = -1$$

Điều kiện xác định: $x-2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$

$$\sqrt{4x-8} - 12\sqrt{\frac{x-2}{9}} = -1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(x-2)} - 12\sqrt{\frac{1}{9}(x-2)} = -1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2} - 12 \cdot \frac{1}{3}\sqrt{x-2} = -1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2} - 4\sqrt{x-2} = -1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-2} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-2} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x-2 = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{4} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{9}{4}$.

$$c) (2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2) = 7$$

Điều kiện xác định: $x \geq 0$

$$(2\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2) = 7$$

$$\Leftrightarrow 2x + \sqrt{x} - 4\sqrt{x} - 2 = 7$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3\sqrt{x} - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 6\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + 3(\sqrt{x}-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3 = 0 \text{ (do } 2\sqrt{x}+3 > 0 \forall x \geq 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 3$$

$$\Leftrightarrow x = 9 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = 9$.

Câu 3. a) Tính giá trị biểu thức B khi $x = 36$.

Khi $x = 36$ (thỏa mãn điều kiện xác định $x > 0, x \neq 1, x \neq 9$), ta có:

$$B = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{36}-3} = \frac{6}{6-3} = 2$$

Vậy $B = 2$.

b) Tìm x để $B < \frac{1}{2}$

Ta có:

$$B < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{2} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - \sqrt{x} + 3}{2(\sqrt{x}-3)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+3}{2(\sqrt{x}-3)} < 0$$

$$\Leftrightarrow 2(\sqrt{x}-3) < 0 \text{ (do } \sqrt{x}+3 > 0 \quad \forall x > 0, x \neq 1, x \neq 9)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}-3 < 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} < 3$$

$$\Leftrightarrow x < 9$$

Kết hợp với điều kiện xác định, ta có $\begin{cases} 0 < x < 9 \\ x \neq 1 \end{cases}$ là giá trị cần tìm.

c) Rút gọn biểu thức A.

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} \\ &= \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \\ &= \left(\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

d) Tìm giá trị x nguyên nhỏ nhất để biểu thức $P = A.B$ nguyên.

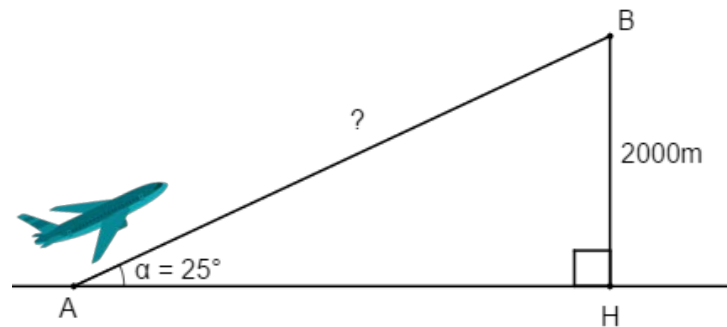
$$\begin{aligned} P = A.B &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} \\ &= \frac{\sqrt{x}-3+5}{\sqrt{x}-3} \\ &= 1 + \frac{5}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có: } P = A.B \text{ nguyên} &\Leftrightarrow 1 + \frac{5}{\sqrt{x}-3} \text{ nguyên} \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x}-3} \text{ nguyên} \Leftrightarrow 5 : (\sqrt{x}-3) \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{x}-3 \in \{-5; -1; 1; 5\} \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{x} \in \{-2; 2; 4; 8\} \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{x} \in \{2; 4; 8\} \text{ (do } \sqrt{x} \geq 0 \forall x \geq 0) \\
 &\Leftrightarrow x \in \{4; 16; 64\}
 \end{aligned}$$

Vậy $x = 4$ là giá trị nguyên nhỏ nhất để biểu thức $P = A.B$ nguyên.

Câu 4.

1)

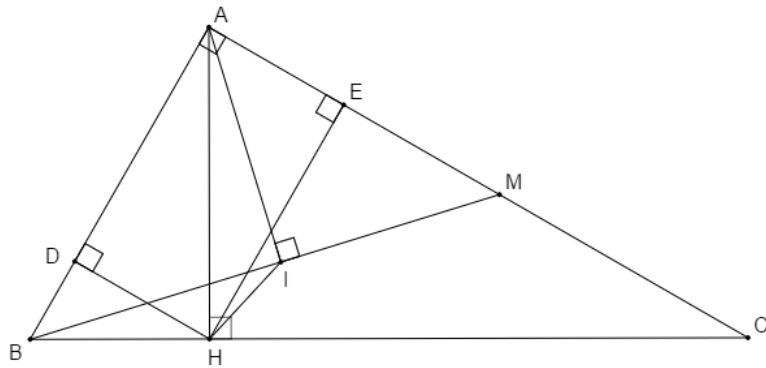


Xét $\triangle ABC$ vuông tại H có:

$$\frac{BH}{AB} = \sin \widehat{BAH} \Leftrightarrow \frac{2000}{AB} = \sin 25^\circ \Leftrightarrow AB = \frac{2000}{\sin 25^\circ} \approx 4732,4(m)$$

Vậy muốn đạt độ cao 2000m thì máy bay phải bay một đoạn đường 4732,4m.

2)



a) Biết $AB = 4$ cm, $AC = 4\sqrt{3}$ cm. Giải tam giác ABC .

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , đường cao AH có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow 4^2 + (4\sqrt{3})^2 = BC^2 \Rightarrow BC = 8$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ABC} = 60^\circ$$

$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACB} = 90^\circ - \widehat{ABC} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

b) Kẻ HD, HE lần lượt vuông góc với AB, AC (D thuộc AB , E thuộc AC). Chứng minh

$$BD.DA + CE.EA = AH^2$$

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H , DH là đường cao

Ta có $HD^2 = BD.DA$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H , đường cao HE có:

$$HE^2 = AE.EC$$

Vì $\widehat{DAE} = \widehat{AEH} = \widehat{EHD} = \widehat{HDA} = 90^\circ$ nên tứ giác $DAEH$ là hình chữ nhật.

$$\Rightarrow HE = DA$$

Xét $\triangle ADH$ vuông tại D có:

$$DA^2 + DH^2 = AH^2$$

$$\Rightarrow HE^2 + DH^2 = AH^2 \text{ (do } HE = DA)$$

$$\Rightarrow BD.DA + CE.EA = AH^2$$

c) Lấy điểm M nằm giữa E và C , kẻ AI vuông góc với MB tại I . Chứng minh

$$\sin \widehat{AMB} . \sin \widehat{ACB} = \frac{HI}{CM}$$

- Xét $\triangle ABM$ vuông tại A có đường cao AI

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có : $BI.BM = AB^2$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có đường cao AH

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có : $BH.BC = AB^2$

$$\Rightarrow BI.BM = BH.BC (= AB^2)$$

$$\Rightarrow \frac{BH}{BM} = \frac{BC}{BI}$$

- Xét $\triangle AHI$ và $\triangle BMC$ có

$$\frac{BH}{BM} = \frac{BC}{BI}$$

$\widehat{IBC}$ chung

$$\Rightarrow \triangle AHI \sim \triangle BMC \text{ (c-g-c)}$$

$$\text{Suy ra: } \frac{HI}{MC} = \frac{BI}{BC}.$$

$$\text{Xét } \triangle ABM \text{ vuông tại } A \text{ ta có: } \sin \widehat{AMB} = \frac{AB}{BM}$$

$$\text{Xét } \triangle ABC \text{ vuông tại } A \text{ ta có: } \sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{AMB} . \sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BM} . \frac{AB}{BC} = \frac{AB^2}{BM.BC} \text{ mà } BI.BM = AB^2$$

$$\Rightarrow \sin \widehat{AMB} . \sin \widehat{ACB} = \frac{AB^2}{BM.BC} = \frac{BI.BM}{BM.BC} = \frac{BI}{BC} \text{ mà } \frac{HI}{MC} = \frac{BI}{BC}$$

$$\sin \widehat{AMB} . \sin \widehat{ACB} = \frac{HI}{MC} \text{ (đpcm)}$$

Câu 5. ĐKXD: $x \geq \frac{1}{2}$

Với $x \geq \frac{1}{2}$ ta có:

$$2\left(x - \sqrt{2x^2 + 5x - 3}\right) = 1 + x\left(\sqrt{2x-1} - 2\sqrt{x+3}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 - 2\sqrt{2x^2 + 5x - 3} - x\left(\sqrt{2x-1} - 2\sqrt{x+3}\right) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} \sqrt{2x-1} = a \\ \sqrt{x+3} = b \end{cases} \quad (a \geq 0, b > 0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = a^2 \\ x = b^2 - 3 \\ \sqrt{2x^2 + 5x - 3} = ab \end{cases}$$

Phương trình (1) trở thành:

$$a^2 - 2ab - (b^2 - 3)(a - 2b) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2ab - ab^2 + 2b^3 + 3a - 6b = 0$$

$$\Leftrightarrow a(a - 2b) - b^2(a - 2b) + 3(a - 2b) = 0$$

$$\Leftrightarrow (a - 2b)(a - b^2 + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ b^2 = a + 3 \end{cases}$$

+) Nếu $a = 2b$ ta có:

$$\sqrt{2x-1} = 2\sqrt{x+3}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = 4x + 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = -13$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-13}{2} \text{ (không thỏa mãn điều kiện)}$$

+) Nếu $b^2 = a + 3$ ta có:

$$x + 3 = \sqrt{2x-1} + 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x-1} = x$$

$$\Leftrightarrow 2x - 1 = x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \{1\}$