

Bài 1. (3 điểm) Tính

a) $5 \cdot \left| \frac{-1}{10} + \frac{7}{15} \right| - \frac{2}{13} \cdot 4\frac{1}{3}$.

b) $\left(\frac{-3}{8} + \frac{5}{32} \right) : \left(\frac{-4}{5} \right) - \left(-\frac{3}{5} \right)^3 + \left(\frac{-5}{8} + \frac{27}{32} \right) \cdot \left(\frac{-5}{4} \right)$.

Bài 2. (3 điểm)

a) Tìm tất cả các số hữu tỷ x , biết rằng

$$\left(\frac{2}{5} - 3x \right)^2 - \frac{1}{5} = \frac{4}{25}.$$

b) Tìm tất cả các số hữu tỷ x thỏa mãn

$$\frac{4}{3} - \frac{1}{3} : |2x - 1| = \frac{1}{2}.$$

c) Tìm các số a, b, c , biết rằng $2a = 5b = 3c$ và $a + b - c = -44$.

Bài 3. (3 điểm)

Cho tam giác ABC , Ax là tia phân giác của $\widehat{BAC}$. Từ C kẻ đường thẳng song song với Ax , cắt tia đối của tia AB tại D . Kẻ tia Ay là phân giác của $\widehat{DAC}$. Trên nửa mặt phẳng bờ AD không chứa điểm C , vẽ tia Az sao cho $\widehat{zAD} = \widehat{ADC}$.

a) Chứng minh $\widehat{ADC} = \widehat{ACD}$.

b) Chứng minh $Ay \perp DC$.

c) Chứng minh Ax và Az là hai tia đối nhau.

Bài 4. (1 điểm)

a) Tìm tất cả các số nguyên n để biểu thức $A = \frac{10n+7}{5n-1}$ nhận giá trị nguyên.

b) Tính giá trị biểu thức

$$B = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{2^2} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3^2} \right) \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{101}{100} - \frac{2}{100^2} \right).$$

HẾT

Chú ý. Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Câu 1. (3,0 điểm) Tính

a) $5 \cdot \left| \frac{-1}{10} + \frac{7}{15} \right| - \frac{2}{13} \cdot 4\frac{1}{3}$

b) $\left(\frac{-3}{8} + \frac{5}{32} \right) : \left(\frac{-4}{5} \right) - \left(-\frac{3}{5} \right)^3 + \left(\frac{-5}{8} + \frac{27}{32} \right) \cdot \left(\frac{5}{4} \right)$

Câu 2. (3 điểm)

a) Tìm tất cả các số hữu tỉ x , biết rằng: $\left(\frac{2}{5} - 3x \right)^2 - \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$

b) Tìm tất cả các số hữu tỉ x , biết rằng: $\frac{4}{3} - \frac{1}{3} : |2x - 1| = \frac{1}{2}$

c) Tìm các số a, b, c biết $2a = 5b = 3c$ và $a + b - c = -44$

Câu 3. (3,0 điểm)

Cho tam giác ABC , Ax là tia phân giác của $\widehat{BAC}$. Từ C kẻ đường thẳng song song với Ax , cắt tia đối của tia AB tại D . Kẻ tia Ay là phân giác của $\widehat{DAC}$. Trên nửa mặt phẳng bờ AD không chứa điểm C , vẽ tia Az sao cho $\widehat{zAD} = \widehat{ADC}$.

a) Chứng minh $\widehat{ADC} = \widehat{ACD}$.

b) Chứng minh $Ay \perp DC$.

c) Chứng minh Ax và Az là hai tia đối nhau.

Câu 4. (1,0 điểm)

a) Tìm tất cả các số nguyên n để biểu thức $A = \frac{10n+7}{5n-1}$ nhận giá trị nguyên.

b) Tính giá trị biểu thức

$$B = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{2^2} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3^2} \right) \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{101}{100} - \frac{2}{100^2} \right)$$

❧HẾT❧

Câu 1. (3,0 điểm) Tính

a) $5 \cdot \left| \frac{-1}{10} + \frac{7}{15} \right| - \frac{2}{13} \cdot 4\frac{1}{3}$

b) $\left(\frac{-3}{8} + \frac{5}{32} \right) : \left(\frac{-4}{5} \right) - \left(-\frac{3}{5} \right)^3 + \left(\frac{-5}{8} + \frac{27}{32} \right) \cdot \left(\frac{-5}{4} \right)$

Lời giải

a) $5 \cdot \left| \frac{-1}{10} + \frac{7}{15} \right| - \frac{2}{13} \cdot 4\frac{1}{3} = 5 \cdot \left| \frac{-3}{30} + \frac{14}{30} \right| - \frac{2}{13} \cdot \frac{13}{3} = 5 \cdot \left| \frac{11}{30} \right| - \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$

b) $\left(\frac{-3}{8} + \frac{5}{32} \right) : \left(\frac{-4}{5} \right) - \left(-\frac{3}{5} \right)^3 + \left(\frac{-5}{8} + \frac{27}{32} \right) \cdot \left(\frac{-5}{4} \right)$

$$= \left(\frac{-3}{8} + \frac{5}{32} \right) \cdot \left(\frac{-5}{4} \right) - \left(-\frac{3}{5} \right)^3 + \left(\frac{-5}{8} + \frac{27}{32} \right) \cdot \left(\frac{-5}{4} \right)$$

$$= \left(\frac{-3}{8} + \frac{5}{32} + \frac{-5}{8} + \frac{27}{32} \right) \cdot \left(\frac{-5}{4} \right) - \left(-\frac{3}{5} \right)^3$$

$$= \frac{27}{125}$$

Câu 5. (3 điểm)

a) Tìm tất cả các số hữu tỉ x , biết rằng: $\left(\frac{2}{5} - 3x \right)^2 - \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$

b) Tìm tất cả các số hữu tỉ x , biết rằng: $\frac{4}{3} - \frac{1}{3} : |2x - 1| = \frac{1}{2}$

c) Tìm các số a, b, c biết $2a = 5b = 3c$ và $a + b - c = -44$

Lời giải

a) $\left(\frac{2}{5} - 3x \right)^2 - \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{5} - 3x \right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{5} - 3x = \frac{3}{5} \\ \frac{2}{5} - 3x = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{1}{5} \\ 3x = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{15} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy $x = \frac{1}{3}$ hoặc $x = -\frac{1}{15}$

$$\text{b) } \frac{4}{3} - \frac{1}{3} : |2x - 1| = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} : |2x - 1| = \frac{4}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} : |2x - 1| = \frac{5}{6}$$

$$\Leftrightarrow |2x - 1| = \frac{1}{3} : \frac{5}{6}$$

$$\Leftrightarrow |2x - 1| = \frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = \frac{2}{5} \\ 2x - 1 = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{7}{5} \\ 2x = \frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{10} \\ x = \frac{3}{10} \end{cases}$$

Vậy $x = \frac{7}{10}$ hoặc $x = \frac{3}{10}$

$$\text{c) } 2a = 5b = 3c \text{ và } a + b - c = -44$$

$$\text{Ta có } 2a = 5b = 3c \Rightarrow \frac{2a}{30} = \frac{5b}{30} = \frac{3c}{30} \Rightarrow \frac{a}{15} = \frac{b}{6} = \frac{c}{10}$$

Áp dụng tính chất của dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{a}{15} = \frac{b}{6} = \frac{c}{10} = \frac{a+b-c}{15+6-10} = \frac{-44}{11} = -4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{15} = -4 \\ \frac{b}{6} = -4 \\ \frac{c}{10} = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -60 \\ b = -24 \\ c = -40 \end{cases}$$

Vậy $a = -60$, $b = -24$, $c = -40$

Câu 3. (3,0 điểm)

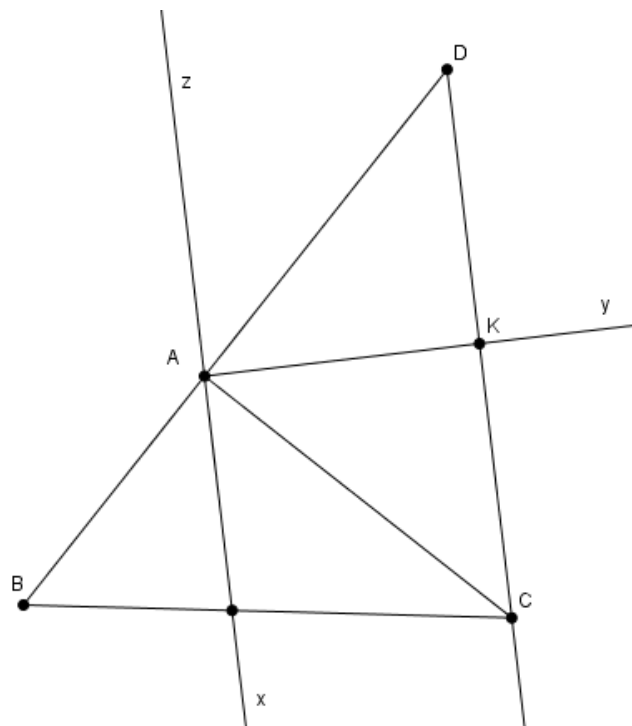
Cho tam giác ABC , Ax là tia phân giác của $\widehat{BAC}$. Từ C kẻ đường thẳng song song với Ax , cắt tia đối của tia AB tại D . Kẻ tia Ay là phân giác của $\widehat{DAC}$. Trên nửa mặt phẳng bờ AD không chứa điểm C , vẽ tia Az sao cho $\widehat{zAD} = \widehat{ADC}$.

a) Chứng minh $\widehat{ADC} = \widehat{ACD}$.

b) Chứng minh $Ay \perp DC$.

c) Chứng minh Ax và Az là hai tia đối nhau.

Lời giải



a) Ta có:

$CD \parallel Ax$, (gt)

$$\Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{CAx} \text{ (so le trong)} \quad (1)$$

$$\widehat{BAx} = \widehat{ADC} \text{ (đồng vị)} \quad (2)$$

$$\text{mà } \widehat{CAx} = \widehat{BAx} = \frac{\widehat{BAC}}{2} \text{ (Ax là phân giác)} \quad (3)$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow \widehat{BAx} = \widehat{ADC} = \widehat{ACD}$$

$$\text{Vậy } \widehat{ADC} = \widehat{ACD}$$

b)

$$+ \text{ Ta có: } \widehat{DAy} = \widehat{CAy} = \frac{\widehat{DAC}}{2} \quad (\text{Vì Ay là phân giác góc CAD}) \quad (4)$$

$$\widehat{CAx} = \widehat{BAx} = \frac{\widehat{BAC}}{2} \quad (\text{Vì Ax là tia phân giác của góc BAC})$$

(5)

$$\text{Từ (4), (5)} \Rightarrow \widehat{xAy} = \widehat{CAy} + \widehat{CAx} = \frac{\widehat{DAC}}{2} + \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{\widehat{BAD}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow Ay \perp Ax$$

$$\text{Mà } CD \parallel Ax$$

$$\Rightarrow Ay \perp CD \text{ (Từ vuông góc đến song song)}$$

$$\text{c) Ta có: } \widehat{zAD} = \widehat{ADC} \text{ (gt)}$$

$$\text{mà } Ax \parallel DC \Rightarrow \widehat{ADC} + \widehat{DAx} = 180^\circ \text{ (2 góc trong cùng phía)} \Rightarrow \widehat{DAx} + \widehat{DAz} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{xAz} = 180^\circ$$

Nên Ax và Az là hai tia đối nhau

Câu 6. (1,0 điểm)

$$\text{a) Tìm tất cả các số nguyên } n \text{ để biểu thức } A = \frac{10n+7}{5n-1} \text{ nhận giá trị nguyên.}$$

b) Tính giá trị biểu thức

$$B = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{2^2} \right) \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3^2} \right) \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{4^2} \right) \cdots \left(\frac{101}{100} - \frac{2}{100^2} \right)$$

Lời giải

$$\text{a) Ta có: } A = \frac{10n+7}{5n-1} = \frac{10n-2+9}{5n-1} = \frac{2(5n-1)}{5n-1} + \frac{9}{5n-1} = 2 + \frac{9}{5n-1}$$

$$\text{Để } A \text{ nguyên thì } \frac{9}{5n-1} \text{ phải nguyên nên } (5n-1) \in U(9) = \{-9; -3; -1; 1; 3; 9\}$$

Ta có bảng sau:

$5n-1$	-9	-3	-1	1	3	9
n	$-\frac{8}{5}(l)$	$-\frac{2}{5}(l)$	$0(tm)$	$\frac{2}{5}(l)$	$\frac{4}{5}(l)$	$2(tm)$

Vậy $n \in \{0; 2\}$ thì A nguyên

b)

$$B = \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{2^2}\right) \cdot \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3^2}\right) \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{2}{4^2}\right) \cdots \left(\frac{101}{100} - \frac{2}{100^2}\right)$$

$$B = \left(\frac{4}{2^2}\right) \cdot \left(\frac{10}{3^2}\right) \cdot \left(\frac{18}{4^2}\right) \cdots \left(\frac{10098}{100^2}\right)$$

$$B = \left(\frac{1.4}{2^2}\right) \cdot \left(\frac{2.5}{3^2}\right) \cdot \left(\frac{3.6}{4^2}\right) \cdots \left(\frac{99.102}{100^2}\right)$$

$$B = \frac{(1.2.3 \dots 99) \cdot (4.5.6 \dots 102)}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \dots 100^2}$$

$$B = \frac{101.102}{100.2.3}$$

$$B = \frac{1717}{100}$$

♪ HẾT ♪