

Bài 1. (2 điểm)

Cho hai tập hợp

$$A = \{9; 12; 15; 18; \dots; 201\} \text{ và } B = \{x \in N \mid x:4 \text{ và } 12 \leq x \leq 120\}$$

- Tính số phần tử của mỗi tập hợp trên.
- Viết tập hợp C gồm các phần tử vừa thuộc tập hợp A và vừa thuộc tập hợp B bằng hai cách (liệt kê và chỉ ra tính chất đặc trưng).

Bài 2. (6 điểm)

- Tìm các chữ số a, b biết rằng số $\overline{a1984b}$ là một bội của 45.
- Tìm $x \in N$ sao cho $3^x + 2 \cdot 3^{x-2} = 297$.
- Tính $A = \frac{6^{14} + 2^{14} \cdot 9^8}{12 \cdot 8^4 \cdot 3^{12}}$.

Bài 3. (1,5 điểm)

Cho 20 điểm phân biệt, trong đó có 5 điểm thẳng hàng. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng đi qua 2 điểm trong số các điểm đã cho? Hãy giải thích.

Bài 4. (0,5 điểm)

a) (Dành riêng cho lớp 6A)

Tìm số nguyên tố p biết $p+1$ là tổng của n số nguyên dương đầu tiên, trong đó n là một số tự nhiên nào đó.

b) (Dành cho các lớp 6B, 6C, 6D)

Chứng minh rằng số $B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2020}$ chia hết cho 21.

HẾT

Chú ý. Học sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Câu 1. (2,0 điểm).

Cho hai tập hợp

$$A = \{9; 12; 15; 18; \dots; 201\} \text{ và } B = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 4 \text{ và } 12 \leq x \leq 120\}$$

- 1) Tính số phần tử của mỗi tập hợp trên.
- 2) Viết tập hợp C gồm các phần tử vừa thuộc tập hợp A và vừa thuộc tập hợp B bằng hai cách (liệt kê và chỉ ra tính chất đặc trưng).

Câu 2. (6 điểm).

a) Tìm các chữ số a, b biết rằng số $\overline{a1984b}$ là một bội của 45.

b) Tìm $x \in \mathbb{N}$ sao cho $3^x + 2 \cdot 3^{x-2} = 297$.

c) Tính $A = \frac{6^{14} + 2^{14} \cdot 9^8}{12 \cdot 8^4 \cdot 3^{12}}$

Câu 3. (1,5 điểm) Cho 20 điểm phân biệt, trong đó có 5 điểm thẳng hàng. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng đi qua 2 điểm trong số các điểm đã cho. Hãy giải thích.

Câu 4. (0,5 điểm)

a) (**Dành riêng cho lớp 6A**)

Tìm số nguyên tố p biết $p+1$ là tổng của n số nguyên dương đầu tiên, trong đó n là một số tự nhiên nào đó.

b) (**Dành cho các lớp 6B, 6C, 6D**)

Chứng minh rằng số : $B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2020}$ chia hết cho 21.

❧HẾT❧

Câu 1. (2, 0 điểm).

Cho hai tập hợp

$$A = \{9; 12; 15; 18; \dots; 201\} \text{ và } B = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 4 \text{ và } 12 \leq x \leq 120\}$$

1) Tính số phần tử của mỗi tập hợp trên.

2) Viết tập hợp C gồm các phần tử vừa thuộc tập hợp A và vừa thuộc tập hợp B bằng hai cách (liệt kê và chỉ ra tính chất đặc trưng).

Lời giải

1) $A = \{9; 12; 15; 18; \dots; 201\}$

Khoảng cách giữa các phần tử là 3.

Số phần tử của tập hợp A là: $(201 - 9) : 3 + 1 = 65$ (phần tử).

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 4 \text{ và } 12 \leq x \leq 120\} = \{12; 16; 20; \dots; 120\}$$

Khoảng cách giữa các phần tử là 4.

Số phần tử của tập hợp B là: $(120 - 12) : 4 + 1 = 28$ (phần tử).

2) $C = A \cap B = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 3 ; x : 4 \text{ và } 12 \leq x \leq 120\}$

$$C = \{12; 24; 36; 48; 60; 72; 84; 96; 108; 120\}.$$

Câu 2. (6 điểm).

a) Tìm các chữ số a, b biết rằng số $\overline{a1984b}$ là một bội của 45.

b) Tìm $x \in \mathbb{N}$ sao cho $3^x + 2 \cdot 3^{x-2} = 297$.

c) Tính $A = \frac{6^{14} + 2^{14} \cdot 9^8}{12 \cdot 8^4 \cdot 3^{12}}$

Lời giải

a) Gọi $A = \overline{a1984b}$.

+ Vì A là một bội của 45 nên $A : 5, A : 9$

+ Để $A : 5 \Rightarrow b \in \{0; 5\}$

Nếu $b = 0$, để $A : 9 \Rightarrow \overline{a19840} : 9$ nên $a + 1 + 9 + 8 + 4 + 0 = a + 22 : 9$

$$\text{mà } 0 < a \leq 9, a \in \mathbb{N} \Rightarrow a = 5$$

$$\text{Nếu } b = 5, \text{ để } A : 9 \Rightarrow \overline{a19845} : 9 \text{ nên } a + 1 + 9 + 8 + 4 + 5 = a + 27 : 9$$

$$\text{mà } 0 < a \leq 9, a \in \mathbb{N} \Rightarrow a = 9$$

$$\text{Vậy } a = 5; b = 0 \text{ hoặc } a = 9; b = 5$$

b) Ta có.

$$3^x + 2 \cdot 3^{x-2} = 297$$

$$3^x + 2 \cdot 3^x : 3^2 = 297$$

$$3^x \cdot 1 + 3^x \cdot \frac{2}{9} = 297$$

$$3^x \cdot \left(1 + \frac{2}{9}\right) = 297$$

$$3^x \cdot \frac{11}{9} = 297$$

$$3^x = 297 : \frac{11}{9}$$

$$3^x = 243 = 3^5$$

$$x = 5$$

c) Ta có

$$A = \frac{6^{14} + 2^{14} \cdot 9^8}{12 \cdot 8^4 \cdot 3^{12}}$$

$$A = \frac{2^{14} \cdot 3^{14} + 2^{14} \cdot (3^2)^8}{2^2 \cdot 3 \cdot (2^3)^4 \cdot 3^{12}}$$

$$A = \frac{2^{14} \cdot 3^{14} + 2^{14} \cdot 3^{16}}{2^{14} \cdot 3^{13}}$$

$$A = \frac{2^{14} \cdot 3^{14} \cdot (1 + 9)}{2^{14} \cdot 3^{13}}$$

$$A = 3 \cdot 10 = 30$$

Câu 3. (1,5 điểm) Cho 20 điểm phân biệt, trong đó có 5 điểm thẳng hàng. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng đi qua 2 điểm trong số các điểm đã cho. Hãy giải thích.

Lời giải

+) Từ 20 điểm phân biệt trong đó không có 2 điểm nào thẳng hàng:

Từ 1 điểm kẻ được 19 đường thẳng với 19 điểm còn lại.

Có 20 điểm nên có: 19.20 (đường thẳng).

Mỗi đường thẳng đang bị tính hai lần nên ta có số đường thẳng là:

$$\frac{19.20}{2} \text{ (đường thẳng)}$$

Nếu trong 20 điểm phân biệt không có điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng vẽ được

$$\text{là } \frac{20(20-1)}{2} = 190 \text{ (đường thẳng)}$$

+) Tương tự, qua 5 điểm thẳng hàng thì vẽ được 1 đường thẳng.

$$\text{Nếu 5 điểm này không thẳng hàng thì vẽ được } \frac{5(5-1)}{2} = 10 \text{ (đường thẳng)}$$

Số đường thẳng bị giảm đi là $10 - 1 = 9$ (đường thẳng)

Vậy số đường thẳng vẽ được theo yêu cầu đầu bài là: $190 - 9 = 181$ (đường thẳng)

Câu 3. (0,5 điểm)

a) (*Dành riêng cho lớp 6A*)

Tìm số nguyên tố p biết $p+1$ là tổng của n số nguyên dương đầu tiên, trong đó n là một số tự nhiên nào đó.

b) (*Dành cho các lớp 6B, 6C, 6D*)

Chứng minh rằng số : $B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2020}$ chia hết cho 21.

Lời giải

a) (*Dành riêng cho lớp 6A*)

Ta có $p+1$ là tổng của n số nguyên dương đầu tiên, suy ra:

$$p+1 = 1 + 2 + 3 + \dots + n$$

$$\Rightarrow p = 2 + 3 + \dots + n$$

$$\Rightarrow p = \frac{(n-1)(n+2)}{2}$$

+ Nếu n chẵn $\Rightarrow n = 2k$ ($k \in \mathbb{N}^*$)

$$\Rightarrow p = \frac{(2k-1)(2k+2)}{2}$$

$$\Rightarrow p = \frac{2(2k-1)(k+1)}{2}$$

$$\Rightarrow p = (2k-1)(k+1)$$

Mà p là một số nguyên tố, suy ra: $2k-1=1$ hoặc $k+1=1$

$$\Rightarrow \begin{cases} k=1 \\ k=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=2 \\ n=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p=2 \\ p=-1(l) \end{cases}$$

+ Nếu n lẻ $\Rightarrow n=2k+1 (k \in \mathbb{N})$

$$\Rightarrow p = \frac{(2k+1-1)(2k+1+2)}{2}$$

$$\Rightarrow p = \frac{2k(2k+3)}{2} = k(2k+3)$$

Do $k \in \mathbb{N} \Rightarrow 2k+3 > k$

Mà p là số nguyên tố $\Rightarrow k=1$

$$p = 1(2 \cdot 1 + 3) = 5$$

$$\Rightarrow p = 5$$

Vậy $p=3$ hoặc $p=5$.

b) (Dành cho các lớp 6B, 6C, 6D)

$$B = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2020}$$

$$B = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2020}$$

Số mũ của các số hạng trong B tạo thành dãy số có quy luật: 0; 2; 4; ...; 2020.

Dãy số đó có số số hạng là: $(2020-0):2+1=1011$ (số hạng).

Vì $1011:3$ nên ta chia B thành các nhóm, mỗi nhóm gồm 3 số hạng như sau:

$$B = (1 + 2^2 + 2^4) + (2^6 + 2^8 + 2^{10}) + \dots + (2^{2018} + 2^{2019} + 2^{2020})$$

$$B = 21 + 21 \cdot 2^6 + 21 \cdot 2^{12} + \dots + 21 \cdot 2^{2018}$$

$$B = 21(1 + 2^6 + 2^{12} + \dots + 2^{2018}):21 \text{ (dpcm)}$$

Vậy $B:21$.

♾ HẾT ♾