

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm có 06 trang)

Mã đề 101

Họ và tên:..... Lớp:

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM: (7 điểm - 35 câu)

Câu 1. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \cot x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cos x$.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) cho bởi công thức tổng quát $u_n = 3 + 4n^2$, $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_5 bằng

- A. -97. B. 503. C. 23. D. 103.

Câu 3. Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\sin(a-b) = \sin a \cos a - \cos b \sin b$. B. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

C. $\sin(a-b) = \sin a \cos a + \cos b \sin b$. D. $\sin(a-b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Câu 5. Phương trình $\cos x = m$ (m là tham số) vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m > 1$. B. $m < -1$. C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. D. $-1 \leq m \leq 1$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

A. $x = \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7. Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 8. Cho $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\cot \alpha > 0$.

B. $\tan \alpha > 0$.

C. $\sin \alpha > 0$.

D. $\cos \alpha > 0$.

Câu 9. Thống kê về nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	[18; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số ngày	3	6	10	5	6

Số ngày có nhiệt độ thấp hơn 25°C là

A. 10.

B. 19.

C. 9.

D. 3.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_2 = 1$.

B. $u_2 = -5$.

C. $u_2 = -1$.

D. $u_2 = 5$.

Câu 11. Trên một đường tròn, cung có số đo 1 rad là

A. Cung có độ dài bằng đường kính của đường tròn đó.

B. Cung có độ dài bằng 1.

C. Cung tương ứng với góc ở tâm bằng 60° .

D. Cung có độ dài bằng bán kính của đường tròn đó.

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = -4, u_2 = -2$. Công bội của cấp số nhân là

A. $q = -\frac{1}{2}$.

B. $q = \frac{1}{2}$.

C. $q = 2$.

D. $q = -2$.

Câu 13. Chọn công thức đúng trong các công thức sau:

A. $\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$.

B. $\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$.

C. $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$.

D. $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$.

Câu 14. Các giá trị xuất hiện nhiều nhất trong mẫu số liệu được gọi là

- A.** Một. **B.** Tứ phân vị. **C.** Số trung vị. **D.** Số trung bình.

Câu 15. Dãy số nào sau đây là dãy tăng?

- A.** 1;3;5;6;9. **B.** 10;8;6;4;2. **C.** 1;1;1;1;1. **D.** 1;5;3;7;9.

Câu 16. Trong mẫu số liệu ghép nhóm, độ dài của nhóm $[1;10)$ bằng bao nhiêu?

- A.** 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 17. Dãy số nào dưới đây **không** là cấp số cộng?

- A.** 1, 1, 1, 1. **B.** 1, 0, -1, -2. **C.** 1, 2, 3, 4. **D.** 1, 2, 4, 8.

Câu 18. Phương trình lượng giác $3 \tan x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

- A.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. Vô nghiệm. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 19. Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào bị chặn dưới?

- A.** $u_n = n - 2$. **B.** $u_n = -n^2 - 6n$.
C. $u_n = 1 - 2n$. **D.** $u_n = (-1)^n \cdot n^2$.

Câu 20. Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A.** $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$. **B.** $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$.
C. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$. **D.** $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$.

Câu 21. Hỏi $\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{8}; \frac{1}{4}; \frac{5}{32}$ là năm số hạng đầu của dãy số nào sau đây?

A. (w_n) với $w_n = \frac{n}{2^n} \left(\forall n \in \mathbb{N}^* \right)$.

B. (v_n) với $v_n = \frac{n}{n+2} \left(\forall n \in \mathbb{N}^* \right)$.

C. (u_n) với $u_n = \frac{n-1}{2^n} \left(\forall n \in \mathbb{N}^* \right)$.

D. (t_n) với $t_n = \frac{1}{n+1} \left(\forall n \in \mathbb{N}^* \right)$.

Câu 22. Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian (giờ) ngủ của một buổi tối thu được kết quả sau:

Thời gian	$[4; 5)$	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$
Số học sinh	10	18	23	20	15

75% số học sinh ngủ ít nhất bao nhiêu giờ trong một buổi tối?

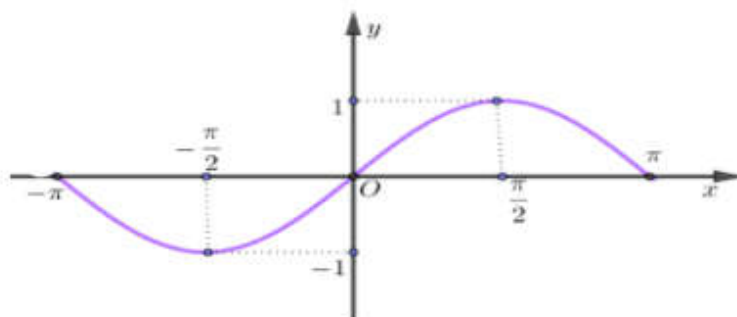
A. 5,92.

B. 7,68.

C. 6,65.

D. 5,64.

Câu 23. Trên khoảng $(-\pi; \pi)$, đồ thị hàm số $y = \sin x$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\pi; 0)$.

B. $(0; \pi)$.

C. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$.

D. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$.

Câu 24. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{5}$. Tính $P = \tan \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$.

A. $P = 4$.

B. $P = \frac{8}{5}$.

C. $P = 3$.

D. $P = \frac{3}{5}$.

Câu 25. Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của biểu thức $M = \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \cdot \cot(\pi + \alpha)$.

A. $M > 0$.

B. $M \leq 0$.

C. $M \geq 0$.

D. $M < 0$.

Câu 26. Biết bốn số 2; 8; x ; 128 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Giá trị của x bằng

A. $x = 64$.

B. $x = 24$.

C. $x = 32$.

D. $x = 16$.

Câu 27. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 3; 9; 27; 81; Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân đã cho.

- A. $u_n = 3 + 3^n$. B. $u_n = 3^{n-1}$. C. $u_n = 3^{n+1}$. D. $u_n = 3^n$.

Câu 28. Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = \frac{3n^2 - 19n}{4}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng đã cho.

- A. $u_1 = 2; d = -\frac{1}{2}$. B. $u_1 = -\frac{3}{2}; d = -2$.
C. $u_1 = -4; d = \frac{3}{2}$. D. $u_1 = \frac{5}{2}; d = \frac{1}{2}$.

Câu 29. Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. $S = \frac{\pi}{2}$. B. $S = \frac{\pi}{6}$. C. $S = \frac{\pi}{3}$. D. $S = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 30. Rút gọn $M = \cos(a+b)\cos(a-b) + \sin(a+b)\sin(a-b)$.

- A. $M = \cos 4b$. B. $M = \sin 2b$. C. $M = \cos 2b$. D. $M = \sin 4b$.

Câu 31. Biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Giá trị $\sin \alpha$ bằng

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 32. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = -\sqrt{2} \sin(2023x + 2024)$.

- A. $m = -1$. B. $m = -2023\sqrt{2}$.
C. $m = -\sqrt{2}$. D. $m = -2024\sqrt{2}$.

Câu 33. Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con muỗi cái trong phòng thí nghiệm cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Muỗi cái có tuổi thọ khoảng bao nhiêu ngày là nhiều nhất?

- A. 76 ngày. B. 90 ngày. C. 80 ngày. D. 66 ngày.

Câu 34. Cho dãy số (u_n) xác định bởi hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng thứ bốn của dãy số là

- A. 14. B. 28. C. 10. D. 8.

Câu 35. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 94 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

A. 33.

B. 20.

C. 34.

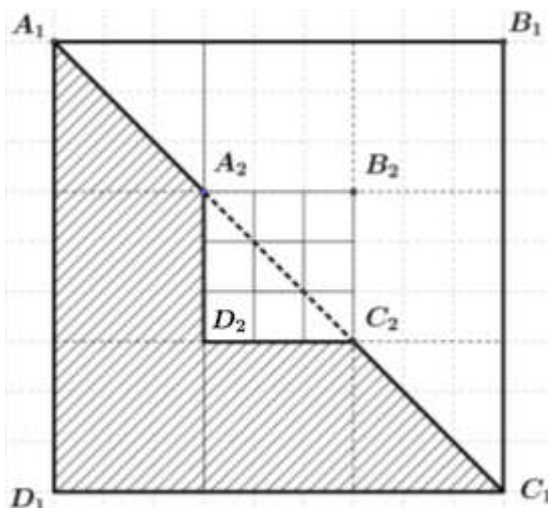
D. 35.

II. PHẦN TỰ LUẬN (3 điểm- 4 câu)

Bài 1. (1 điểm) Giải phương trình sau: $(2 \sin x + 2)(2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$.

Bài 2. (1 điểm) Cho một cấp số cộng biết rằng tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 6, số hạng thứ sáu bằng 36. Tính tổng 50 số hạng đầu của cấp số này.

Bài 3. (0,5 điểm) Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ dưới đây, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau...

Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm ít nhất 49,99% diện tích hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bài 4. (0,5 điểm) Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi hàm số $y = 9 - 2 \cos \left[\frac{\pi}{118} (t - 61) \right]$, $t \in \mathbb{N}^*$. Vào ngày tháng nào trong năm 2023 thì thành phố A có số giờ có ánh sáng mặt trời nhiều nhất?

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.B	5.C	6.C	7.D	8.D	9.C	10.C
11.D	12.B	13.B	14.A	15.A	16.B	17.D	18.A	19.A	20.A
21.A	22.D	23.C	24.A	25.D	26.C	27.D	28.C	29.B	30.C
31.A	32.C	33.A	34.C	35.C					

PHẦN 1: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \cot x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \tan x$. **D. $y = \cos x$.**

Lời giải

Chọn D

Hàm số chẵn là $y = \cos x$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) cho bởi công thức tổng quát $u_n = 3 + 4n^2$, $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_5 bằng

- A. -97. B. 503. C. 23. **D. 103.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_5 = 3 + 4 \cdot 5^2 = 103$.

Câu 3: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Đáp án A có: $u_{n+1} = -3u_n \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = -3$ không đổi, suy ra dãy số ở đáp án A là một cấp số nhân.

Câu 4: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\sin(a-b) = \sin a \cos a - \cos b \sin b$. **B. $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.**
- C. $\sin(a-b) = \sin a \cos a + \cos b \sin b$. D. $\sin(a-b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức cộng, ta có: $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

Câu 5: Phương trình $\cos x = m$ (m là tham số) vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m > 1$. B. $m < -1$. **C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.** D. $-1 \leq m \leq 1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\sin x = m$ có nghiệm $\Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

Do đó, phương trình $\sin x = m$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

A. $x = \pi + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7: Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 8: Cho $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\cot \alpha > 0$.

B. $\tan \alpha > 0$.

C. $\sin \alpha > 0$.

D. $\cos \alpha > 0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Thống kê về nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	$[18; 22)$	$[22; 25)$	$[25; 28)$	$[28; 31)$	$[31; 34)$
Số ngày	3	6	10	5	6

Số ngày có nhiệt độ thấp hơn 25°C là

A. 10.

B. 19.

C. 9.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_2 = 1$.

B. $u_2 = -5$.

C. $u_2 = -1$.

D. $u_2 = 5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2 = u_1 + d = 2 - 3 = -1$.

Câu 11: Trên một đường tròn, cung có số đo 1 rad là

- A. Cung có độ dài bằng đường kính của đường tròn đó.
- B. Cung có độ dài bằng 1.
- C. Cung tương ứng với góc ở tâm bằng 60^0 .
- D. Cung có độ dài bằng bán kính của đường tròn đó.

Lời giải

Chọn D

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = -4, u_2 = -2$. Công bội của cấp số nhân là

- A. $q = -\frac{1}{2}$
- B. $q = \frac{1}{2}$
- C. $q = 2$
- D. $q = -2$

Lời giải

Chọn B

$$q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}.$$

Câu 13: Chọn công thức đúng trong các công thức sau:

- A. $\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$
- B. $\sin a \cdot \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$
- C. $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$
- D. $\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)]$

Lời giải

Chọn B

Câu 14: Các giá trị xuất hiện nhiều nhất trong mẫu số liệu được gọi là

- A. Một
- B. Tứ phân vị
- C. Số trung vị
- D. Số trung bình

Lời giải

Chọn A

Câu 15: Dãy số nào sau đây là dãy tăng?

- A. 1; 3; 5; 6; 9
- B. 10; 8; 6; 4; 2
- C. 1; 1; 1; 1; 1
- D. 1; 5; 3; 7; 9

Lời giải

Chọn A

Câu 16: Trong mẫu số liệu ghép nhóm, độ dài của nhóm $[1; 10)$ bằng bao nhiêu?

- A. 8.
- B. 9.
- C. 10.
- D. 5.

Lời giải

Chọn B

Độ dài của nhóm bằng $10 - 1 = 9$.

Câu 17: Dãy số nào dưới đây **không** là cấp số cộng?

- A. 1, 1, 1, 1.
- B. 1, 0, -1, -2.
- C. 1, 2, 3, 4.
- D. 1, 2, 4, 8.

Lời giải

Chọn D

1, 2, 4, 8 không là cấp số cộng vì $2 - 1 \neq 4 - 2$.

Câu 18: Phương trình lượng giác $3 \tan x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. Vô nghiệm. **D.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn A

$$3 \tan x - \sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Leftrightarrow \tan x = \tan \frac{\pi}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 19: Trong các dãy số (u_n) dưới đây, dãy số nào bị chặn dưới?

A. $u_n = n - 2$. **B.** $u_n = -n^2 - 6n$. **C.** $u_n = 1 - 2n$. **D.** $u_n = (-1)^n \cdot n^2$.

Lời giải

Chọn A

$u_n = n - 2 \geq -1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên u_n bị chặn dưới.

Câu 20: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$. **B.** $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$.

C. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$. **D.** $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$.

Lời giải

Chọn A

Câu A sai vì $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$.

Câu 21: Hỏi $\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{8}; \frac{1}{4}; \frac{5}{32}$ là năm số hạng đầu trong dãy số nào sau đây?

A. (w_n) với $w_n = \frac{n}{2^n} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

B. (v_n) với $v_n = \frac{n}{n+2} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

C. (u_n) với $u_n = \frac{n-1}{2^n} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

D. (t_n) với $t_n = \frac{1}{n+1} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$.

Lời giải

Chọn A

Với dãy số (w_n) ta có $w_1 = \frac{1}{2}; w_2 = \frac{2}{2^2} = \frac{1}{2}; w_3 = \frac{3}{2^3} = \frac{3}{8}; w_4 = \frac{4}{2^4} = \frac{1}{4}; w_5 = \frac{5}{2^5} = \frac{5}{32}$.

Câu 22: Phỏng vấn một số học sinh khối 11 về thời gian ngủ (giờ) của một buổi tối thu được kết quả sau

Thời gian	$[4; 5)$	$[5; 6)$	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$
Số học sinh	10	18	23	20	15

75% số học sinh ngủ ít nhất bao nhiêu giờ trong một buổi tối?

A. 5,92.

B. 7,68.

C. 6,65.

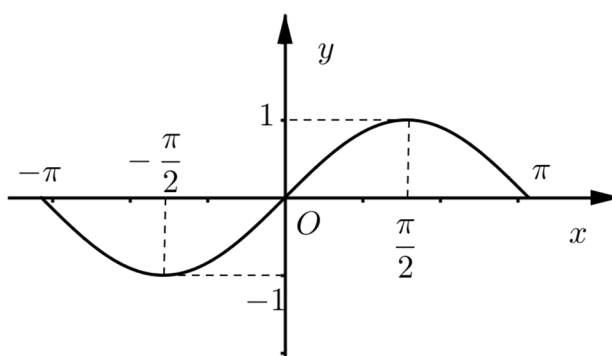
D. 5,64.

Lời giải

Chọn D

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_1 \approx 5,64$ nên 75% số học sinh ngủ ít nhất 5,64 giờ trong một buổi tối.

Câu 23: Trên khoảng $(-\pi; \pi)$, đồ thị hàm số $y = \sin x$ được cho như hình vẽ.



Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

A. $(-\pi; 0)$.

B. $(0; \pi)$.

C. $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

D. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ và $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Câu 24: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = \frac{3}{5}$. Tính $P = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$.

A. $P = 4$.

B. $P = \frac{8}{5}$.

C. $P = 3$.

D. $P = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Có } \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{3}{5} + 1}{1 - \frac{3}{5}} = 4.$$

Câu 25: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của biểu thức $M = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cot(\pi + \alpha)$.

A. $M > 0$.

B. $M \leq 0$.

C. $M \geq 0$.

D. $M < 0$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Có } M = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cot(\pi + \alpha) = \cos \alpha \cdot \cot \alpha = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha}.$$

$$\text{Với } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \text{ thì } \begin{cases} \cos^2 \alpha > 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{cases} \text{ nên } M < 0.$$

- Câu 26:** Biết bốn số 2; 8; x ; 128 theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Giá trị của x bằng
A. $x = 64$. **B.** $x = 24$. **C.** $x = 32$. **D.** $x = 16$.

Lời giải

Chọn C

Ta có 2; 8; x ; 128 lập thành 1 cấp số nhân nên $8^2 = 2 \cdot x \Rightarrow x = 32$

Kiểm tra lại ta thấy $32^2 = 8 \cdot 128$ (thỏa mãn).

- Câu 27:** Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 3; 9; 27; 81; ... Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân đã cho.
A. $u_n = 3 + 3^n$. **B.** $u_n = 3^{n-1}$. **C.** $u_n = 3^{n+1}$. **D.** $u_n = 3^n$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_1 = 3$, $u_2 = 9 = 3u_1 = u_1 \cdot d \Rightarrow d = 3$.

Do đó $u_n = u_1 \cdot d^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$.

- Câu 28:** Tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là $S_n = \frac{3n^2 - 19n}{4}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng đã cho.

A. $u_1 = 2; d = -\frac{1}{2}$. **C.** $u_1 = -4; d = \frac{3}{2}$. **B.** $u_1 = -\frac{3}{2}; d = -2$. **D.** $u_1 = \frac{5}{2}; d = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có công thức tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng

$$S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$$

$$\text{Từ giả thiết } \Rightarrow \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = \frac{3n^2 - 19n}{4}$$

$$\Rightarrow 2u_1 - d + nd = \frac{3n}{2} - \frac{19}{2} \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2u_1 - d = -\frac{19}{2} \\ d = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = \frac{3}{2} \\ u_1 = -4 \end{cases}.$$

- Câu 29:** Tính tổng S của các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

A. $S = \frac{\pi}{2}$. **B.** $S = \frac{\pi}{6}$. **C.** $S = \frac{\pi}{3}$. **D.** $S = \frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + l2\pi \end{cases} \quad (\text{với } k, l \in \mathbb{Z})$$

$$+\text{Xét bất phương trình } \frac{-\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{-1}{2} \leq \frac{1}{6} + 2k \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{-1}{3} \leq k \leq \frac{1}{6}$$

$$\text{Do } k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}$$

$$+\frac{-\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + l2\pi \leq \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{-1}{2} \leq \frac{5}{6} + 2l \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{-2}{3} \leq l \leq \frac{-1}{6}$$

$$\text{Do } l \in \mathbb{Z} \text{ nên không có giá trị } l \text{ nguyên để } \frac{-\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + l2\pi \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{\pi}{6} \text{ là nghiệm duy nhất của phương trình thuộc } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{Vậy } S = \frac{\pi}{6}.$$

Câu 30: Rút gọn $M = \cos(a+b)\cos(a-b) + \sin(a+b)\sin(a-b)$.

A. $M = \cos 4b$.

B. $M = \sin 2b$.

C. $M = \cos 2b$.

D. $M = \sin 4b$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } M &= \cos(a+b)\cos(a-b) + \sin(a+b)\sin(a-b) \\ &= \cos[(a+b) - (a-b)] = \cos 2b. \end{aligned}$$

Câu 31: Biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Giá trị $\sin \alpha$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha < 0$$

$$\text{Suy ra } \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2} = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$

Câu 32: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = -\sqrt{2} \sin(2023x + 2024)$.

A. $m = -1$.

B. $m = -2023\sqrt{2}$.

C. $m = -\sqrt{2}$.

D. $m = -2024\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\text{Suy ra } -1 \leq \sin(2023x + 2024) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq -\sqrt{2} \sin(2023x + 2024) \leq \sqrt{2}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = -\sqrt{2} \sin(2023x + 2024)$ là $m = -\sqrt{2}$.

Câu 33: Người ta ghi lại tuổi thọ của một số con muỗi cái trong phòng thí nghiệm cho kết quả như sau:

Tuổi thọ (ngày)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số lượng	5	12	23	31	29

Muỗi cái có tuổi thọ khoảng bao nhiêu ngày là nhiều nhất?

- A.** 76 ngày. **B.** 90 ngày. **C.** 80 ngày. **D.** 66 ngày.

Lời giải

Chọn A

Số ngày muỗi cái có tuổi thọ nhiều nhất là một của mẫu số liệu.

Nhóm có tần số nhiều nhất là nhóm 4. Vì vậy nhóm chứa một là nhóm 4: $[60; 80)$.

Ta có $j = 4, a_4 = 60, m_4 = 31, m_3 = 23, m_5 = 29, h = 20$.

$$\text{Do đó } M_o = 60 + \frac{31 - 23}{(31 - 23) + (31 - 29)} \cdot 20 = 76.$$

Vậy Muỗi cái có tuổi thọ khoảng 76 ngày là nhiều nhất.

Câu 34: Cho dãy số (u_n) xác định bởi hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng thứ bốn của dãy số là

- A.** 14. **B.** 28. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } u_2 = u_1 + 1 = 4 + 1 = 5.$$

$$u_3 = u_2 + 2 = 5 + 2 = 7.$$

$$u_4 = u_3 + 3 = 7 + 3 = 10.$$

Vậy Số hạng thứ bốn của dãy số là $u_4 = 10$.

Câu 35: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -5$ và công sai $d = 3$. Số 94 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

- A.** 33. **B.** 20. **C.** 34. **D.** 35.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Áp dụng công thức } u_n = u_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$\text{Suy ra } 94 = -5 + (n - 1) \cdot 3 \Leftrightarrow 3n = 102 \Leftrightarrow n = 34.$$

Vậy số 94 là số hạng thứ 34 của cấp số cộng (u_n) .

PHẦN 2: TỰ LUẬN

Câu 36: Giải phương trình sau: $(2 \sin x + 2)(2 \cos x - \sqrt{3}) = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có } (2\sin x + 2)(2\cos x - \sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

$$\square \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\square \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy phương trình có nghiệm } S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{2} + k2\pi \right\}.$$

Câu 37: Cho một cấp số cộng biết rằng tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 6, số hạng thứ sáu bằng 36. Tính tổng 50 số hạng đầu của cấp số này.

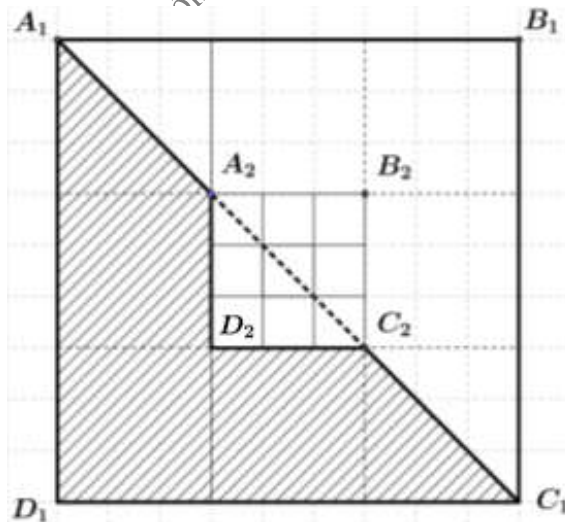
Lời giải

$$\text{Từ giả thiết ta có: } \begin{cases} u_2 + u_4 = 6 \\ u_6 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d + u_1 + 3d = 6 \\ u_1 + 5d = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 4d = 6 \\ u_1 + 5d = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -19 \\ d = 11. \end{cases}$$

Tổng 50 số hạng đầu của cấp số này là

$$S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow S_{50} = \frac{50[2 \cdot (-19) + 49 \cdot 11]}{2} = 12525$$

Câu 38: Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ dưới đây, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau...

Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm ít nhất 49,99% diện tích hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Lời giải

Từ đề bài ta thấy được tỉ lệ diện tích giữa đa giác được tô màu so với hình vuông tương ứng là $\frac{4}{9}$ và tỉ lệ diện tích giữa các hình vuông là $\frac{1}{9}$. Kí hiệu u_n là diện tích phần đa giác tô màu thứ

$$n, \text{ khi đó } \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{4}{9} S_{A_{n+1}B_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}}}{\frac{4}{9} S_{A_nB_nC_nD_n}} = \frac{\frac{4}{9} \frac{1}{9} S_{A_nB_nC_nD_n}}{\frac{4}{9} S_{A_nB_nC_nD_n}} = \frac{1}{9}.$$

Khi đó dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = \frac{4}{9} S_{A_1B_1C_1D_1}$ và $q = \frac{1}{9}$.

$$\text{Khi đó } S_n = \frac{4}{9} S_{A_1B_1C_1D_1} \frac{\left(\frac{1}{9}\right)^n - 1}{\frac{1}{9} - 1} \geq A_1B_1C_1D_1 49,99\% \Leftrightarrow \left(\frac{1}{9}\right)^n - 1 \geq \frac{9}{4} \left(\frac{-8}{9}\right) 49,99\% \Rightarrow n = 4.$$

Vậy ta cần làm ít nhất cần 4 bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm ít nhất 49,99% diện tích hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Câu 39: Số giờ có ánh sáng mặt trời của thành phố A trong ngày thứ t của năm 2023 được cho bởi hàm số $y = 9 - 2 \cos \left[\frac{\pi}{118}(t - 61) \right]$, $t \in \mathbb{N}^*$. Vào ngày tháng nào trong năm 2023 thì thành phố A có số giờ có ánh sáng mặt trời nhiều nhất?

Lời giải

$$\text{Ta có } -1 \leq \cos \left[\frac{\pi}{118}(t - 61) \right] \leq 1 \Leftrightarrow 7 \leq 9 - 2 \cos \left[\frac{\pi}{118}(t - 61) \right] \leq 11 \Leftrightarrow 7 \leq y \leq 11.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $y = 11$.

$$\text{Khi } \cos \left[\frac{\pi}{118}(t - 61) \right] = -1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{118}(t - 61) = \pi + k2\pi \Leftrightarrow k = \frac{t - 179}{236}$$

Mặt khác $1 \leq t \leq 365$ nên $\frac{-89}{118} \leq k \leq \frac{93}{118}$. Suy ra $k = 0$ hay $t = 179$

Vậy số giờ có ánh sáng mặt trời nhiều nhất của thành phố A trong một ngày là ngày thứ 179 trong năm 2023.

Ta có số ngày từ tháng 1 đến tháng 5 là $31 + 28 + 31 + 30 + 31 = 151$ ngày nên ngày có ánh sáng nhiều nhất trong năm là ngày 28 tháng 6 năm 2023.