

Câu 1. (2,5 điểm)

1) Phân tích các đa thức sau thành nhân tử:

a) $2x^2 - 6x$.

b) $x^3 - 4x^2 + 4x$.

c) $x^2 - y^2 - 3x + 3y$.

2) Thực hiện các phép tính sau:

a) $(x-2)(x+2) - x(x-1) + 8$.

b) $(4x^3y^3 - 6x^2y^3 + 2x^2y^2) : 2xy$.

Câu 2. (1,5 điểm)

Tìm x biết:

a) $(x-3)^2 - x^2 = -15$.

b) $2(x-3) = 3x(x-3)$.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Rút gọn các biểu thức $\frac{x^2+4}{x^2+2x} + \frac{4}{x+2}$, với $x \neq 0; x \neq -2$.

b) Tìm a sao cho $x^3 + 2x^2 - 8x + a$ chia cho $x+2$ có số dư là 6.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A , đường cao AH . Gọi M là trung điểm của AB , điểm K đối xứng với H qua M .

a) Chứng minh tứ giác $AHBK$ là hình chữ nhật.

b) Gọi F là điểm đối xứng với A qua H . Tứ giác $ABFC$ là hình gì? Vì sao?

c) Gọi D là trung điểm của AH . Chứng minh ba điểm C, D, K thẳng hàng.

d) Vẽ HE vuông góc với CD tại E . Chứng minh AE vuông góc với BE .

Câu 5. (0,5 điểm)

Cho các số thực x, y thỏa mãn $x + y = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$A = x^3 + y^3 + 3x^2y^2$$

----- Hết -----

4.b (1,0 điểm)		
	Vì C và F đối xứng nhau qua H nên H là trung điểm của AF (1). Vì tam giác ABC cân tại A có AH là đường cao nên AH cũng là đường trung tuyến của $\triangle ABC$ suy ra H là trung điểm của BC (2). Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $ABFC$ là hình bình hành.	0,5
	Lại có AF vuông góc BC tại H nên tứ giác $ABFC$ là hình thoi.	0,5
4.c (0,5 điểm)		
	Vì tứ giác $AHBK$ là hình chữ nhật nên $AK \parallel BH$ và $AK = BH$. Mà H là trung điểm của BC nên $AK \parallel CH$ và $AK = CH$. Suy ra tứ giác $AKHC$ là hình bình hành. Lại có D là trung điểm AH nên D là trung điểm của KC hay 3 điểm C, D, K thẳng hàng.	0,5
4.d (0,5 điểm)		
	Vì tứ giác $AHBK$ là hình chữ nhật có hai đường chéo AB và KH cắt nhau tại M nên $AB = KH$ và M là trung điểm của AB và KH . Ta có $\triangle KEH$ vuông tại E có EM là đường trung tuyến nên $EM = \frac{1}{2}AB$ Mà $AB = KH$ nên $EM = \frac{1}{2}KH$ Xét $\triangle ABE$ có EM là đường trung tuyến và $EM = \frac{1}{2}KH$ nên $\triangle ABE$ vuông tại E . Suy ra $AE \perp BE$ tại E .	0,5
5. (0,5 điểm)		
	$A = x^3 + y^3 + 3x^2y^2 = (x+y)(x^2 - xy + y^2) + 3x^2y^2 = 2\left[(x+y)^2 - 3xy\right] + 3x^2y^2$ $A = 2(4 - 3xy) + 3x^2y^2 = 3(x^2y^2 - 2xy + 1) + 5 = 3(xy - 1)^2 + 5$	0,25
	Vì $3(xy - 1)^2 \geq 0$ với mọi x, y nên $3(xy - 1)^2 + 5 \geq 5$ hay $A \geq 5$ với mọi x, y . Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x + y = 2 \\ xy = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1$. Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $5 \Leftrightarrow x = y = 1$.	0,25