

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

Môn: TOÁN

Thời gian: 180 phút (Không kể thời gian giao đề)

Ngày thi: 16/01/2022

Câu 1 (3,0 điểm). Giải bất phương trình: $\sqrt{x - \frac{1}{x}} - \sqrt{1 - \frac{1}{x}} > \frac{x-1}{x}$.

Câu 2 (3,0 điểm). Cho dãy số (u_n) xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 4u_n + 3 \cdot 4^n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tìm công thức số hạng tổng quát u_n và tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2022n+1)2^{2n-3}}{u_n}$.

Câu 3 (3,0 điểm). Cho các số $a, b, x, y \in \mathbb{Z}$ sao cho: $a + b\sqrt{123} = (x + y\sqrt{123})^{456}$.

Chứng minh rằng: $a \geq 11b$.

Câu 4 (3,0 điểm). Cho tam giác đều ABC cạnh $2\sqrt{3}cm$. Hình chóp $S.ABC$ có ít nhất một cạnh bên bằng $6cm$ và các mặt bên có diện tích bằng nhau. Tính thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.ABC$.

Câu 5 (3,0 điểm). Cho phương trình: $2^{|\sin x| - |\sqrt{3} \cos x - m|} \cdot \log_2 (|\sin x| + 2) = \log_2 (|\sqrt{3} \cos x - m| + 2)$.

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình trên có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 6 (5,0 điểm). Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O) , có đường cao AD ($D \in BC$), trên đoạn AD lấy điểm I . Đường tròn (I) tâm I , đi qua đỉnh A , cắt các cạnh AB và AC lần lượt tại M, N .

a) Chứng minh $OA \perp MN$.

b) Biết $AM \cdot AN = BM \cdot CN$. Trên cạnh BC lấy điểm P sao cho MP song song với AC . Gọi T là điểm chung thứ hai của các đường tròn ngoại tiếp tam giác PBM và PCN .

Chứng minh rằng đường tròn (I) tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BOC .

— HẾT —

Ghi chú:

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không được giải thích gì thêm.