SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH CẤP THPT NĂM HỌC 2016 - 2017
ĐỀ THI CHÍNH THỨC (Đề thi có 1 trang, gồm 5 câu)	Môn: TOÁN - Lớp: 11 Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1.

a) Giải phương trình $\dfrac{1}{\cos x} - \dfrac{1}{\sqrt{3}\sin x} = 2\left(\cot 2x - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$.

b) Mỗi lượt, ta gieo một con súc sắc (loại 6 mặt, cân đối) và một đồng xu (cân đối). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con súc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.

Câu 2.

a) Tính $\mathbb{L} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+2x}\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt{1+4x}}{1 + x - \sqrt{1+2x}}$.

b) Tìm số đo các góc của tam giác ABC sao cho biểu thức

$$\mathbb{P} = \sin^2 A + \cos B + \cos^2 C$$

đạt giá trị lớn nhất.

Câu 3. Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a, \widehat{BAD} = 120^\circ$. Hình chiếu của B' lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm H của đoạn thẳng CD và ABB' là tam giác vuông cân.

a) Tính độ dài đoạn thẳng $A'D$.

b) Tính $\cos\alpha$ với α là góc giữa hai đường thẳng BH và AC'.

Câu 4. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2+y^2+z^2+4xyz = 2(xy+yz+zx)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$\mathbb{P} = x(1-y)(1-z).$$

Câu 5. Cho dãy số (x_n) xác định bởi

$$x_1 = 2017 \text{ và } x_{n+1} = \frac{x_n^4 + 3}{4} \text{ với mọi } n \geq 1.$$

Với mỗi số nguyên dương n, đặt $y_n = \sum\limits_{i=1}^{n} \left(\dfrac{1}{x_i + 1} + \dfrac{2}{x_i^2 + 1}\right)$.

Chứng minh dãy số (y_n) có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.

HẾT

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ....; Số báo danh: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH CẤP THPT NĂM HỌC 2016 - 2017 Môn: TOÁN; Lớp: 11 (*Hướng dẫn giải gồm 7 trang*)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu	Đáp án
1.a.	$\frac{1}{\cos x}-\frac{1}{\sqrt{3}\sin x}=2\left(\cot 2x-\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$ Điều kiện: $\sin 2x\neq 0$. Khi đó phương trình đã cho tương đương với $$\frac{\sqrt{3}\sin x-\cos x}{\sqrt{3}\sin x\cos x}=2\left(\frac{\cos 2x}{2\sin x\cos x}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$ $$\Leftrightarrow \sqrt{3}\sin x-\cos x=\sqrt{3}\cos 2x-\sin 2x$$ $$\Leftrightarrow \cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=\cos\left(x-\frac{2\pi}{3}\right)$$ $$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3}\end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{R}).$$ Đối chiếu điều kiện ta thu được tập nghiệm của phương trình đã cho là $$S=\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi;\frac{5\pi}{6}+k2\pi \,\middle\|\, k\in\mathbb{Z}\right\}.$$
	Ta có thể biến đổi phương trình đã cho về dạng $$(2\cos x+\sqrt{3})(\sqrt{3}\cos x-\sin x-1)=0.$$
1.b.	Số phần tử của không gian mẫu là $\left\|\Omega\right\|=(6.2)^3=1728.$ Số trường hợp xảy ra để cả 3 lượt tung đó đều thu được súc sắc mặt 1 chấm và xu sấp là 1. Số trường hợp xảy ra để trong 3 lượt tung đó có đúng 2 lượt được súc sắc mặt 1 chấm và xu sấp là $3.1.1.11=3.11$. Số trường hợp xảy ra để trong 3 lượt tung đó có đúng 1 lượt được súc sắc mặt 1 chấm và xu sấp là $3.1.11.11=3.11^2$. Vậy xác suất cần tìm là $$P=\frac{1+3.11+3.11^2}{12^3}=\frac{397}{1728}.$$
	Ngoài cách giải trên, ta còn có thể giải theo hướng $$P=1-\left(1-\frac{1}{6}.\frac{1}{2}\right)^3=1-\frac{11^3}{12^3}.$$

<table>
<tr><td>2.a.</td><td>

Ta có

$$\mathbb{L}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt{1+4x}}{1+x-\sqrt{1+2x}}$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt{1+4x}}{x^2}(1+x+\sqrt{1+2x})$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}\sqrt[3]{1+3x}-(1+2x)+(1+2x)-\sqrt{1+4x}}{x^2}(1+x+\sqrt{1+2x})$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}\left(\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt{1+2x}\right)+\dfrac{4x^2}{1+2x+\sqrt{1+4x}}}{x^2}(1+x+\sqrt{1+2x})$$

Ta có

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}\left(\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt{1+2x}\right)}{x^2}$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}\left(\sqrt[3]{1+3x}-(1+x)+1+x-\sqrt{1+2x}\right)}{x^2}$$
$$=\lim_{x\to 0}\sqrt{1+2x}\left(\frac{1}{1+x+\sqrt{1+2x}}-\frac{3+x}{\sqrt[3]{1+3x}^2+\sqrt[3]{1+3x}(1+x)+(1+x)^2}\right)$$
$$=-\frac{1}{2}.$$

Do vậy $\mathbb{L}=\left(\dfrac{-1}{2}+2\right).2=3.$

</td></tr>
<tr><td></td><td>

Ta cũng có thể tính như sau

$$\mathbb{L}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}\sqrt[3]{1+3x}-\sqrt{1+4x}}{1+x-\sqrt{1+2x}}$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+2x}-1\right)\left(\sqrt[3]{1+3x}-1\right)+\sqrt{1+2x}+\sqrt[3]{1+3x}-1-\sqrt{1+4x}}{x^2}\left(1+x+\sqrt{1+2x}\right).$$

Ta có

$$\mathbb{L}_1=\lim_{x\to 0}\left(1+x+\sqrt{1+2x}\right)=2.$$
$$\mathbb{L}_2=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+2x}-1\right)\left(\sqrt[3]{1+3x}-1\right)}{x^2}$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{6}{\left(\sqrt{1+2x}+1\right)\left(\sqrt[3]{1+3x}^2+\sqrt[3]{1+3x}+1\right)}=1.$$
$$\mathbb{L}_3=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}+\sqrt[3]{1+3x}-1-\sqrt{1+4x}}{x^2}$$
$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+2x}-(1+x)+\sqrt[3]{1+3x}-(1+x)+(1+2x)-\sqrt{1+4x}}{x^2}$$

</td></tr>
</table>

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{-1}{\sqrt{1+2x}+1+x}+\frac{-3-x}{A^2+A(1+x)+(1+x)^2}+\frac{4}{1+2x+\sqrt{1+4x}}\right)$$
$$= \frac{-1}{2}+\frac{-3}{3}+\frac{4}{2}=\frac{1}{2}.$$

(trong đó $A=\sqrt[3]{1+3x}$).

Do vậy $\mathbb{L}=\mathbb{L}_1(\mathbb{L}_2+\mathbb{L}_3)=2\left(1+\frac{1}{2}\right)=3.$

2.b. Ta có

$$\begin{aligned}\mathbb{P}&=\sin^2 A+\cos B+\cos^2 C\\&=\frac{1-\cos 2A}{2}+\frac{1+\cos 2C}{2}+\cos B\\&=1+\sin B\sin(A-C)+\cos B\\&\le 1+\sin B+\cos B\\&=1+\sqrt{2}\cos\left(B-\frac{\pi}{4}\right)\\&\le 1+\sqrt{2}.\end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\sin(A-C)=1\\ \cos\left(B-\frac{\pi}{4}\right)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}B=\frac{\pi}{4}\\ A-C=\frac{\pi}{2}\end{cases}\Leftrightarrow A=\frac{5\pi}{8},B=\frac{\pi}{4},C=\frac{\pi}{8}.$$

Vậy $A=\frac{5\pi}{8},B=\frac{\pi}{4},C=\frac{\pi}{8}.$

Ta cũng có thể đại số hóa như sau:

Đặt $\cos A=x,\cos B=y,\cos C=z$ thì $x,y,z\in(-1,1)$ và $x^2+y^2+z^2+2xyz=1$. Suy ra

$$(y+zx)^2=1-x^2-z^2+z^2x^2=(1-x^2)(1-z^2)\Rightarrow y+zx\le\sqrt{(1-x^2)(1-z^2)}.$$

Khi đó, áp dụng Bất đẳng thức Bunhiacốpxki ta được

$$y\le\sqrt{(1-z^2)(1-x^2)}-xz\le\sqrt{(1-z^2+x^2)(1-x^2+z^2)}=\sqrt{1-(z^2-x^2)^2}.$$

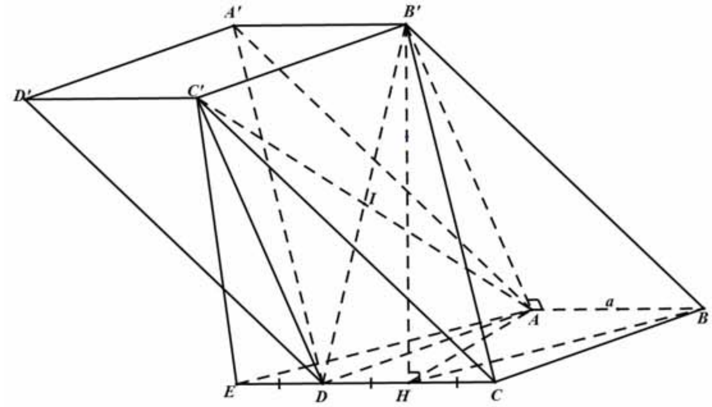
Do vậy

$$\mathbb{P}=1-x^2+y+z^2\le 1+y+\sqrt{1-y^2}\le 1+\sqrt{2(y^2+1-y^2)}=1+\sqrt{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases}y+zx=\sqrt{(1-x^2)(1-z^2)}\\ \frac{-x}{\sqrt{1-z^2}}=\frac{z}{\sqrt{1-x^2}}\ge 0\\ y=\sqrt{1-y^2}=z^2-x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{\sqrt{2}}{2},x\le 0\le z\\ z^2=x^2+\frac{\sqrt{2}}{2},zx\ge\frac{-\sqrt{2}}{2}\\ (z^2-x^2)(z^2+x^2-1)=0\\ x^2+z^2+\sqrt{2}xz=\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ z=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\\ x=\frac{-\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}\end{cases}.$$

Khi đó $A=\arccos\frac{-\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2},B=\frac{\pi}{4},C=\arccos\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}.$

<table>
<tr><td>3.a.</td><td>


Ta có $\widehat{CAD} = \frac{1}{2}\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên ACD là tam giác đều.
Suy ra $AH \perp CD$ nên $AH \perp AB$. Lại có $B'H \perp AB$ (do $B'H \perp (ABCD)$) nên $AB \perp (AHB')$. Suy ra $AB \perp AB'$ hay tam giác ABB' vuông tại A.
Theo giả thiết tam giác ABB' vuông cân nên $AB' = AB = a$.
Suy ra $B'H = \sqrt{B'A^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3}{4}a^2} = \frac{a}{2}$.
Do vậy $A'D = B'C = \sqrt{B'H^2 + HC^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.
</td></tr>
<tr><td></td><td>Có thể lý luận $BB' > BH > BA$ kết hợp ABB' là tam giác vuông cân suy ra tam giác ABB' vuông cân tại A. Suy ra $AB' = AB = a$, sau đó tính tiếp như trên.</td></tr>
<tr><td>3.b.</td><td>
Lấy điểm E thuộc đường thẳng CD sao cho $AE \parallel BH$.
Khi đó α bằng góc giữa 2 đường thẳng AE và AC'.
Ta có $ABHE$ là hình bình hành nên
$$AE = BH = \sqrt{HA^2 + AB^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2}.$$
Ta có $EC' = \sqrt{EA'^2 + A'C'^2} = \sqrt{B'H^2 + AC^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.
Gọi I là tâm của hình bình hành $ADC'B'$.
Ta có $AC' = 2AI = \sqrt{2(AD^2 + AB'^2) - B'D^2} = \sqrt{2(a^2 + a^2) - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.
Do đó $\cos\widehat{EAC'} = \frac{7a^2 + 14a^2 - 5a^2}{2.7a^2\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{7} > 0$. Vậy $\cos\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{7}$.
</td></tr>
<tr><td></td><td>
Ta có thể giải bằng phương pháp vectơ như sau:
Đặt $\overrightarrow{HA} = \vec{x}, \overrightarrow{HC} = \vec{y}, \overrightarrow{HB'} = \vec{z}$ thì $\left|\vec{x}\right| = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \left|\vec{y}\right| = \frac{a}{2}, \left|\vec{z}\right| = h > 0$. và $\vec{x}.\vec{y} = \vec{y}.\vec{z} = \vec{z}.\vec{x} = 0$.
Khi đó $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB'} = 2\vec{y}(\vec{z} - \vec{x}) = 0$ nên từ giả thiết ta có
$$\left|2\vec{y}\right| = \left|\vec{z} - \vec{x}\right| \Leftrightarrow a = \sqrt{h^2 + \frac{3a^2}{4}} \Leftrightarrow h = \frac{a}{2} > 0.$$
</td></tr>
</table>

a) Do vậy $\overrightarrow{A'D}=\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{B'H}+\overrightarrow{HD}=2\vec{y}-\vec{z}-\vec{y}=\vec{y}-\vec{z}$ nên

$$A'D=\sqrt{\left|\vec{y}\right|^2-2\vec{y}\vec{z}+\left|\vec{z}\right|^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

b) Ta cũng có $\overrightarrow{BH}=-\vec{x}-2\vec{y}$ nên $BH=\sqrt{\frac{3a^2}{4}+4.\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Mặt khác

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AC'}&=\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{HB'}+\overrightarrow{BC}\\&=-\vec{x}+\vec{z}-(\vec{x}+2\vec{y})+\vec{y}\\&=-2\vec{x}-\vec{y}+\vec{z}.\end{aligned}$$

Suy ra $AC'=\sqrt{4.\frac{3a^2}{4}+\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Do vậy

$$\cos\alpha=\cos(BH,AC')=\frac{\left|\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC'}\right|}{BH.AC'}=\frac{\left|(\vec{x}+2\vec{y})(2\vec{x}+\vec{y}-\vec{z})\right|}{\frac{a\sqrt{7}}{2}.\frac{a\sqrt{14}}{2}}=\frac{\left|2\frac{3a^2}{4}+2\frac{a^2}{4}\right|}{\frac{7a^2\sqrt{2}}{4}}=\frac{4\sqrt{2}}{7}.$$

Ta có $x^2+(y+z)^2-4yz-2x(y+z)+4xyz=0$.

Do đó $4yz(1-x)=(y+z-x)^2\ge 0$. Suy ra $x\le 1$. Tương tự $y,z\le 1$.

Do vậy $x,y,z\in(0,1]$.

Viết lại giả thiết thành $x^2+2x(2yz-y-z)+y^2+z^2-2yz=0$.

Do $\Delta'_x=4yz(1-y)(1-z)\ge 0$ nên $x=y+z-2yz\pm 2\sqrt{yz(1-y)(1-z)}$.

Suy ra

$$x\le y+z-2yz+2\sqrt{yz(1-y)(1-z)}=\left(\sqrt{y}\sqrt{1-z}+\sqrt{z}\sqrt{1-y}\right)^2.$$

Nếu $(1-y)(1-z)=0$ thì $\mathbb{P}=0$. Nếu $(1-y)(1-z)>0$ thì $0<y,z<1$.

Khi đó đặt $y=\sin^2 B, z=\sin^2 C$ $\left(B,C\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\right)$ thay vào biến đổi ta được

$$x\le\sin^2(B+C)=\sin^2 A$$

với A,B,C là 3 góc của một tam giác.

Suy ra

$$\mathbb{P}\le\sin^2 A\cos^2 B\cos^2 C.$$

Ta có

$$\begin{aligned}\mathbb{P}&\le\left(\sin A\cos B\cos C\right)^2\\&=\sin^2 A\left(\frac{\cos(B-C)-\cos A}{2}\right)^2\le\sin^2 A\left(\frac{1-\cos A}{2}\right)^2\\&=\sin^2 A\sin^4\frac{A}{2}=4\sin^6\frac{A}{2}\cos^2\frac{A}{2}\end{aligned}$$

4.

$$(\text{do } 0<\cos B.\cos C=\frac{\cos(B-C)-\cos A}{2}\le\frac{1-\cos A}{2}).$$

Suy ra

$$\begin{aligned}\mathbb{P}&\le 4\left(1-\cos^2\frac{A}{2}\right)^3\cos^2\frac{A}{2}\\&\le\frac{4}{3}3\cos^2\frac{A}{2}\left(1-\cos^2\frac{A}{2}\right)^3\le\frac{4}{3}\left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{27}{64}.\end{aligned}$$

Khi $x=\frac{3}{4}, y=z=\frac{1}{4}$ thì $\mathbb{P}=\frac{27}{64}$. Vậy giá trị lớn nhất của $\mathbb{P}$ là $\frac{27}{64}$.

Ta có thể chứng minh $x,y,z\in(0,1]$ như sau:

Viết lại giả thiết thành $x^2+2x(2yz-y-z)+y^2+z^2-2yz=0$.

Do đó $\Delta'_x\ge 0\Rightarrow(y-1)(z-1)\ge 0$. Tương tự ta có $(z-1)(x-1)\ge 0,(x-1)(y-1)\ge 0$.

Suy ra x,y,z cùng nhỏ thua hoặc bằng 1 hoặc cùng lớn hơn hoặc bằng 1.

Nếu $x,y,z\ge 1$ thì

$$x^2+y^2+z^2+4xyz\ge xy+yz+zx+xy+yz+zx+xyz>2(xy+yz+zx),\ \text{vô lý}.$$

Vậy $x,y,z\in(0,1]$.

Từ $\sqrt{x}\le\sqrt{y(1-z)}+\sqrt{z(1-y)}$ ta có thể đánh giá tiếp bằng Bất đẳng thức Côsi như sau:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}&\le(1-y)(1-z)\left(\sqrt{y(1-z)}+\sqrt{z(1-y)}\right)^2\\&=(1-y-z+yz)\left(y+z-2yz+\frac{2\sqrt{3y(1-y)}.2\sqrt{3z(1-z)}}{6}\right)\\&\le(1-y-z+yz)\left(y+z-2yz+\frac{(2y+1)(2z+1)}{6}\right)\\&=\frac{4}{3}(1-y-z+yz)\left(y+z-yz+\frac{1}{8}\right)\\&\le\frac{4}{3}.\frac{1}{4}.\left(1+\frac{1}{8}\right)^2=\frac{27}{64}.\end{aligned}$$

Ta cũng có thể đánh giá tiếp bằng Bất đẳng thức Bunhiacốpxki như sau:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}&\le(1-y)(1-z)\left(\sqrt{y(1-z)}+\sqrt{z(1-y)}\right)^2\\&\le(1-y-z+yz)(y+z)(2-y-z)\\&\le\left(1-y-z+\frac{(y+z)^2}{4}\right)(y+z)(2-y-z)\\&=\frac{1}{4}(y+z)(2-y-z)^3\\&=\frac{1}{12}(3y+3z)(2-y-z)^3\le\frac{1}{12}\left(\frac{6}{4}\right)^4=\frac{27}{64}.\end{aligned}$$

5.	Ta có $x_{n+1}-1=\dfrac{x_n^4-1}{4}=\dfrac{(x_n-1)(x_n+1)(x_n^2+1)}{4};\forall n\ge 1.$ Kết hợp với $x_1=2017$ ta có ngay $x_n>2017,\forall n\ge 2.$ Ta có $x_{n+1}-x_n=\dfrac{x_n^4-4x_n+3}{4}=\dfrac{(x_n-1)^2(x_n^2+2x_n+3)}{4};\forall n\ge 1.$ Do đó $x_{n+1}-x_n>0;\forall n\ge 1.$ Suy ra (x_n) là dãy tăng ngặt. Giả sử (x_n) bị chặn trên suy ra (x_n) có giới hạn hữu hạn. Đặt $\lim x_n=L$ thì $L\ge 2017.$ Ta có $$L=\dfrac{L^4+3}{4}\Leftrightarrow L^4-4L+3=0\Leftrightarrow (L-1)^2(L^2+2L+3)=0\Leftrightarrow L=1,\text{ vô lý.}$$ Do vậy $\lim x_n=+\infty.$ Ta có $\dfrac{x_{n+1}-x_n}{x_{n+1}-1}=\dfrac{(x_n-1)(x_n^2+2x_n+3)}{(x_n+1)(x_n^2+1)};\forall n\ge 1.$ Do đó $$\dfrac{1}{x_n+1}+\dfrac{2}{x_n^2+1}=\dfrac{x_n^2+2x_n+3}{(x_n+1)(x_n^2+1)}=\dfrac{x_{n+1}-x_n}{(x_{n+1}-1)(x_n-1)}=\dfrac{1}{x_n-1}-\dfrac{1}{x_{n+1}-1};\forall n\ge 1.$$ Do đó $y_n=\sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{1}{x_i-1}-\dfrac{1}{x_{i+1}-1}\right)=\dfrac{1}{2016}-\dfrac{1}{x_{n+1}-1};\forall n\ge 1.$ Do $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{x_{n+1}-1}=0$ nên dãy số (y_n) có giới hạn hữu hạn và $\lim\limits_{n\to+\infty}y_n=\dfrac{1}{2016}.$

--------- HẾT ---------