

Bài I. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{9\sqrt{x}-10}{x-4}$
(với $x \geq 0; x \neq 4, x \neq 9$)

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Tìm các giá trị của x để biểu thức $P = B:A$ có giá trị nguyên.

Bài II. (2,0 điểm):

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ca nô chuyển động xuôi dòng từ A đến B sau đó ngược dòng từ B về A hết tổng cộng 5 giờ. Biết quãng đường sông từ A đến B dài 60 km và vận tốc của dòng nước là 5km/h. Tính vận tốc thực của ca nô (Vận tốc thực của ca nô khi nước đứng yên).

2) Một quả bóng tennis có đường kính 6,5 cm. Tính diện tích nguyên liệu cần dùng để làm mặt xung quanh của quả bóng (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2, giả thiết rằng nguyên liệu làm các mối nối là không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$).



Bài III. (2,5 điểm) 1) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 3m - 1 \end{cases}$$

- Giải hệ phương trình khi $m = 2$
 - Tìm các giá trị của m để phương trình có nghiệm duy nhất (x; y) sao cho x, y có giá trị nhỏ nhất.
- 2) Cho ba đường thẳng: $d_1: y_1 = 5x + 1$; $d_2: y_2 = 2x + 4$; $d_3: y_3 = (m^2 + 1)x + m - 1$
- Tìm giá trị của m để $d_1 \parallel d_3$
 - Tìm các giá trị của m để 3 đường thẳng trên cắt nhau tại 1 điểm.

Bài IV: (3 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt cạnh BC tại I.

- Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh: $\widehat{BAD} = \widehat{CAQ}$.
- Gọi P là giao điểm của AH và EF. Chứng minh $\triangle AEP$ đồng dạng với $\triangle ABI$ và $PI \parallel HQ$.

Bài V. (0,5 điểm)

Cho 3 số a, b, c dương. Chứng minh rằng:
$$\frac{a}{b+2c} + \frac{b}{c+2a} + \frac{c}{a+2b} \geq 1.$$

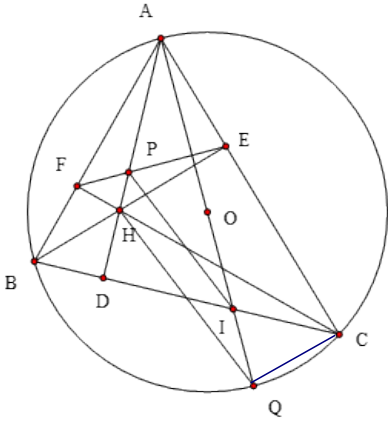
~~~~~HẾT~~~~~

# HƯỚNG DẪN CHẤM THI RÀ SOÁT LỚP 9

NĂM HỌC 2022 - 2023

| Bài          | Nội dung                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Biểu điểm |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Bài I<br>2 đ | <b>a) Tính giá trị của biểu thức A khi <math>x = 36</math></b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |           |
|              | Ta có $x = 9$ (TMĐK) thay vào biểu thức A ta đc<br>$A = \frac{\sqrt{36} - 2}{\sqrt{36} - 3}$ $A = \frac{4}{3}$ <p>Vậy giá trị của biểu thức <math>A = \frac{4}{3}</math> khi <math>x = 36</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 0,25      |
|              | <b>b) Rút gọn B</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |           |
|              | $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} + \frac{3}{\sqrt{x} + 2} - \frac{9\sqrt{x} - 10}{x - 4}$ $= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} + \frac{3(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{9\sqrt{x} - 10}{(\sqrt{x} - 5)(\sqrt{x} + 5)}$ $\frac{x + 2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 6 - 9\sqrt{x} + 10}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ $= \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ $= \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$ $= \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2}$ <p>Vậy .....</p> | 0,25      |
|              | <b>c) Tìm các giá trị của x để biểu thức <math>P = B:A</math> có giá trị nguyên:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |           |
|              | $P = B:A$ $= \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} : \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 3}$ $= \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 2}$ $P = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} + 2} = 1 - \frac{5}{\sqrt{x} + 2}$ <p>Để <math>P \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x} + 2} \in \mathbb{Z}</math></p> <p>Xét <math>\frac{5}{\sqrt{x} + 2} &gt; 0</math> và có <math>\sqrt{x} + 2 \geq 2</math> với mọi <math>x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9</math></p>                                                                                                |           |

|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |      |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
|                           | $\Rightarrow 0 < \frac{5}{\sqrt{x}+2} \leq \frac{5}{2}$ <p>Mà <math>\frac{5}{\sqrt{x}+2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{x}+2} = 1</math> hoặc <math>\frac{5}{\sqrt{x}+2} = 2</math></p> $\frac{5}{\sqrt{x}+2} = 1 \Rightarrow x = 9(\text{TM})$ $\frac{5}{\sqrt{x}+2} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{4}(\text{TM})$ <p>Kết luận: Vậy <math>x = 9</math> hoặc <math>x = \frac{1}{4}</math></p> | 0,25 |
|                           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25 |
| <b>Bài II</b><br>2,0 đ    | 1) 1,5 đ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|                           | Gọi vận tốc thực của ca nô là $x$ ( km/h) ( $x > 5$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25 |
|                           | Vận tốc xuôi dòng của ca nô là $x + 5$ (km/h)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |
|                           | Vận tốc ngược dòng của ca nô là $x - 5$ (km/h)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|                           | Thời gian ca nô đi xuôi dòng là : $\frac{60}{x+5}$ ( giờ)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|                           | Thời gian ca nô đi xuôi dòng là : $\frac{60}{x-5}$ ( giờ)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0,25 |
|                           | Theo bài ra ta có PT: $\frac{60}{x+5} + \frac{60}{x-5} = 5$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 0,25 |
|                           | $\Leftrightarrow 60(x-5) + 60(x+5) = 5(x^2 - 25)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |
|                           | $\Leftrightarrow 5x^2 - 120x - 125 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |      |
|                           | $\Rightarrow x_1 = -1$ ( không TMĐK)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,25 |
|                           | $\Rightarrow x_2 = 25$ ( TMĐK)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
|                           | Vậy vận tốc thực của ca nô là 25 km/h.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|                           | <b>2. 0,5</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |      |
|                           | Áp dụng công thức: $S_{xq} = 4\pi R^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 0,25 |
|                           | Thay số tính được :                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
|                           | $S_{xq} = 4\pi \cdot (6,5 : 2)^2 \approx 4.3,14.10,5625 = 132,665 \approx 132,67(\text{cm}^2)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
|                           | Diện tích nguyên liệu cần dùng để làm mặt xung quanh của quả bóng tennis khoảng $132,67\text{cm}^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |      |
| <b>Bài III</b><br>(2,0 đ) | 1) a. Thay $m = 2$ hệ đã cho trở thành:                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |
|                           | $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |      |
|                           | $\dots\dots\dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,5  |
|                           | Vậy.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
|                           | <b>b.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |      |
|                           | $\dots\dots\dots$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |      |
|                           | Vậy $m = \pm 1$ là giá trị cần tìm                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25 |
|                           | Giá trị nhỏ nhất của $S = -1$ khi $m=0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 0,25 |

|        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                        |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
|        | <p><b>2a,</b><br/>.....<br/>Vậy <math>m = -2</math> là giá trị cần tìm</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>0,25<br/>0,25</p>                   |
|        | <p><b>b.</b><br/>Tìm được tọa độ giao điểm <math>A(1;6)</math> của <math>d_1</math> và <math>d_3</math><br/>Vậy <math>m = -3</math> là giá trị cần tìm</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>0,25<br/>0,25</p>                   |
| Bài IV | <p>Vẽ hình đúng đến câu a</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25                                   |
|        | <p>1.<br/> <math>BE \perp AC</math> (gt) <math>\Rightarrow \widehat{AEH} = 90^\circ</math><br/> <math>CF \perp AB</math> (gt) <math>\Rightarrow \widehat{HFA} = 90^\circ</math><br/> Xét tứ giác AFHE có:<br/> <math>\widehat{AEH} + \widehat{HFA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ</math><br/> Mà hai góc này ở vị trí đối nhau nên tứ giác AFHE nội tiếp.<br/> Vậy bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.</p>                                                                                                                                                                     | <p>0,25<br/>0,25<br/>0,25<br/>0,25</p> |
|        | <p>Xét đường tròn (O) ta có:<br/> <math>\widehat{ABC} = \widehat{AQC}</math> ( hai góc nt cùng chắn <math>\widehat{AC}</math> )<br/> <math>\widehat{ACQ} = 90^\circ</math> ( góc nt chắn nửa đường tròn )<br/> Xét <math>\triangle ABD</math> và <math>\triangle ACQ</math> có:<br/> <math>\widehat{ABC} = \widehat{AQC}</math><br/> <math>\widehat{ADB} = \widehat{ACQ} = 90^\circ</math><br/> Suy ra <math>\triangle ABD</math> đồng dạng <math>\triangle ACQ</math><br/> Suy ra <math>\widehat{BAD} = \widehat{CAQ}</math>.</p>                                                           | <p>0,25<br/>0,25<br/>0,25<br/>0,25</p> |
|        | <p>Vì<br/> <math>\widehat{BAD} = \widehat{CAQ} \Rightarrow \widehat{BAD} + \widehat{DAQ} = \widehat{DAQ} + \widehat{QAC}</math><br/> <math>\Rightarrow \widehat{BAI} = \widehat{PAE}</math><br/> Hoặc c/m tứ giác BFEC nt <math>\Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{AEP}</math><br/> C/m <math>\triangle AEP</math> đồng dạng <math>\triangle ABI</math> (g-g)<br/> Vì <math>\triangle AEP</math> đồng dạng với <math>\triangle ABI</math><br/> <math>\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AP}{AI}</math> (1)<br/> C/m <math>\triangle AEH</math> đồng dạng với <math>\triangle ABQ</math></p> | 0.25                                   |

|                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                         |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|
|                               | $\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AH}{AQ} (2)$ <p>Từ (1) và (2) suy ra <math>\frac{AP}{AI} = \frac{AH}{AQ} \Rightarrow \frac{AP}{AH} = \frac{AI}{AQ}</math><br/> <math>\Rightarrow PI \parallel HQ</math></p> <p>(định lí Ta Lét đảo)</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>0.25</p> <p>0.25</p> |
| <p><b>Bài V</b><br/>0,5 đ</p> | <p>Ta có:</p> $(b+2c)(b+2a) \geq \frac{(2a+2b+2c)^2}{4} = (a+b+c)^2$ $\frac{a}{b+2c} = \frac{a(b+2a)}{(b+2c)(b+2a)} \geq \frac{a(b+2a)}{(a+b+c)^2}$ <p>Tương tự ta được:</p> $\frac{b}{c+2a} \geq \frac{b(c+2b)}{(a+b+c)^2}$ $\frac{c}{a+2b} \geq \frac{c(a+2c)}{(a+b+c)^2}$ <p>Suy ra:</p> $\frac{a}{b+2c} + \frac{b}{c+2a} + \frac{c}{a+2b} \geq \frac{a(b+2a)}{(a+b+c)^2} + \frac{b(c+2b)}{(a+b+c)^2} + \frac{c(a+2c)}{(a+b+c)^2}$ $\geq \frac{(a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + bc + ca)}{(a+b+c)^2} = 1$ <p>Vậy bất đẳng thức đã được c/m.</p> | <p>0,25</p> <p>0,25</p> |