

D. $B(5; -2)$.

Câu 11. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d: 3x + 2y - 5 = 0$, $d': 3x - 2y - 5 = 0$.
 Câu nào sau đây đúng?

- A. d , d' đối xứng qua đường thẳng $y = x$. B. d và d' đối xứng qua O .
 C. d và d' đối xứng qua Ox . D. d và d' đối xứng qua Oy .

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng d và d' lần lượt có phương trình là:
 $3x + m^2y - 1 = 0$; $-3x + my + m - 1 = 0$ (với m là tham số). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hai đường thẳng trên song song?

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 13. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0; 4)$, $B(-6; 0)$ là:

- A. $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$. B. $\frac{-x}{6} + \frac{y}{4} = 1$. C. $\frac{-x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$. D. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$.

Câu 14. Bất phương trình $(x - 1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0$ có tập nghiệm S là:

- A. $S = [6; +\infty) \cup \{1\}$. B. $S = [6; +\infty)$. C. $(6; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$.

Câu 15. Điều kiện xác định của bất phương trình $\frac{2x}{|x+1|-3} - \frac{1}{\sqrt{2-x}} \geq 1$ là:

- A. $x \leq 2$. B. $\begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -4 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x < 2 \\ x \neq -4 \end{cases}$. D. $x < 2$.

II. Tự luận:

Bài 1:

a) Giải bất phương trình: $\frac{|x+2|-x}{x} \leq 2$

b) Giải và biện luận bất phương trình: $(m^2 + 1)x + 3 < 10x + m^2 - 2m$

c) Tìm các giá trị của m để hệ bất phương trình sau vô nghiệm: $\begin{cases} x - 7 \leq 0 \\ mx \geq m + 1 \end{cases}$.

Bài 2:

a) Chứng minh rằng trong mọi tam giác ABC ta có:

$$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2) \text{ và } S = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\overline{AB} \cdot \overline{AC})^2}.$$

b) Tìm hình dạng tam giác ABC biết: $a^2 + b^2 + c^2 = 4S\sqrt{3}$

c) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(4/5; 7/5)$, hai đường phân giác trong vẽ từ B và C có phương trình lần lượt là $x - 2y - 1 = 0$ và $x + 3y - 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với A qua phân giác góc B và viết phương trình các đường thẳng chứa cạnh của tam giác.

Bài 3:

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{c} = 1$. Chứng minh rằng:

$$\sqrt{\frac{ab}{a+b+2c}} + \sqrt{\frac{bc}{c+b+2a}} + \sqrt{\frac{ac}{a+c+2b}} \leq \frac{1}{2}$$

***** Hết *****

Phần 1. Trắc nghiệm

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-x} + \frac{2x+1}{1+\sqrt{x-1}}$.

- A. $D = (1; +\infty)$. B. $D = [1; 6]$. C. $D = \emptyset$. D. $D = (1; 6)$.

Câu 2. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x}{x - \sqrt{x-6}}$.

- A. $D = [0; +\infty) \setminus \{3\}$. B. $D = [0; +\infty) \setminus \{9\}$. C. $D = [0; +\infty) \setminus \{\sqrt{3}\}$. D. $D = \emptyset \setminus \{9\}$.

Câu 3. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{5-3|x|}}{x^2+4x+3}$.

- A. $D = \left[-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right] \setminus \{-1\}$. B. $D = \emptyset$. C. $D = \left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right) \setminus \{-1\}$. D. $D = \left[-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right]$.

Câu 4. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 + 2mx + m^2 - 2 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức $P = |2x_1x_2 + x_1 + x_2 - 4|$.

- A. $P_{\max} = \frac{1}{2}$. B. $P_{\max} = 2$. C. $P_{\max} = \frac{25}{4}$. D. $P_{\max} = \frac{9}{4}$.

Câu 5. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow ac < bd$. B. $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow ac > bd$.
C. $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow ac < bd$. D. $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow -ac > -bd$.

Câu 6. Nếu $0 < a < 1$ thì bất đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\frac{1}{a} > \sqrt{a}$. B. $a > \frac{1}{a}$. C. $a > \sqrt{a}$. D. $a^3 > a^2$.

Câu 7. Cho $a, b > 0$ và $x = \frac{1+a}{1+a+a^2}, y = \frac{1+b}{1+b+b^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $x > y$. B. $x < y$. C. $x = y$. D. Không so sánh được.

Câu 8. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \frac{4}{x} + \frac{x}{1-x}$ với $1 > x > 0$.

- A. $m = 2$. B. $m = 4$. C. $m = 6$. D. $m = 8$.

Câu 9. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = x + y + xy$. Tập giá trị của biểu thức $S = x + y$ là:

- A. $[0; +\infty)$. B. $[-\infty; 0]$. C. $[4; +\infty)$. D. $[0; 4]$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(x+m)m + x > 3x + 4$ có tập nghiệm là $(-m-2; +\infty)$.

- A. $[0; 4]$ B. $m \neq 2$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Câu 11. Cho $\sin a + \cos a = \frac{5}{4}$. Khi đó $\sin a \cdot \cos a$ có giá trị bằng

- A. 1 B. $\frac{9}{32}$ C. $\frac{3}{16}$ D. $\frac{5}{4}$

Câu 12. Cho $\cot a = 3$. Khi đó $\frac{3\sin a - 2\cos a}{12\sin^3 a + 4\cos^3 a}$ có giá trị bằng

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $-\frac{5}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là:

- A. $\begin{cases} x = 5t \\ y = 3+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = 3-5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 3+5t \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 14. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;5)$ và song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

- A. $\begin{cases} x = -3+t \\ y = 5-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = -3+t \\ y = 5+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. C. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -5+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 5-t \\ y = -3+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Câu 15. Đường trung trực của đoạn AB , với $A(1;-4)$ và $B(3;-4)$, có phương trình là :

- A. $y+4=0$. B. $x+y-2=0$. C. $x-2=0$. D. $y-4=0$.

Câu 16. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường thẳng chứa đường cao kẻ từ B của tam giác.

- A. $3x-5y-13=0$. B. $3x+5y-20=0$. C. $3x+5y-37=0$. D. $5x-3y-5=0$.

Phần 2. Tự luận

Bài 1. Tìm tất cả các số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $x+12 \geq |2x-4|$.

Bài 2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;0)$, các đường thẳng theo thứ tự chứa đường cao kẻ từ B và trung tuyến kẻ từ C lần lượt có phương trình là $x+y=0$ và $x-2y=1$. Tìm tọa độ của B và C .

Bài 3. Với số thực x , đặt $a = x^2 + 1$, $b = x^2 - x + 1$ và $c = x^2 + x + 1$.

- a) Tìm tất cả các giá trị của x để a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác.
b) Với x tìm được, tìm bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác đó.

Bài 4. Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a > 0, b > 0$ và $f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $Q = \frac{4a+c}{b}$.

----- Hết -----

Bài 1. Giải hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x^3 + x(y-z)^2 = 2 \\ y^3 + y(z-x)^2 = 30. \\ z^3 + z(x-y)^2 = 16 \end{cases}$$

Bài 2. Ký hiệu $\mathbb{N}^+$ là tập hợp các số nguyên dương. Cho các số $a_1, a_2, \dots, a_{2020} \in \mathbb{N}^+, a_{2020} = 1$ và đa thức

$$P(x) = x^2 - \left(\sum_{k=1}^{2019} a_k^2 + 1 \right) \cdot x + \sum_{k=1}^{2019} a_k a_{k+1}.$$

Biết rằng phương trình $P(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nguyên, tìm tất cả các nghiệm của đa thức.

Bài 3. Với x, y và z là ba số thực thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, chứng minh rằng

$$x + y + z \leq xyz + 2.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi nào?

Bài 4. Trên các cạnh CA, CB của tam giác ABC , tương ứng lấy các điểm K, L sao cho $AK = BL$. Các đường thẳng AL, BK cắt nhau tại P . Gọi I, J theo thứ tự là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác APK, BPL . Phân giác trong của $\angle BCA$ cắt IJ tại Q . Chứng minh rằng $IP = JQ$.

Bài 5. Cho trước số thực dương $a \neq 1$. Với mỗi số nguyên dương n , đặt

$$x_n = \frac{2}{n(n+1)} \cdot \sum_{k=1}^n \left(k \cdot \sqrt[n]{a} \right).$$

Chứng minh rằng dãy số (x_n) hội tụ và tìm giới hạn của nó.

----- Hết -----

Bài 1 (3,0 điểm). Giải các bất phương trình sau:

a) $\frac{x}{x-1} + x \geq 0$

b) $|x| + 1 > x$

c) $(x^2 - 1)(x^2 + 2) \leq -2$

Bài 2 (1,5 điểm). Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{3x-5}{2} \geq x-2 \\ mx \geq m-1 \end{cases}$, với m là tham số.

a) Giải hệ bất phương trình khi $m = -3$.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m hệ bất phương trình luôn có nghiệm.

Bài 3 (1,0 điểm) Giải bất phương trình $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x+3} \geq x^3 + 3x - 1$ ta được tập nghiệm là $S = \left[\frac{a}{b}; c \right]$, với $a, b, c \in \mathbb{N}^*$, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị của $a + b + c$.

Bài 4 (1,0 điểm). Cho tam giác ABC thỏa mãn $\frac{\sin A}{\sin B \cdot \cos C} = 2$. Chứng minh tam giác ABC cân.

Bài 5 (3,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d_1): 4x + 3y - 6 = 0$ và điểm $M(2; 1)$.

a) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng (d_2) qua M và song song với (d_1) .

b) Tìm tọa độ điểm H nằm trên đường thẳng (d_1) sao cho MH có độ dài nhỏ nhất.

c) Xác định tọa độ hai điểm A và B cùng thuộc (d_1) sao cho tam giác MAB cân tại M và có diện tích bằng 2.

Bài 6 (0,5 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 2020xyz$. Chứng minh rằng:

$$\frac{x^2 + 1 + \sqrt{2020x^2 + 1}}{x} + \frac{y^2 + 1 + \sqrt{2020y^2 + 1}}{y} + \frac{z^2 + 1 + \sqrt{2020z^2 + 1}}{z} \leq 2020.2021xyz.$$

-----HẾT-----

Bài 1. Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x(x^2 + y^2) = y^4(y^2 + 1) \\ \sqrt{x^2 + 32} = \sqrt{y^2 + 2} + x^2 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Bài 2. Chứng minh rằng phương trình sau đây không có nghiệm nguyên dương

$$x^4 - 1 = (2y + 1)^3.$$

Bài 3. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $abc = 1$. Chứng minh rằng

$$1 + \frac{3}{a + b + c} \geq \frac{6}{ab + bc + ca}.$$

Bài 4. Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn

$$f(x + f(x) + f(y)) = f(y + f(x)) + x + f(y) - f(f(y)) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Bài 5. Cho tam giác ABC vuông tại A . Xét hình chữ nhật $MNPQ$ thay đổi sao cho M thuộc AB , N thuộc AC và P, Q thuộc BC . Gọi K, L, X, Y lần lượt là giao điểm của từng cặp đường thẳng BN và MQ , CM và NP , MP và NQ , KP và LQ .

1) Chứng minh rằng $\angle KAB = \angle LAC$.

2) Chứng minh rằng XY luôn đi qua một điểm cố định, khi hình chữ nhật $MNPQ$ thay đổi.

Bài 6. Các ô vuông đơn vị của bảng ô vuông kích thước 7×7 được tô bởi hai màu đen, trắng. Chứng minh rằng có ít nhất 21 hình chữ nhật con của bảng, mà tất cả các ô vuông đơn vị ở bốn góc được tô bởi cùng một màu.

----- **HẾT** -----