

Câu 1: (2,0 điểm)

1) Phân tích đa thức sau thành nhân tử: $x^2(x^4 - 1)(x^2 + 2) + 1$.

2) Biết $4a^2 + b^2 = 5ab$ với $2a > b > 0$. Tính giá trị biểu thức: $C = \frac{ab}{4a^2 - b^2}$

Câu 2: (2,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

1) $x^2 - 3x + 2 + |x - 1| = 0$;

2) $\frac{9x}{2x^2 + x + 3} - \frac{x}{2x^2 - x + 3} = 8$.

Câu 3: (2,0 điểm)

1) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: $x^2 + 2xy + 7(x + y) + 2y^2 + 10 = 0$.

2) Cho đa thức $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$. Với giá trị nguyên nào của x thì giá trị của đa thức $f(x)$ chia hết cho giá trị của đa thức $x^2 + 2$.

Câu 4: (3,0 điểm)

Cho O là trung điểm của đoạn AB . Trên cùng một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng AB vẽ tia Ax, By cùng vuông góc với AB . Trên tia Ax lấy điểm C (khác A), qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OC cắt tia By tại D .

1) Chứng minh $AB^2 = 4 AC \cdot BD$;

2) Kẻ OM vuông góc CD tại M . Chứng minh $AC = CM$;

3) Từ M kẻ MH vuông góc AB tại H . Chứng minh BC đi qua trung điểm MH .

Câu 5: (1,0 điểm)

Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $x + y + z = 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z}$

----- Hết -----

Câu	Đáp án	Điểm
1 (2 điểm)	1. (1điểm)	
	$x^2(x^4 - 1)(x^2 + 2) + 1$ $= x^2(x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^2 + 2) + 1$	0,25
	$= (x^4 + x^2)(x^4 + x^2 - 2) + 1$	0,25
	$= (x^4 + x^2)^2 - 2(x^4 + x^2) + 1$	0,25
	$= (x^4 + x^2 - 1)^2$	0,25
	2. (1điểm)	
	$4a^2 + b^2 = 5ab$ $\Leftrightarrow (a - b)(4a - b) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ 4a - b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ 4a = b \end{cases}$	0,5
2 (2 điểm)	Do $2a > b > 0$ nên $4a = b$ loại	0,25
	Với $a = b$ thì $C = \frac{ab}{4a^2 - b^2} = \frac{a^2}{4a^2 - a^2} = \frac{1}{3}$	0,25
	1. (1điểm)	
	* Với $x \geq 1$ (*) ta có phương trình: $x^2 - 3x + 2 + x - 1 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (Thỏa mãn điều kiện *)	0,25
	* Với $x < 1$ (**) ta có phương trình: $x^2 - 3x + 2 + 1 - x = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) = 0$	0,25
	$+ x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (Không thỏa mãn điều kiện **) $+ x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ (Không thỏa mãn điều kiện **) Vậy nghiệm của phương trình (1) là: $x = 1$	0,25
	2. (1điểm)	
	- Xét $x = 0$ không phải là nghiệm - Xét x khác 0 $\frac{9x}{2x^2 + x + 3} - \frac{x}{2x^2 - x + 3} = 8$ $\Leftrightarrow \frac{9}{2x + 1 + \frac{3}{x}} - \frac{1}{2x - 1 + \frac{3}{x}} = 8$	0,25
	Đặt : $2x + \frac{3}{x} = t$, ta có phương trình: $\frac{9}{t + 1} - \frac{1}{t - 1} = 8$	0,25
	ĐKXD x khác 1; -1	

	$PT \Rightarrow 8t^2 - 8t + 2 = 0 \Leftrightarrow 2(2t - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$	0,25
	$\Rightarrow 2x + \frac{3}{x} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow 4x^2 - x + 6 = 0$ $\Leftrightarrow (2x - \frac{1}{4})^2 + \frac{95}{16} = 0$ $\Rightarrow$ PT vô nghiệm	0,25
3 (2 điểm)	1. (1điểm)	
	Ta có: $x^2 + 2xy + 7(x + y) + 2y^2 + 10 = 0$ $\Rightarrow 4x^2 + 8xy + 28x + 28y + 8y^2 + 40 = 0$ $\Leftrightarrow (2x + 2y + 7)^2 + 4y^2 = 9 (*)$	0,25
	Ta thấy $(2x + 2y + 7)^2 \geq 0$ nên $4y^2 \leq 9 \Leftrightarrow y^2 \leq \frac{9}{4}$ do y nguyên nên $y^2 \in \{0; 1\} \Rightarrow y \in \{0; 1; -1\}$	0,25
	Với $y = 0$ thay vào (*) ta được: $(2x + 7)^2 = 9$ tìm được $x \in \{-2; -5\}$	
	Với $y = 1$ thay vào (*) ta có: $(2x + 9)^2 = 5$ - không tìm được x nguyên	0,25
	Với $y = -1$ thay vào (*) ta có $(2x + 5)^2 = 5$ - không tìm được x nguyên	
	Vậy (x;y) nguyên tìm được là $(-2; 0); (-5; 0)$.	0,25
	2. (1điểm)	
	Chia $f(x)$ cho $x^2 + 2$ được thương là $x - 3$ dư $x + 2$.	0,25
	để $f(x)$ chia hết cho $x^2 + 2$ thì $x + 2$ chia hết cho $x^2 + 2$ $\Rightarrow (x + 2)(x - 2)$ chia hết cho $x^2 + 2$ $\Rightarrow x^2 - 4$ chia hết cho $x^2 + 2$ $\Rightarrow x^2 + 2 - 6$ chia hết cho $x^2 + 2$ $\Rightarrow 6$ chia hết cho $x^2 + 2$ $\Rightarrow x^2 + 2$ là ước của 6	0,25
	mà $x^2 + 2 \geq 2$ $\Rightarrow x^2 + 2 \in \{3; 6\}$ $\Rightarrow x \in \{\pm 1; \pm 2\}$	0,25
	Thử lại ta thấy $x = 1; x = -2$ thỏa mãn Vậy với $x = 1; x = -2$ thì $f(x)$ chia hết cho $x^2 + 2$	0,25
4 (3 điểm)	Vẽ hình và ghi GT, KL	0,25

5 (1điểm)	1. (1điểm)	
	Chứng minh: $\triangle OAC \sim \triangle DBO$ (g-g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{OA}{DB} = \frac{AC}{OB} \Rightarrow OA \cdot OB = AC \cdot BD$	0,25
	$\Rightarrow \frac{AB}{2} \cdot \frac{AB}{2} = AC \cdot BD \Rightarrow AB^2 = 4AC \cdot BD$ (đpcm)	0,25
	2. (1điểm)	
	Theo câu a ta có: $\triangle OAC \sim \triangle DBO$ (g-g) $\Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{OB}$	0,25
	Mà $OA = OB \Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{AC}{OA} \Rightarrow \frac{OC}{AC} = \frac{OD}{OA}$	
	+) Chứng minh: $\triangle OCD \sim \triangle ACO$ (c-g-c) $\Rightarrow \widehat{OCD} = \widehat{ACO}$	0,25
	+) Chứng minh: $\triangle OAC = \triangle OMC$ (ch-gn) $\Rightarrow AC = MC$ (đpcm)	0,5
	3. (1điểm)	
	Ta có $\triangle OAC = \triangle OMC \Rightarrow OA = OM$; $CA = CM \Rightarrow OC$ là trung trực của AM $\Rightarrow OC \perp AM$.	0,25
	Mặt khác $OA = OM = OB \Rightarrow \triangle AMB$ vuông tại M $\Rightarrow OC \parallel BM$ (vì cùng vuông góc AM) hay $OC \parallel BI$	
	Chứng minh được C là trung điểm của AI	0,25
	Do $MH \parallel AI$ theo hệ quả định lý Ta-lét ta có: $\Rightarrow \frac{MK}{IC} = \frac{BK}{BC} = \frac{KH}{AC}$	0,25
	Mà $IC = AC \Rightarrow MK = HK \Rightarrow BC$ đi qua trung điểm MH (đpcm)	0,25
	5 (1điểm)	
	$P = \frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z} = (x+y+z) \left(\frac{1}{16x} + \frac{1}{4y} + \frac{1}{z} \right) = \left(\frac{y}{16x} + \frac{x}{4y} \right) + \left(\frac{z}{16x} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{z}{4y} + \frac{y}{z} \right) + \frac{21}{16}$	0,25
	Theo BĐT Cô Si ta có: $\frac{y}{16x} + \frac{x}{4y} \geq \frac{1}{4}$ dấu “=” khi $y = 2x$;	0,25
	Tương tự: $\frac{z}{16x} + \frac{x}{z} \geq \frac{1}{2}$ dấu “=” khi $z = 4x$; $\frac{z}{4y} + \frac{y}{z} \geq 1$ dấu “=” khi $z = 2y$;	0,25
	$\Rightarrow P \geq \frac{49}{16}$. Dấu “=” xảy ra khi $x = \frac{1}{7}$; $y = \frac{2}{7}$; $z = \frac{4}{7}$	0,25
	Vậy Min $P = \frac{49}{16}$ khi với $x = \frac{1}{7}$; $y = \frac{2}{7}$; $z = \frac{4}{7}$	

**Chú ý: Học sinh có cách giải khác đúng vẫn cho điểm tối đa.*