

Bài 1 (4,5 điểm)

1/ Hiệu bình phương của 2 số tự nhiên liên tiếp bằng 25. Tìm 2 số ấy.

2/ Tìm x biết: $(x - 2)(x + 2)(x^2 - 10) = 72$

3/ Tìm x và y biết $xy = 18$ và $x^2y + xy^2 + x + y = 171$.

Bài 2 (4,5 điểm)

1/ Cho $A = \left(\frac{4x^2}{2+x} + \frac{8x^3}{4-x^2} \right) : \left(\frac{x}{x-2} - 2 \right)$ với $x \neq \pm 2; x \neq 4$.

Rút gọn A và tìm giá trị lớn nhất của $\frac{1}{A}$ với $x > 0$

2/ Cho đa thức $P(x)$ với hệ số nguyên thỏa mãn $P(2) = 10$ và $P(-2) = -6$. Tìm đa thức $P(x)$ biết đa thức $P(x)$ chia cho đa thức $x^2 - 4$ được thương là $(2x + 6)$ và còn dư

Bài 3 (2 điểm)

Một xe đạp, một xe máy và một ô tô cùng đi từ A đến B, khởi hành lần lượt lúc 5 giờ, 6 giờ, 7 giờ cùng ngày và vận tốc theo thứ tự là 15 km/h, 35 km/h, 55 km/h. Hỏi lúc mấy giờ thì ô tô cách đều xe đạp và xe máy?

Bài 4 (3 điểm)

1/ Cho $3x^2 + 3y^2 = 10xy$ và $y > x > 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x-y}{x+y}$

2/ Tìm số $\overline{abcd}$ sao cho $\overline{abcd} : \overline{ab.cd}$

Bài 5 (6 điểm)

Cho hình chữ nhật ABCD, AC cắt BD tại O, trên đoạn OD lấy điểm P bất kỳ. Gọi M là điểm đối xứng với C qua P.

a/ Tứ giác AMDB là hình gì?

b/ Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của M trên AD, AB.

Chứng minh: $EF \parallel AC$ và 3 điểm E, F, P thẳng hàng.

c/ Chứng minh: Tỷ số các cạnh của hình chữ nhật AEMF không phụ thuộc vào vị trí của điểm P trên OD.

d/ Giả sử $CP \perp BD$, $CP = 2,4$ cm và $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16}$. Tính các cạnh của hình chữ nhật

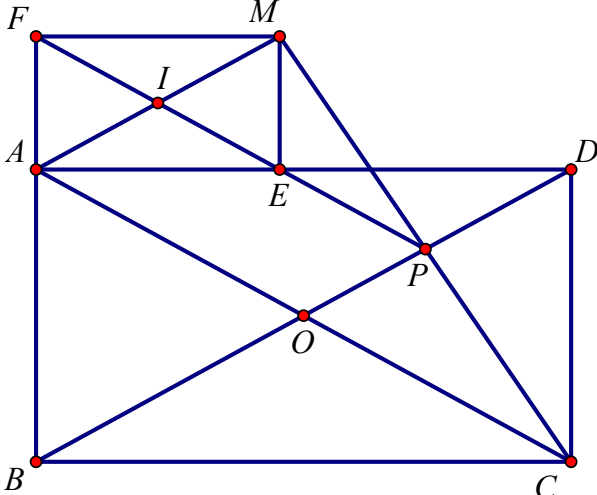
ABCD

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN 8

Câu	Phần	Nội dung	Điểm
1 (4.5đ)	1 (1.5đ)	Gọi 2 số tự nhiên liên tiếp cần tìm là a, b ($a, b \in \mathbb{N}, a > b$) Khi đó: $a - b = 1$ và $a^2 - b^2 = 25 \Rightarrow (a - b)(a + b) = 25$ Mà $a - b = 1$ nên $a + b = 25$ $\Rightarrow a = (25 + 1) : 2 = 13, b = 13 - 1 = 12$ Vậy 2 số tự nhiên liên tiếp cần tìm là 12 và 13	0,25 0,25 0.5 0.25 0.25
	2 (1.5đ)	$(x - 2)(x + 2)(x^2 - 10) = 72$ $\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 - 10) = 72$ $\Rightarrow (x^2 - 7 + 3)(x^2 - 7 - 3) = 72$ $\Rightarrow (x^2 - 7)^2 - 9 = 72$ $\Rightarrow (x^2 - 7)^2 = 81$ $+ x^2 - 7 = 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$ $+ x^2 - 7 = -9 \Rightarrow x^2 = -2$ (không tồn tại x) Vậy: $x = \pm 4$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.5
	3 (1.5đ)	Tìm x và y biết $xy = 18$ và $x^2y + xy^2 + x + y = 171$ $x^2y + xy^2 + x + y = 171 \Rightarrow xy(x + y) + (x + y) = 171$ $\Rightarrow (x + y)(xy + 1) = 171 \Rightarrow (x + y)(18 + 1) = 171$ $\Rightarrow x + y = 171 : 19 = 9$ $\Rightarrow y = 9 - x$ thay vào $xy = 18$ ta có $x(9 - x) = 18 \Rightarrow x^2 - 9x + 18 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 6x + 18 = 0$ $\Rightarrow x(x - 3) - 6(x - 3) = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 6) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ x - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 6 \\ x = 6 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$ Vậy: $(x, y) = (3, 6), (6, 3)$	0.5 0.5 0.5
2 (4đ)	1 (2.5đ)	1/ Cho $A = \left(\frac{4x^2}{2+x} + \frac{8x^3}{4-x^2} \right) : \left(\frac{x}{x-2} - 2 \right)$ với $x \neq \pm 2; x \neq 4$. Rút gọn A và tìm giá trị lớn nhất của $\frac{1}{A}$ với $x > 0$	

	$A = \left(\frac{4x^2}{2+x} + \frac{8x^3}{4-x^2} \right) : \left(\frac{x}{x-2} - 2 \right) \text{ với } x \neq \pm 2; x \neq 3$ $A = 4x^2 \left(\frac{1}{2+x} - \frac{2x}{(x-2)(x+2)} \right) : \left(\frac{x-2x+4}{x-2} \right)$ $A = 4x^2 \cdot \frac{x-2-2x}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x-2}{4-x}$ $A = \frac{4x^2}{x-4}$ Vậy với $x \neq \pm 2; x \neq 4$ thì $A = \frac{4x^2}{x-4}$ Khi $x > 0; x \neq 2; x \neq 4 \Rightarrow \frac{1}{A} = \frac{x-4}{4x^2} = \frac{1}{4x} - \frac{1}{x^2}$ $\Rightarrow \frac{1}{A} = -\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{8} \right)^2 + \frac{1}{64} \geq \frac{1}{64}$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = 8$ Vậy GTNN của $\frac{1}{A}$ là $\frac{1}{64}$ đạt được $\Leftrightarrow x = 8$	0,5 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25
2 (2đ)	2) Cho đa thức P(x) với hệ số nguyên thỏa mãn P(2) = 10 và P(-2) = -6. Tìm đa thức P(x) biết đa thức P(x) chia cho đa thức $x^2 - 4$ được thương là (2x + 6) và còn dư Vì đa thức chia là $x^2 - 4$ nên đa thức dư có dạng: ax + b Khi đó ta có: P(x) = (x² - 4)(2x + 6) + ax + b Vì P(2) = 10 $\Rightarrow 2a + b = 10 \Rightarrow b = 10 - 2a$ $\Rightarrow P(x) = (x^2 - 4)(2x + 6) + ax + 10 - 2a$ Vì P(-2) = -6 $\Rightarrow -2a + 10 - 2a = -6 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow b = 2$ Vậy đa thức P(x) = (x² - 4)(2x + 6) + 4x + 2	0,5 0,5 0,5 0,5

3 (2đ)		Một xe đạp, một xe máy và một ô tô cùng đi từ A đến B, khởi hành lần lượt lúc 5 giờ, 6 giờ, 7 giờ cùng ngày và vận tốc theo thứ tự là 15 km/h, 35 km/h, 55 km/h. Hỏi lúc mấy giờ thì ô tô cách đều xe đạp và xe máy? Gọi thời gian từ lúc ô tô xuất phát đến lúc ô tô cách đều xe đạp và xe máy là: x ($x > 0$, giờ). Khi đó: xe đạp đã đi trong $x + 2$ (giờ), xe máy đã đi trong $x + 1$ (giờ) Thời điểm đó, quãng đường đi được của xe đạp, xe máy, ô tô lần lượt là: $(x + 2)15$ km, $(x + 1)35$ km và $55x$ km. Lúc đó: Khoảng cách từ ô tô đến xe máy bằng: $(x + 1)35 - 55x$ và Khoảng cách từ xe đạp đến ô tô bằng: $55x - (x + 2)15$ Khi ô tô cách đều xe đạp và xe máy tức là khoảng cách từ ô tô đến xe máy bằng khoảng cách từ xe đạp đến ô tô nên ta có phương trình: $(x + 1)35 - 55x = 55x - (x + 2)15$ Giải pt được $x = 13/12 = 1\text{h}05\text{p}$ Trả lời: Lúc 8h05' thì ô tô cách đều xe đạp và xe máy	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,5
4 3đ	1 (1.5đ)	1/ Cho $3x^2 + 3y^2 = 10xy$ và $y > x > 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x - y}{x + y}$ Ta có $3x^2 + 3y^2 = 10xy \Rightarrow 3(x + y)^2 = 16xy$ $3x^2 + 3y^2 = 10xy \Rightarrow 3(x - y)^2 = 4xy$ $A = \frac{x - y}{x + y} \Rightarrow A^2 = \frac{(x - y)^2}{(x + y)^2} = \frac{4xy}{16xy} = \frac{1}{4}$ Mà $y > x > 0 \Rightarrow A < 0$ và $A^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$ Hoặc biến đổi $3x^2 + 3y^2 - 10xy = 0$ $3(x^2 - \frac{10}{3}xy + y^2) = 0 \Leftrightarrow 3(x - 3y)(x - \frac{y}{3}) = 0$ Lập luận để có $y = 3x$ thay vào A và tìm được $A = -1/2$	0,25 0,25 0,5 0,5
	2 (1.5đ)	Tìm số $\overline{abcd}$ sao cho $\overline{abcd} : \overline{ab.cd}$ $\overline{ab} = m, \overline{cd} = n \quad (10 \leq m, n < 100)$ $\Rightarrow \overline{abcd} = 100m + n; \overline{ab.cd} = mn$ $\Rightarrow 100m + n : mn \Rightarrow 100m + n : m \Rightarrow n : m \Rightarrow n = km$	0,25

		Do $0 < n < 100, m \geq 10 \Rightarrow k = \frac{n}{m} < \frac{100}{m} \leq \frac{100}{10} = 10 \Rightarrow 0 < k < 10$ Thay $n = km : 100m + km : m.km \Rightarrow 100 + k : km \Rightarrow 100 + k : k \Rightarrow 100 : k$ $0 < k < 10 \Rightarrow k \in \{1; 2; 4; 5\}$ * $k = 1 \Rightarrow m = n \Rightarrow 101m : m^2 \Rightarrow 101 : m \Rightarrow$ Không tồn tại m do $9 < m < 100$ và 101 là số nguyên tố * $k = 2 \Rightarrow n = 2m \Rightarrow 102m : 2m^2 \Rightarrow 51 : m \Rightarrow m \in \{17, 51\}$ + $m = 17 \Rightarrow n = 34 \Rightarrow \overline{abcd} = 1734$ + $m = 51 \Rightarrow n = 102$ (loại vì $n < 100$) * $k = 4 \Rightarrow n = 4m \Rightarrow 104m : 4m^2 \Rightarrow 26 : m \Rightarrow m \in \{13, 6\}$ + $m = 13 \Rightarrow n = 52 \Rightarrow \overline{abcd} = 1352$ + $m = 26 \Rightarrow n = 104$ (loại vì $n < 100$) * $k = 5 \Rightarrow n = 5m \Rightarrow 105m : 5m^2 \Rightarrow 21 : m \Rightarrow m = 21$ $\Rightarrow n = 105$ (loại vì $n < 100$) Vậy: $\overline{abcd} \in \{1734, 1352\}$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
	a (1,5đ)	 Cho hình chữ nhật ABCD, AC cắt BD tại O, trên đoạn OD lấy điểm P bất kỳ. Gọi M là điểm đối xứng với C qua P. a/ Tứ giác AMDB là hình gì? Vì ABCD là hcn nên $OA = OC$ Mà: $PC = PM$ (gt) $\Rightarrow OP$ là đường trung bình của $\triangle CAM \Rightarrow OP \parallel AM$ hay $AM \parallel BD$ $\Rightarrow AMDB$ là hình thang	0.25 0.25 0.5 0.5
	b (2đ)	b/ Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của M trên AD, AB. Chứng minh: $EF \parallel AC$ và 3 điểm E, F, P thẳng hàng. Gọi I là giao điểm của AM và EF	

		ABCD là hcn nên $OA = OB \Rightarrow \widehat{OBA} = \widehat{OAB}$ (1)	0.25
		AEMF là hcn nên $IA = IF \Rightarrow \widehat{IAF} = \widehat{IFA}$ (2)	0.25
		Vì $AM \parallel BD$ nên $\widehat{IAF} = \widehat{OBA}$ (3)	0.25
		Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow \widehat{IAF} = \widehat{OBA} \Rightarrow FE \parallel AC$ (4)	0.5
		Mà: $IA = IM$; $PC = PM \Rightarrow IP \parallel AC$ (5)	0.25
		Do F, I, E thẳng hàng nên từ (4) và (5) $\Rightarrow E, F, P$ thẳng hàng	0.5
	c (1đ)	c/ Chứng minh: Tỉ số các cạnh của hình chữ nhật AEMF không phụ thuộc vào vị trí của điểm P trên OD. Ta có: $EF \parallel AC \Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{BAC}$ Và chỉ ra $\triangle AFE$ đồng dạng với $\triangle BAC \Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{BA}{BC}$ Mà $\frac{BA}{BC}$ không đổi nên $\frac{AF}{AE}$ không phụ thuộc vào vị trí của P	0.25 0.5 0.25
	d (1.5đ)	d/ Giả sử $CP \perp BD$, $CP = 2,4$ cm và $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16}$. Tính các cạnh của hình chữ nhật ABCD Do $CP \perp BD$ và $BC \perp CD \Rightarrow \widehat{PCD} = \widehat{DBC}$ (cùng phụ với $\widehat{DBC}$) $\Rightarrow \triangle CPD$ đồng dạng với $\triangle BPC \Rightarrow \frac{DP}{PC} = \frac{PC}{BP} \Rightarrow PC^2 = PB \cdot PD$ (*) Theo gt: $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{PD}{9} = \frac{PB}{16} = k$ ($k > 0$) $\Rightarrow PD = 9k$; $PB = 16k$ Thay $CP = 2,4 = \frac{12}{5}$ và $PD = 9k$, $PB = 16k$ vào (*) ta có: $\left(\frac{12}{5}\right)^2 = 9k \cdot 16k = (12k)^2 \Rightarrow k = \frac{1}{5}$ ($k > 0$) $\Rightarrow PD = \frac{9}{5}$; $PB = \frac{16}{5}$ $BC^2 = CP^2 + PB^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2 = \left(\frac{4 \cdot 5}{5}\right)^2 = 4^2 \Rightarrow BC = 4$ $CD^2 = CP^2 + PD^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \left(\frac{3 \cdot 5}{5}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow CD = 3$ Vậy: Các cạnh của hình chữ nhật ABCD bằng 3 cm và 4 cm	0,5 0,5 0.5