

Bài 1 (5,0 điểm):

a) Cho $x + \frac{1}{x} = 3$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^2 + \frac{1}{x^2}$.

b) Phân tích đa thức $x^3 - x^2 - 4$ thành nhân tử.

c) Xác định các số hữu tỷ p và q để đa thức $x^3 + px + q$ chia hết cho đa thức $x^2 - 2x - 3$

Bài 2 (2,5 điểm): Cho biểu thức $C = \left(\frac{1-x^3}{1-x} - x \right) : \frac{1-x^2}{1-x-x^2+x^3}$

a) Rút gọn biểu thức C.

b) Tính giá trị của biểu thức C khi $\left(x - \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}$

Bài 3 (3,0 điểm):

a) Giải phương trình: $\frac{x-2022}{1} + \frac{x-2021}{2} + \frac{x-2020}{3} + \dots + \frac{x-1}{2022} + \frac{x}{2023} = 2023$.

b) Tìm các cặp số nguyên dương (x; y) thỏa mãn đẳng thức $2xy - x + y = 3$.

Bài 4 (3,0 điểm):

a) Chứng minh rằng $n(n^2 + 11)$ chia hết cho 6 với mọi $n \in \mathbb{Z}$.

b) Trong 43 học sinh làm bài kiểm tra, không có học sinh nào bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh đạt điểm 10. Chứng minh rằng ít nhất cũng tìm được 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau (điểm kiểm tra là một số tự nhiên).

c) Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $x + y + 4 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2(x^3 + y^3) + 3(x^2 + y^2) + 10xy$.

Bài 5 (5,0 điểm):

Vẽ ra phía ngoài của tam giác ABC các hình vuông ABDE và ACFG. Vẽ hình bình hành EAGK. Chứng minh rằng:

a) $AK = BC$.

b) $AK \perp BC$.

c) Các đường thẳng KA, BF, CD đồng qui.

Bài 6 (1,5 điểm):

Trên đường thẳng cho các điểm A, B, C, D xếp theo thứ tự đó và $AB = CD$. Cho M là điểm bất kì không nằm trên đường thẳng AB. Chứng minh rằng: $MA + MD > MB + MC$.

—————Hết—————

Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh..... Số báo danh.....

Chữ ký của giám thị 1.....

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 8

I. Hướng dẫn chung:

1) Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh phải trình bày, nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì vẫn cho điểm tối đa.

2) Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu và không làm tròn.

II. Đáp án và thang điểm:

Bài	Câu	Nội dung trình bày	Điểm
Bài 1 (5,0 điểm):			
	a)	Cho $x + \frac{1}{x} = 3$. Tính giá trị của biểu thức $A = x^2 + \frac{1}{x^2}$	
	b)	Phân tích đa thức $x^3 - x^2 - 4$ thành nhân tử.	
	c)	Xác định các số hữu tỷ p và q để đa thức $x^3 + px + q$ chia hết cho đa thức $x^2 - 2x - 3$	
1. (5.0đ)	a) (1.5đ)	$A = x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 - 2 = 7$	0,5x3
	b) (2.0đ)	$x^3 - x^2 - 4 = (x^3 - 2x^2) + (x^2 - 2x) + (2x - 4)$	1,0
		$= x^2(x - 2) + x(x - 2) + 2(x - 2) = (x - 2)(x^2 + x + 2)$	0,5x2
	c) (1.5đ)	$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$	0,5
		Gọi thương khi chia $x^3 + px + q$ cho $x^2 - 2x - 3$ là Q(x). Do dư 0 nên ta có: $x^3 + px + q = (x^2 - 2x - 3).Q(x)$ Hay $x^3 + px + q = (x - 3)(x + 1).Q(x)$	0,25
		Vì đẳng thức đúng với mọi x nên lần lượt cho $x = 3, x = -1$ ta được: $\begin{cases} 27 + 3p + q = 0 \\ -1 - p + q = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3p + q = -27 \\ -p + q = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = -7 \\ q = -6 \end{cases}$ Vậy với p= -7; q= -6 thì $x^3 + px + q$ chia hết cho $x^2 - 2x - 3$	0,75
Bài 2 (2,5 điểm): Cho biểu thức $C = \left(\frac{1 - x^3}{1 - x} - x\right) : \frac{1 - x^2}{1 - x - x^2 + x^3}$			

a) Rút gọn biểu thức C.			
b) Tính giá trị của biểu thức C khi $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$			
2. (2.5đ)	a) (1.5đ)	ĐKXĐ: $x \neq \pm 1$	0,25
		$C = \left(\frac{1-x^3}{1-x} - x \right) : \frac{1-x^2}{1-x-x^2+x^3}$ $= \left(\frac{(1-x)(1+x+x^2)}{1-x} - x \right) : \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x)(1-x+x^2)-x(1+x)}$ $= (1+x^2) : \frac{(1-x)(1+x)}{(1+x)(1-2x+x^2)}$ $= (1+x^2) : \frac{1}{1-x}$ $= (1+x^2)(1-x)$	1.25
		Ta có $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow x - \frac{2}{3} = \pm \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 (KTMDK) \\ x = \frac{1}{3} (TMĐK) \end{cases}$	0,25
	b) (1.0đ)	Với $x = \frac{1}{3}$, ta có:	0,25x2
		$C = \left[1 + \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{1}{3} \right) = \frac{10}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{20}{27}$	
		Vậy khi $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$ thì $C = \frac{20}{27}$	0,25
Bài 3 (3,0 điểm):			
a) Giải phương trình:			
$\frac{x-2022}{1} + \frac{x-2021}{2} + \frac{x-2020}{3} + \dots + \frac{x-1}{2022} + \frac{x}{2023} = 2023$			
b) Tìm các cặp số nguyên dương (x; y) thỏa mãn đẳng thức $2xy - x + y = 3$.			
Bài 3 (3.0đ)	a) (1,5đ)	$\frac{x-2022}{1} + \frac{x-2021}{2} + \frac{x-2020}{3} + \dots + \frac{x-1}{2022} + \frac{x}{2023} = 2023$	0,5
		$\Leftrightarrow \left(\frac{x-2022}{1} - 1 \right) + \left(\frac{x-2021}{2} - 1 \right) + \dots + \left(\frac{x-1}{2022} - 1 \right) + \left(\frac{x}{2023} - 1 \right) = 0$	
		$\Leftrightarrow \frac{x-2023}{1} + \frac{x-2023}{2} + \dots + \frac{x-2023}{2022} + \frac{x-2023}{2023} = 0$ $\Leftrightarrow (x-2023) \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \right) = 0$	0,5

		$\text{mà } 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} \neq 0$ $\Leftrightarrow x - 2023 = 0$ $\Leftrightarrow x = 2023$ Vậy tập hợp nghiệm của phương trình là $S = \{2023\}$	0,25x2
	b) (1,5đ)	$2xy - x + y = 3$ $\Leftrightarrow 4xy - 2x + 2y = 6$	0,25
		$\Leftrightarrow 2x(2y - 1) + (2y - 1) = 5$ $\Leftrightarrow (2y - 1).(2x + 1) = 5$	0,25x2
		$\left \begin{array}{l} 2x + 1 = 5 \\ 2y - 1 = 1 \end{array} \right. \text{ (Vì } x \text{ nguyên dương nên } 2x + 1 \geq 3)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25x2
		Vậy cặp số nguyên dương $(x; y) = (2; 1)$	0,25
		Bài 4 (3,0 điểm): a) Chứng minh rằng $n(n^2 + 11)$ chia hết cho 6 với mọi $n \in \mathbb{Z}$. b) Trong 43 học sinh làm bài kiểm tra, không có học sinh nào bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh đạt điểm 10. Chứng minh rằng ít nhất cũng tìm được 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau (điểm kiểm tra là một số tự nhiên). c) Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $x + y + 4 = 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2(x^3 + y^3) + 3(x^2 + y^2) + 10xy$.	
4. (3.0đ)	a) (1.0đ)	Ta có $n(n^2 + 11) = n^3 + 11n = n^3 - n + 12n = n(n - 1)(n + 1) + 12n$	0,5
		Vì $n(n - 1)(n + 1) : 6$ và $12n : 6$	0,25
		Nên $n(n - 1)(n + 1) + 12n : 6$ hay $n(n^2 + 11) : 6$	0,25
	b) (1.0đ)	Vì có 43 học sinh làm bài kiểm tra, không có học sinh nào bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh đạt điểm 10. Nên có 41 học sinh phân thành 8 loại điểm (từ 2 đến 9)	0,5
		Giả sử trong 8 loại điểm đều là điểm của không quá 5 học sinh thì lớp có: $5.8 = 40$ học sinh, ít hơn 1 học sinh so với 41.	0,25
		Theo nguyên lý Dirichlet tồn tại 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau	0,25

	c) (1.0đ) $P = 2(x^3 + y^3) + 3(x^2 + y^2) + 10xy$ $= 2(x + y)^3 - 6xy(x + y) + 3(x + y)^2 - 6xy + 10xy$ $= 2(-4)^3 - 6xy(-4) + 3(-4)^2 + 4xy$ $= 28xy - 80 = 28x(-4 - x) - 80$ $= -28(x^2 + 4x + 4) + 32 = -28(x + 2)^2 + 32$	0,5
	Vì $P = -28(x + 2)^2 + 32 \leq 32$ Nên GTLN của P là 32, đạt được khi $x = y = -2$	0,5

Bài 5 (5,0 điểm):

Vẽ ra phía ngoài của tam giác ABC các hình vuông ABDE và ACFG. Vẽ hình bình hành EAGK. Chứng minh rằng:

- $AK = BC$
- $AK \perp BC$
- Các đường thẳng KA, BF, CD đồng qui.

5. (5,0đ)	HV		
		Chứng minh: $AK = BC$	
	a) (2.0đ)	Xét $\angle AEK$ và $\angle BAC$, có: $EA = AB$ (gt); $EK = AC$ ($= AG$) $\widehat{AEK} = \widehat{BAC}$ (vì cùng bù với $\widehat{EAG}$) $\angle AEK = \angle BAC$ (c.g.c) $AK = BC$ (hai cạnh tương ứng) (đpcm)	0,75
			0,75
			0,5
	b) (2.0đ)	Chứng minh: $AK \perp BC$	
		Gọi H là giao điểm của AK và BC	0,75

		Ta có $\widehat{EKA} = \widehat{KAG}$ (so le trong, $EK \parallel AG$) và $\widehat{EKA} = \widehat{ACH}$ (vì $\angle AEK = \angle BAC$) $\widehat{KAG} = \widehat{ACH}$	
		Mặt khác: $\widehat{KAG} + \widehat{HAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACH} + \widehat{HAC} = 90^\circ$	0,75
		Vì $\angle AHC$, có $\widehat{ACH} + \widehat{HAC} = 90^\circ$ (cmt) $\angle AHC$ vuông tại H $AH \perp BC$ hay $AK \perp BC$ (đpcm)	0,5
	c) (1.0đ)	Chứng minh: Các đường KA, BF, CD đồng qui	
		Gọi I là giao điểm của CK và BF Chứng minh: $\angle AKC = \angle CBF$ (c.g.c) $\widehat{ACK} = \widehat{BFC}$ mà $\widehat{ACK} + \widehat{KCF} = 90^\circ$ $\widehat{BFC} + \widehat{KCF} = 90^\circ$ $\angle ICF$ vuông tại I $BF \perp KC$	0,5
		Chứng minh tương tự: $CD \perp KB$	0,25
		Vì KA, BF, CD là ba đường thẳng chứa ba cao của $\angle KBC$ nên ba đường thẳng này đồng qui. (đpcm)	0,25

Bài 6 (1,5 điểm):

Trên đường thẳng cho các điểm A, B, C, D xếp theo thứ tự đó và $AB = CD$. Cho M là điểm bất kì không nằm trên đường thẳng AB. Chứng minh rằng: $MA + MD > MB + MC$.

6. (1.5đ)	HV		
		Chứng minh: $MA + MD > MB + MC$	
		Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC. Ta có $AB = CD$ (gt) I là trung điểm của đoạn thẳng AD	0,5
		Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua I $NA = MD$, $NB = MC$.	0,5

		$MA + MD = MA + NA = MA + EA + EN$	
		mà °MEA có $MA + EA > ME$ (BĐT tam giác) và $ME = MB + BE$ $MA + MD > MB + BE + EN$	0,25
		mà °BEN có $BE + EN > NB$ (BĐT tam giác) $MA + MD > MB + NB$ $MA + MD > MB + MC$ (đpcm)	0,25