

Bài I: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{3\sqrt{x}+4}{x+\sqrt{x}-6}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$;

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+3}$;

3) Tìm tất cả các số thực x để biểu thức $P = A:B$ nhận giá trị nguyên.

Bài II: (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Một mảnh vườn hình chữ nhật trước đây có chu vi là 124 m. Nay người ta mở rộng chiều dài thêm 5 m, chiều rộng thêm 3 m, do đó diện tích mảnh vườn tăng thêm 255 m². Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lúc đầu?

2) Một lăng kính tam giác được làm bằng khối chất thủy tinh trong suốt có hình dạng là một lăng trụ đứng tam giác, đáy là một tam giác đều có diện tích 4 cm², chiều cao 10 cm. Tính thể tích phần thủy tinh làm lăng kính trên?



Bài III: (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-3} - \frac{1}{y+1} = 1 \\ \sqrt{x-3} + \frac{2}{y+1} = 5 \end{cases}$$

2) Cho đường thẳng (d): $y = (m-2)x + m + 4$.

a) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm M(1; -2)

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định.

Bài IV: (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB. Gọi H là điểm nằm giữa O và B. Kẻ dây CD vuông góc với AB tại H. Trên cung nhỏ AC lấy điểm E bất kỳ (E khác A và C). Kẻ CK vuông góc với AE tại K. Đường thẳng DE cắt đường thẳng CK tại F.

1) Chứng minh bốn điểm A, H, C, K cùng thuộc một đường tròn;

2) Chứng minh KH song song với ED và $\triangle ACF$ là tam giác cân;

3) Tìm vị trí của điểm E để diện tích $\triangle ADF$ lớn nhất.

Bài V: (0,5 điểm). Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a+b \leq 3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \sqrt{a(b+1)} + \sqrt{b(a+1)}$.

HẾT