

Bài I. (2,0 điểm) Cho biểu thức $A = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x-\sqrt{x}-3}{x-9}$ với $x > 0, x \neq 9$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$;
- 2) Rút gọn biểu thức B;
- 3) Tìm $x \in \mathbb{N}$ để biểu thức $P = A.B$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài II. (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một đoàn xe cần vận chuyển hàng hóa thiết yếu tới các vùng có dịch. Nếu xếp mỗi xe 15 tấn thì còn thừa lại 5 tấn, còn nếu xếp mỗi xe 16 tấn thì chở được thêm 3 tấn nữa. Hỏi đoàn xe phải chở bao nhiêu tấn hàng và có mấy xe?

2) Môn bi sắt (tên gọi quốc tế là **pétanque**) là một trong 40 môn thi đấu tại SEA Games 31 được tổ chức tại Việt Nam. Một viên bi sắt hình cầu có đường kính 8 cm thì thể tích của viên bi đó là bao nhiêu cm^3 ? (Kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân) (Lấy $\pi \approx 3,14$).

Bài III. (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\sqrt{x-2y} - \frac{3}{2x-1} = 1 \\ 3\sqrt{x-2y} + \frac{1}{2x-1} = 7 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 5x - m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2$ sao cho $2x_1 = \sqrt{x_2}$.

Bài IV. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và dây BC cố định không đi qua O . Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Kẻ đường kính AK . Gọi E là hình chiếu của C trên AK , F là hình chiếu của B trên AK và M là trung điểm của BC .

- 1) Chứng minh 4 điểm C, E, O, M cùng thuộc một đường tròn;
- 2) Kẻ $AD \perp BC$ tại D . Chứng minh $AB.AC = AD.2R$ và $DE \parallel BK$;
- 3) Chứng minh $\triangle MDE$ cân và tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là một điểm cố định khi A di động trên cung lớn BC .

Bài V. (0,5 điểm) Cho các số thực a, b, c không âm thỏa mãn: không có hai số nào đồng thời bằng 0 và $a^2 + b^2 + c^2 = 2(ab + bc + ca)$. Chứng minh: $\sqrt{\frac{2ab}{a^2 + b^2}} + \sqrt{\frac{2bc}{b^2 + c^2}} + \sqrt{\frac{2ac}{a^2 + c^2}} \geq 1$

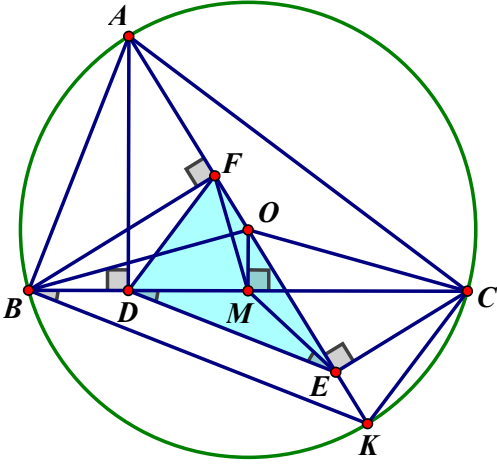
ĐÁP ÁN ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG MÔN TOÁN 9

NĂM HỌC 2021 – 2022

Ngày thi: 13/05/2022

Bài	Ý	Đáp án	Điểm
Bài I (2,0 điểm)	I.1 0,5đ	1) Thay $x = 25$ (tmdk) vào A ta có: $A = \frac{2\sqrt{25}-1}{\sqrt{25}}$	0,25
		$A = \frac{9}{5}$	0,25
	I.2 1,0đ	2) $B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + (2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3) - (2x-\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$B = \frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-\sqrt{x}-3-2x+\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$B = \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$	0,25
		$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$	0,25
	I.3 0,5đ	c) $P = A.B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} = 2 + \frac{5}{\sqrt{x}-3}$	0,25
		- Trong 2 trường hợp $\sqrt{x}-3 > 0$ và $\sqrt{x}-3 < 0$ để P lớn nhất thì $\sqrt{x}-3 > 0$. Mà $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x \geq 10 \Rightarrow \sqrt{x}-3 \geq \sqrt{10}-3 > 0$ $P_{\max} = \frac{2\sqrt{10}-1}{\sqrt{10}-3} = 17 + 5\sqrt{10} \Leftrightarrow x = 10(\text{tmdk})$	0,25
	II.1 2,0đ	1) - Gọi số xe của đoàn là x (xe) ($x \in \mathbb{N}^*$); số tấn hàng cần vận chuyển là y (tấn) ($y > 5$)	0,5
		- Theo đề bài: Xếp mỗi xe 15 tấn thì còn thừa lại 5 tấn $\Rightarrow 15x = y - 5$ Xếp mỗi xe 16 tấn thì chở được thêm 3 tấn nữa $\Rightarrow 16x = y + 3$	0,5
		- Ta có hệ pt: $\begin{cases} 15x = y - 5 \\ 16x = y + 3 \end{cases}$	0,25
		- Giải hệ pt: $\begin{cases} x = 8 \\ y = 125 \end{cases}$	0,5

		- Kiểm tra ĐK và KL : 8 xe và 125 tấn hàng	0,25
	II.2 0,5đ	2) Bán kính viên bi sắt hình cầu: 4cm Thể tích viên bi sắt: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$	0,25
		Với $\pi \approx 3,14$ $V \approx \frac{4}{3} \cdot (3,14) \cdot 4^3 \approx 267,95 (cm^3)$	0,25
	Bài III (2,0 điểm)	III.1 1,0đ 1) $\begin{cases} 2\sqrt{x-2y} - \frac{3}{2x-1} = 1 \\ 3\sqrt{x-2y} + \frac{1}{2x-1} = 7 \end{cases}$ ĐKXD: $x \geq 2y; x \neq \frac{1}{2}$	0,25
		Giải hpt được: $\begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{3}{2} \end{cases}$	0,5
		Kiểm tra ĐK và KL nghiệm của hệ pt: $\left(1; -\frac{3}{2}\right)$	0,25
	III.2 1,0đ	2) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $x^2 - 5x + m + 1 = 0$ (*)	0,25
		(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{21}{4}$	0,25
		Theo hệ thức Vi ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 & (1) \\ x_1 \cdot x_2 = m + 1 & (2) \end{cases}$ $2x_1 = \sqrt{x_2} \Leftrightarrow x_2 = 4x_1^2 \ (x_1 \geq 0; x_2 \geq 0)$	0,25
		Thế vào (1) ta có: $4x_1^2 + x_1 - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \text{ (tm)} \\ x_1 = -\frac{5}{4} \text{ (ko tm)} \end{cases}$	0,25
		Khi đó: $x_2 = 4(tm)$. Thay vào (2): $m = 3(tm) \left(m < \frac{21}{4}\right)$	

Bài IV (3,0 điểm)	IV.1 1,0đ		
		1) Chứng minh 4 điểm C, E, O, M cùng thuộc một đường tròn;	
		Vẽ hình đúng đủ để giải câu 1)	0,25
		Chứng minh: $\angle OMC = 90^\circ$	0,25
		Chỉ ra $\angle OEC = 90^\circ$	0,25
		Từ đó suy ra C, E, O, M cùng thuộc một đường tròn đường kính OC (Hoặc chứng minh tứ giác OMEC nội tiếp theo đhnb đúng cho điểm tối đa)	0,25
	IV.2 1,0đ	2) Chứng minh $AB.AC = AD.2R$ và $DE \parallel BK$;	
		Chứng minh: $\triangle ABD \sim \triangle AKC$ (gg)	0,25
		$\Rightarrow AB.AC = AD.AK$ $\Rightarrow AB.AC = AD.2R$	0,25
		Chứng minh: Tứ giác ADEC nội tiếp $\Rightarrow \angle CDE = \angle CAE$	0,25
		Mà $\angle CBK = \angle CAE$ $\Rightarrow \angle CDE = \angle CBK \Rightarrow DE \parallel BK$	0,25
	IV.3 1,0đ	Chứng minh $\triangle MDE$ cân và tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là một điểm cố định khi A di động trên cung lớn BC	
		+) Xét (O): $\angle CME = \angle COE = 2.\angle CAE$ +) Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADEC: $\angle CAE = \angle MDE$ Mà $\angle CME = \angle MDE + \angle MED$	0,25
		$\Rightarrow \angle MDE = \angle MED$ $\Rightarrow \triangle MDE$ cân tại M (1)	0,25
		+) Chứng minh $\triangle MEF$ cân:	

		$\angle MFO = \angle MBO = \angle MCO$ $\angle MCO = \angle MEO$ $\Rightarrow \angle MFO = \angle MEO$ $\Rightarrow \triangle MEF$ cân tại M (2) +) Từ (1) và (2) $\Rightarrow MD = ME = MF$	0,25
		Mà M là trung điểm BC cố định $\Rightarrow$ Tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$ là điểm M cố định khi A di động trên cung lớn BC	0,25
Bài V (0,5 điểm)	0,5đ	Với mọi $x, y, z \geq 0$ ta luôn có: $(x+y+z)^2 \geq x^2 + y^2 + z^2 \Rightarrow x+y+z \geq \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ - Áp dụng ta có: $\sqrt{\frac{2ab}{a^2+b^2}} + \sqrt{\frac{2bc}{b^2+c^2}} + \sqrt{\frac{2ac}{a^2+c^2}} \geq \sqrt{\frac{2ab}{a^2+b^2} + \frac{2bc}{b^2+c^2} + \frac{2ac}{a^2+c^2}}$ Mà $a, b, c \geq 0$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{2ab}{a^2+b^2} + \frac{2bc}{b^2+c^2} + \frac{2ac}{a^2+c^2}}$ $\geq \sqrt{\frac{2ab}{a^2+b^2+c^2} + \frac{2bc}{a^2+b^2+c^2} + \frac{2ac}{a^2+b^2+c^2}}$ $= \sqrt{\frac{2(ab+bc+ca)}{a^2+b^2+c^2}} = \sqrt{\frac{a^2+b^2+c^2}{a^2+b^2+c^2}} = 1$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b > 0; c = 0$ và các hoán vị của chúng.	0,5