

Bài I (2,0 điểm):

Cho hai biểu thức : $M = \frac{x+15}{\sqrt{x}+3}$; $N = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{\sqrt{x}-5}{x-9} \right) : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ ($x \geq 0$; $x \neq 1$; $x \neq 9$)

1. Tính giá trị của M khi $x = 81$
2. Rút gọn biểu thức N
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = M + N$

Bài II (2,5 điểm):

1. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ô tô khách và một ô tô tải cùng xuất phát từ địa điểm A đi đến địa điểm B đường dài 180 km, do vận tốc của ô tô khách lớn hơn ô tô tải 10 km/h nên ô tô khách đến B trước ô tô tải 36 phút. Tính vận tốc của mỗi ô tô (Biết rằng trong quá trình đi từ A đến B vận tốc của mỗi ô tô không đổi).

2. Một bể nước có dạng hình hộp chữ nhật có chiều cao 2 m, diện tích đáy là 4,5 m². Hỏi bể nước đó đựng đầy được bao nhiêu m³ nước? (Bỏ qua bề dày của bể nước).

Bài III (2,0 điểm):

1. Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{y+2} = 3 \\ \frac{3}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{y+2} = -1 \end{cases}$$

2. Cho các hàm số :

$y = x^2$ (P) và $y = 3x + m^2$ (d) (x là biến số, m là tham số cho trước)

- a. Chứng minh rằng với bất kỳ giá trị nào của m , đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại 2 điểm phân biệt.

- b. Gọi y_1 và y_2 là tung độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P). Tìm m để có đẳng thức: $y_1 + y_2 = 11$

Bài IV (3,0 điểm):

Cho nửa đường tròn tâm O đường kính $AB = 2R$ và tia tiếp tuyến Ax cùng phía với nửa đường tròn đối với AB. Từ điểm M trên Ax kẻ tiếp tuyến thứ hai MC với nửa đường tròn (C là tiếp điểm). AC cắt OM tại E; MB cắt nửa đường tròn (O) tại D (D khác B).

1. Chứng minh: AMDE là tứ giác nội tiếp đường tròn.
2. Gọi giao điểm của BC và Ax là N. Chứng minh: $\triangle ADE \sim \triangle BNM$.
3. Vẽ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Chứng minh rằng MB đi qua trung điểm của CH.

Bài V (0,5 điểm): Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = x^2 - x\sqrt{y} + x + y - \sqrt{y} + 1$