

Bài 1: (2 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3}{\sqrt{x}-1}$ ($x \geq 0$; $x \neq 1$; $x \neq 9$)

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$;
- Rút gọn biểu thức B ;
- Cho $P = A.B$. Tìm giá trị của x để $|P| > P$.

Bài 2: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Do dịch CoVid-19 bùng phát trở lại nên theo kế hoạch hai tổ sản xuất dự định làm 1000 hộp khẩu trang để cung cấp cho tâm dịch Bắc Giang. Nhưng khi thực hiện tổ một làm vượt mức kế hoạch 15%, tổ hai làm vượt mức kế hoạch 20% nên cả hai tổ làm được 1170 hộp khẩu trang. Tính số hộp khẩu trang mà mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

2) Một chiếc cốc có dạng hình trụ với chiều cao 8cm, đường kính đáy là 6cm. Hỏi chiếc cốc này có đựng được 180ml sữa không? (Giả sử độ dày của thành cốc và đáy cốc không đáng kể, lấy $\pi \approx 3,14$)

Bài 3: (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5x^2 - \frac{9}{\sqrt{y+1}} = 17 \\ x^2 + \frac{3}{\sqrt{y+1}} = 5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 + 2mx + 2m - 1 = 0$ (tham số m)

- Giải phương trình khi $m = -3$
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \leq 0 < x_2$

Bài 4: (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H .

- Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp;
- Tia AO cắt đường tròn (O) tại K . Chứng minh $AB.AC = AK.AD$;
- Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh ba điểm H, M, K thẳng hàng.

Cho BC cố định, A chuyển động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC có ba góc nhọn, chứng minh diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác AEF không đổi.

Bài 5: (0,5 điểm) Giải phương trình sau:

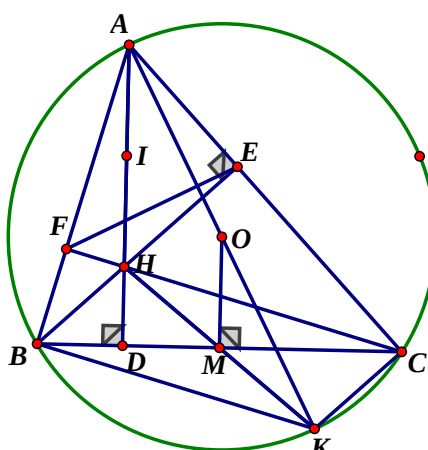
$$\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$$

---HẾT---

ĐÁP ÁN

Bài 1: (2điểm)	a) Thay $x = 4(TMĐK)$ vào biểu thức A ta có $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} = \frac{2+1}{2-3} = -3$	0.25 0.25
	b) Rút gọn B $B = \frac{x+1}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3}{\sqrt{x}-1} \quad (x \geq 0; x \neq 1; x \neq 9)$ $= \frac{x+1+\sqrt{x}-1-3(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{x-2\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$	0.5 0.5
	c) $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ $ P > P \Rightarrow P < 0$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} < 0$ mà $\sqrt{x}+1 > 0 \forall x \in DKXD$ $\Rightarrow \sqrt{x}-1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$ Vay $0 \leq x < 1$	0.25 0.25
Bài 2: (2,5điểm)		
1) (2 điểm)	<i>Do dịch CoVid-19 bùng phát trở lại nên theo kế hoạch hai tổ sản xuất dự định làm 1000 hộp khẩu trang để cung cấp cho tâm dịch Bắc Giang. Nhưng khi thực hiện tổ một làm vượt mức kế hoạch 15%, tổ hai vượt mức kế hoạch 20% nên cả hai tổ làm được 1170 hộp khẩu trang. Tính số hộp khẩu trang mà mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.</i>	2 điểm
	- Gọi số hộp khẩu trang tổ 1 dự định làm là x (hộp) ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 1000$) - Gọi số hộp khẩu trang tổ 2 dự định làm là y (hộp) ($y \in \mathbb{N}^*$, $y < 1000$)	0,25
	Theo kế hoạch hai tổ sản xuất được 1000 hộp, ta có pt: $x + y = 1000 \quad (1)$	0,25
	- Số hộp khẩu trang thực tế tổ 1 làm được là: $115\%x = 1,15x$ (hộp) - Số hộp khẩu trang thực tế tổ 2 làm được là: $120\%.y = 1,2y$ (hộp) Thực tế hai tổ làm được 1170 hộp khẩu trang, ta có pt: $1,15x + 1,2y = 1170 \quad (2)$	0,25 0,25
	Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1000 \\ 1,15x + 1,2y = 1170 \end{cases}$	0,25
	- Giải hệ PT ta được: $\begin{cases} x = 600(tm) \\ y = 400(tm) \end{cases}$	0,5

	Vậy theo kế hoạch tổ 1 làm 600 hộp khẩu trang, tổ 2 làm 400 hộp khẩu trang.	0,25
2) (0,5 điểm)	Một chiếc cốc có dạng hình trụ với chiều cao 8cm, đường kính đáy là 6cm. Hỏi chiếc cốc này có đựng được 180ml coca không? (Giả sử độ dày của thành cốc và đáy cốc không đáng kể)	
	Bán kính đáy của hình trụ là: $6:2 = 3$ (cm) Thể tích của chiếc cốc hình trụ là $V = \pi r^2 h = \pi 3^2 \cdot 8 = 72\pi \approx 226(\text{cm}^3) = 226\text{ml}$ Vậy chiếc cốc có thể đựng được 180ml sữa.	0,25 0.25
Bài 3 (2 điểm)		
1) 1 điểm	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 5x^2 - \frac{9}{\sqrt{y+1}} = 17 \\ x^2 + \frac{3}{\sqrt{y+1}} = 5 \end{cases}$ ĐKXD: $y > -1$	0.25
	Đặt $a = x^2$, $b = \frac{1}{\sqrt{y+1}}$ Tìm được $a = 4$; $b = 1/3$ Tìm được $x = \pm 2$; $y = 8$ (TMĐK) Kết luận	0.25 0.25 0.25
2) 1 điểm	Cho phương trình: $x^2 + 2mx + 2m - 1 = 0$ (tham số m)	
	a) Giải phương trình khi $m = -3$	0.5 điểm
	Thay $m = -3$ vào PT ta được: $x^2 - 6x - 7 = 0$ Tìm được $x_1 = -1$; $x_2 = 7$	0.25 0.25
	b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \leq 0 < x_2$	0,5 điểm
	Cách 1: $\Delta = (m - 1)^2$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$ Áp dụng ĐL Vi-et $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 \cdot x_2 = 2m - 1 \end{cases}$ $x_1 \leq 0 < x_2 \Leftrightarrow x_1 = 0 \text{ và } x_2 > 0 \text{ hoặc } x_1 < 0 \text{ và } x_2 > 0$ TH1: $x_1 = 0 \text{ và } x_2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow m \in \emptyset$ Hoặc có thể thay $x = 0$ vào PT, tìm được $m = \frac{1}{2}$. Rồi tìm nghiệm còn lại $x = -1$ (không thỏa mãn) TH2: $x_1 < 0 \text{ và } x_2 > 0 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$	

	Kết luận: $m < \frac{1}{2}$ Tìm điều kiện của m để PT có 2 nghiệm phân biệt và đúng 1 TH: được 0.25 điểm Làm đúng TH còn lại: được thêm 0.25 điểm	
	Cách 2: $a - b + c = 0 \Rightarrow x_1 = -1; x_2 = -2m + 1$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x_1 \neq x_2 \Leftrightarrow m \neq 1$ TH1: $x_1 = -1; x_2 = -2m + 1$ $x_1 \leq 0 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq 0 \text{ (luôn đúng)} \\ -2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < \frac{1}{2}$ TH1: $x_1 = -2m + 1; x_2 = -1$ $x_1 \leq 0 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 1 \leq 0 \\ -1 > 0 \text{ (vô lý)} \end{cases} \Rightarrow m \in \emptyset$ Kết luận	
Bài 4: (3 điểm)		0.25
1 (0,75 điểm)	Chứng minh tứ giác BFEC nội tiếp.	
	Chứng minh $\widehat{BEC} = \widehat{BFC} = 90^\circ$	0,25
	Chứng minh tứ giác BDFC nội tiếp.	0,5
2 (1 điểm)	Tia AO cắt đường tròn (O) tại K. Chứng minh $AB \cdot AC = AK \cdot AD$	
	Chứng minh $\widehat{ABD} = \widehat{ACK}$	0,25
	Chứng minh $\widehat{ADB} = \widehat{ACK} = 90^\circ$	0,25
	Chứng minh $\triangle ABD \sim \triangle AKC (g.g) \Rightarrow AB \cdot AC = AK \cdot AD$	0,5
3 (1 điểm)	Gọi M là trung điểm của BC. Chứng minh ba điểm H, M, K thẳng hàng. Cho BC cố định, A chuyển động trên cung lớn BC sao cho tam giác ABC có ba góc nhọn, chứng minh diện tích hình tròn ngoại tiếp tam giác AEF không đổi.	
	Chứng minh BHCK là hình bình hành	0,25
	Chứng minh M là trung điểm của HK $\Rightarrow H, M, K$ thẳng hàng	0,25

	Chứng minh I(trung điểm của AH) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AEF	0,25
	Chứng minh AI = OM; OM không đổi suy ra AI không đổi => đpcm	0,25
Bài 5: (0,5 điểm)	<i>Giải phương trình sau:</i> $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$	
	Đk: $\frac{-1}{3} \leq x \leq 6$ $\Leftrightarrow (\sqrt{3x+1} - 4) - (\sqrt{6-x} - 1) + 3x^2 - 14x - 5 = 0$ $\Leftrightarrow \frac{3x-15}{\sqrt{3x+1}+4} - \frac{6-x-1}{\sqrt{6-x}+1} + (x-5)(3x+1) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{3(x-5)}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{x-5}{\sqrt{6-x}+1} + (x-5)(3x+1) = 0$ $\Leftrightarrow (x-5) \left(\frac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \frac{1}{\sqrt{6-x}+1} + 3x+1 \right) = 0$ TH1: $x-5=0$ TH2 : Vì $x \geq -1/3 \Rightarrow 3x+1 \geq 0 \Rightarrow$ vô nghiệm	0.25 0.25