

(Đề thi có 01 trang)

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm). (Ghi vào bài làm chữ cái A, B, C hoặc D đứng trước đáp án đúng).**Câu 1.** Biểu thức $\sqrt{2020x - 2021}$ có nghĩa khi và chỉ khi

- A. $x \geq \frac{2020}{2021}$. B. $x \leq \frac{2020}{2021}$. C. $x \geq \frac{2021}{2020}$. D. $x \leq \frac{2021}{2020}$.

Câu 2. Biểu thức $Q = \sqrt{2}(\sqrt{18} - \sqrt{32})$ có giá trị bằng

- A. 2. B. -2. C. $\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 3. Hàm số bậc nhất $y = (2 - m)x + m - 1$ (với m là tham số, $m \neq 2$) là hàm số đồng biến trên R khi

- A. $m > 2$. B. $m < 1$. C. $m > 1$. D. $m < 2$.

Câu 4. Tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH. Biết AB = 6cm và AC = 8cm. Khi đó độ dài đường cao AH bằng

- A. 5cm. B. 0,48 cm. C. 4,8 cm. D. 48 cm.

B. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm).**Câu 5 (3,0 điểm).** a, Tính giá trị biểu thức $A = \frac{3 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}}$.b, Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 7x - 2y = 23 \end{cases}$$
c, Cho đường thẳng $y = (m^2 - 1)x + 2m + 1$ (d_1) và đường thẳng $y = 3x + m + 3$ (d_2). Tìm m để (d_1) song song với (d_2).**Câu 6 (1,5 điểm).** Cho biểu thức $B = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{x} + 1} + \frac{1}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2}{x - 1}\right)$.

a. Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức B.

b. Tìm giá trị của x để biểu thức B = 3.

Câu 7 (3,0 điểm). Cho đường tròn (O; R) và một điểm S nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (với A, B là các tiếp điểm). Một đường thẳng đi qua S (không đi qua tâm O) cắt đường tròn (O; R) tại hai điểm M và N (với M nằm giữa S và N). Gọi H là giao điểm của SO và AB; I là trung điểm MN. Hai đường thẳng OI và AB cắt nhau tại E.

a) Chứng minh bốn điểm S, A, O, B cùng thuộc một đường tròn, xác định tâm và bán kính của đường tròn đó.

b) Chứng minh $OI \cdot OE = R^2$.c) Cho $SO = 2R$ và $MN = R\sqrt{3}$. Tính diện tích tam giác ESM theo R.**Câu 8 (0,5 điểm).** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{a + b}{\sqrt{a(3a + b)} + \sqrt{b(3b + a)}}$ với a, b là các số thực dương.

-----Hết-----

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm).

Họ, tên thí sinh:.....SBD.....Phòng thi.....

HƯỚNG DẪN CHUNG:

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với các ý cơ bản học sinh phải trình bày, nếu học sinh giải theo cách khác mà đúng và đủ các bước thì giám khảo vẫn cho điểm tối đa.
- Trong mỗi bài, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các bước sau có liên quan không được điểm.
- Bài hình học bắt buộc phải vẽ đúng hình thì mới chấm điểm, nếu không có hình vẽ đúng ở phần nào thì giám khảo không cho điểm phần lời giải liên quan đến hình của phần đó.
- Điểm toàn bài là tổng điểm của các ý, các câu, tính đến 0,25 điểm và không làm tròn.

BIỂU ĐIỂM VÀ ĐÁP ÁN:

A. Phần trắc nghiệm (2,0 điểm): Mỗi câu đúng cho 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	C	B	D	C

B. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm):

Câu 5. a, (1,0 điểm)

Nội dung trình bày	Điểm
$A = \frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} + \frac{3-\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} = \frac{(3+\sqrt{5})^2}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})} + \frac{(3-\sqrt{5})^2}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$	0,25
$A = \frac{14+6\sqrt{5}}{9-5} + \frac{14-6\sqrt{5}}{9-5} = \frac{14+6\sqrt{5}+14-6\sqrt{5}}{4}$	0,25
$= \frac{28}{4} = 7$	0,25
Vậy giá trị biểu thức là $A = 7$	0,25

Câu 5. b, (1,0 điểm).

Nội dung trình bày	Điểm
$\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 7x - 2y = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 16 \\ 7x - 2y = 23 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} 13x = 39 \\ 3x + y = 8 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ 3.3 + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$	0,25
Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là: $(x;y) = (3;-1)$	0,25

Câu 5. c, (1,0 điểm).

Nội dung trình bày	Điểm
Đề (d_1) song song với (d_2) thì: $\begin{cases} m^2 - 1 = 3 \\ 2m + 1 \neq m + 3 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ 2m - m \neq 3 - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq 2 \end{cases}$	0,25
$\Leftrightarrow m = -2$	0,25
Vậy $m = -2$ thì (d_1) song song với (d_2)	0,25

Câu 6(1,5 điểm)

Nội dung trình bày		Điểm
a, ĐKXD:	$\begin{cases} x \geq 0 \\ \sqrt{x} \neq 0 \\ \sqrt{x}-1 \neq 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 0 \\ \sqrt{x} \neq 1 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$	0,25
	$B = \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) \left[\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{x-1} \right]$ $= \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \right) \left[\frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right]$ $= \left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \right) \left(\frac{\sqrt{x}-1 + \sqrt{x}+1-2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right)$ $= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{2\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$ $= \frac{2}{\sqrt{x}}$ Vậy $B = \frac{2}{\sqrt{x}}$ với $x > 0 ; x \neq 1$	0,25 0,25 0,25
b) với $x > 0 ; x \neq 1$, ta có	$B = 3 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}} = 3$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{2}{3}$	0,25

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{9} \text{ (thỏa mãn ĐKXĐ)}$$

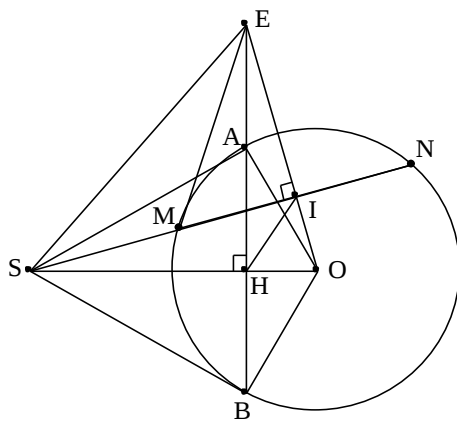
Vậy $x = \frac{4}{9}$ thì $B = 3$.

0,25

Câu 7 (3,0 điểm).

a)

1,0 d



Vì SA và SB là các tiếp tuyến của (O;R) suy ra $OA \perp SA$ tại A, $OB \perp SB$ tại B

$\Rightarrow$ Các tam giác SAO và SBO là các tam giác vuông

Gọi K là trung điểm SO, áp dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền vào các tam giác vuông SAO và SBO chung cạnh huyền SO ta có

$$KS = KA = KO = KB = \frac{SO}{2}$$

$\Rightarrow$ 4 điểm S, A, O, B cùng thuộc đường tròn tâm K bán kính $KO = \frac{SO}{2}$

Lưu ý: Học sinh làm cách khác, hoặc tứ giác nội tiếp để chứng minh nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.

b)

1,0 đ

Xét Δ SOI và Δ EOH:

$$\text{C}\acute{o} \text{ SIO} = \text{EHO} = 90^0;$$

SOI: chung

Chỉ ra được $\Delta \text{SOI} \propto \Delta \text{EOH}$ (g.g)

$$\Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{OS}{OE} \Rightarrow OI.OE = OH.OS$$

mà $OH.OS = OB^2 = R^2$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông SOB)

0,25

0,25

0,25

	nên $OI.OE = R^2$	0,25
c) 1,0 đ	Có $MN = R\sqrt{3} \Rightarrow MI = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.	0,25
	Áp dụng Pytago cho tam giác vuông MOI ta tính được $OI = \frac{R}{2}$	0,25
	mà $OI.OE = R^2 \Rightarrow OE = \frac{R^2}{OI} = 2R \Rightarrow EI = OE - OI = \frac{3R}{2}$	0,25
	Mặt khác $SI = \sqrt{SO^2 - OI^2} = \frac{R\sqrt{15}}{2} \Rightarrow SM = SI - MI = \frac{R\sqrt{3}(\sqrt{5}-1)}{2}$	0,25
	Vậy $S_{ESM} = \frac{SM.EI}{2} = \frac{3\sqrt{3}(\sqrt{5}-1)R^2}{8}$ (đơn vị diện tích)	0,25

Câu 8 (0,5 điểm)

Nội dung trình bày	Điểm
Ta có: $M = \frac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)} + \sqrt{b(3b+a)}} = \frac{2(a+b)}{\sqrt{4a(3a+b)} + \sqrt{4b(3b+a)}} \quad (1)$ Áp dụng bất đẳng thức AM - GM cho các số dương ta được: $\sqrt{4a(3a+b)} \leq \frac{4a + (3a+b)}{2} = \frac{7a+b}{2} \quad (2)$ $\sqrt{4b(3b+a)} \leq \frac{4b + (3b+a)}{2} = \frac{7b+a}{2} \quad (3)$ Từ (2) và (3) suy ra: $\sqrt{4a(3a+b)} + \sqrt{4b(3b+a)} \leq 4a + 4b \quad (4)$ Từ (1) và (4) suy ra: $M = \frac{a+b}{\sqrt{a(3a+b)} + \sqrt{b(3b+a)}} \geq \frac{2(a+b)}{4a+4b} = \frac{1}{2}.$ Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b$ Vậy GTNN của $M = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = b.$	0,25 0,25
