TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

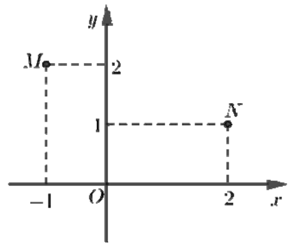
(Đề thi gồm 06 trang)

ĐỀ THI KSCL LỚP 12 THEO ĐỊNH HƯỚNG THI TN THPT NĂM 2020
Bài thi: Môn Toán
Thời gian làm bài: 90 phút;
(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 132

Họ, tên thí sinh:... Số báo danh: ....

Câu 1: Trong hình bên M, N lần lượt là điểm biểu diễn số phức z và w. Số phức $z+w$ bằng



A. $1-3i$. **B.** $3+i$. **C.** $1+3i$. **D.** $3-i$.

Câu 2: Với a, b là hai số thực dương bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log a+\log b=\log(a+b)$. **B.** $\log a-\log b=\log\dfrac{b}{a}$.

C. $2\log a-\log b=\log\dfrac{a^2}{b}$. **D.** $\log a+2\log b=\log(a^2b)$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 4: Tính thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $6h$.

A. $6a^2h$. **B.** $3a^2h$. **C.** $2a^2h$. **D.** a^2h.

Câu 5: Tính thể tích khối trụ có bán kính đáy bằng 2, đường cao bằng 3.

A. 6π. **B.** 4π. **C.** 12π. **D.** 3π.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, véctơ đơn vị trên trục Oy là

A. $\vec{j}(0;1;0)$. **B.** $\vec{i}(1;0;0)$. **C.** $\vec{k}(0;0;1)$. **D.** $\vec{n}(1;1;1)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$ **không** đi qua điểm nào sau đây?

A. $C(0;0;3)$. **B.** $A(1;0;0)$. **C.** $B(0;2;0)$. **D.** $O(0;0;0)$.

Câu 8: Biết $\displaystyle\int_0^2 f(x)dx=4$. Tích phân $\displaystyle\int_2^0 3f(x)dx$ bằng

A. 12. **B.** -12. **C.** $\dfrac{4}{3}$. **D.** $-\dfrac{4}{3}$.

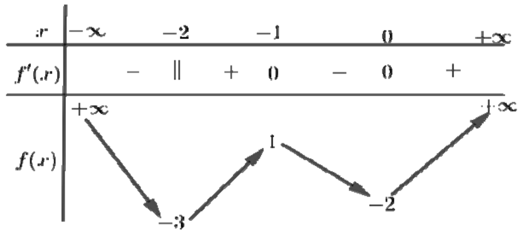
Câu 9: Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 12 học sinh?

A. A_{12}^2. **B.** 2^{12}. **C.** 12^2. **D.** C_{12}^2.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=-6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

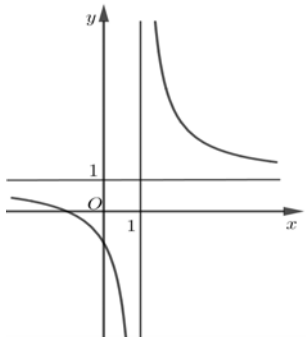
Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < 3$ là

A. $[-1; 7)$. **B.** $(-1; 5)$. **C.** $(-1; 7)$. **D.** $(0; 8)$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 25$ là

A. $x = \log_5 26$. **B.** $x = \log_5 24$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 4$.

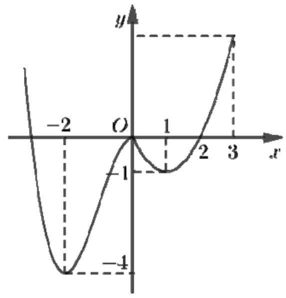
Câu 14: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong ở hình bên?



A. $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y = \dfrac{x}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng



A. $(-1; 0)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; 3)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$-$	

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 17: Tính diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh bằng 2, bán kính đáy bằng 1.

A. 2π. **B.** 4π. **C.** π. **D.** $\sqrt{3}\pi$.

Câu 18: Khối cầu có bán kính bằng 3 thì có thể tích bằng

A. 36π. **B.** 108π. **C.** 18π. **D.** 72π.

Câu 19: Mô đun của số phức $z = 2 - i$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 20: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, một véctơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=2+2t\\z=1-3t\end{cases}$ là

A. $\vec{u}(0;2;3)$. **B.** $\vec{u}(1;2;-3)$. **C.** $\vec{u}(0;2;-3)$. **D.** $\vec{u}(1;2;1)$.

Câu 22: Phần ảo của số phức $z=3-2i$ bằng

A. -2. **B.** $-2i$. **C.** -3. **D.** $3i$.

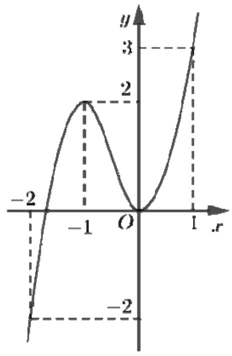
Câu 23: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$ là

A. $3^x\ln 3+C$. **B.** $x.3^{x-1}+C$. **C.** 3^x+C. **D.** $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$.

Câu 24: Khi đặt $2^x=t$, phương trình $2^{2x+1}-2^{x-1}-1=0$ trở thành phương trình

A. $4t^2-t-1=0$. **B.** $2t^2-t-1=0$. **C.** $2t^2-t-2=0$. **D.** $4t^2-t-2=0$.

Câu 25: Cho hàm $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Gọi a, A lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x+1)$ trên đoạn $[-1;0]$. Giá trị $a+A$ bằng



A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 26: Mô đun của số phức $z=\dfrac{1}{1+i}+\dfrac{2}{1-i}$ bằng

A. $\dfrac{10}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây chứa trục Oz?

A. $x-y+1=0$. **B.** $z-3=0$. **C.** $x+y-z=0$. **D.** $2x-y=0$.

Câu 28: Cho $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^1 f(x)dx=4$ và $\int\limits_0^1 f(3x)dx=6$. Tích phân $\int\limits_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 10. **B.** 2. **C.** 12. **D.** 14.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$, $SA=\sqrt{6}a$ và SA vuông góc với $(ABCD)$. Góc giữa SC và $(ABCD)$ là

A. 90^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

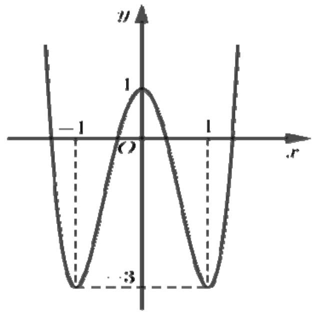
Câu 30: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = x + 2$ được tính theo công thức

A. $S = \int_{-1}^{2} (x^2 - x - 2)dx.$ **B.** $S = \int_{-1}^{2} (x + 2 - x^2)dx.$

C. $S = \pi \int_{-1}^{2} (x^2 - x - 2)dx.$ **D.** $S = \pi \int_{-1}^{2} (x + 2 - x^2)dx.$

Câu 31: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Hỏi phương trình $\left|f(x)\right| = 1$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 32: Biết $\log_2 3 = a$, $\log_3 5 = b$. Khi đó $\log_{15} 12$ bằng

A. $\dfrac{a+2}{ab+1}.$ **B.** $\dfrac{ab+1}{a+2}.$ **C.** $\dfrac{a+2}{a(b+1)}.$ **D.** $\dfrac{a(b+1)}{a+2}.$

Câu 33: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)(x^2 + x), x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

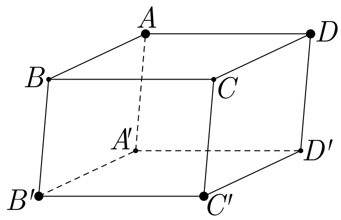
A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1; -2; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+3}{-2}.$ **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{1}.$

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{-2}.$ **D.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z+3}{1}.$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 1)$, $B'(1; 0; 0)$, $C'(1; 1; 0)$. Tìm tọa độ của điểm D.



A. $D(0; 1; 1)$. **B.** $D(0; -1; 1)$. **C.** $D(0; 1; 0)$. **D.** $D(1; 1; 1)$.

Câu 36: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = BC = AA' = a$, $\widehat{ABC} = 120^0$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}.$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}.$ **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}.$ **D.** $\dfrac{a^3}{2}.$

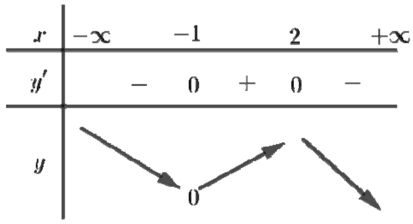
Câu 37: Cho một hình nón có góc ở đỉnh 60^0, bán kính đáy bằng a. Diện tích toàn phần hình nón đó là

A. πa^2. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 38: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $z^2 + 2mz + 3m + 4 = 0$ có hai nghiệm không là số thực?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 39: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như hình bên. Trong các hệ số a, b, c và d có bao nhiêu số âm?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 40: Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $f(1) = -\frac{1}{18}$, $\int_0^1 xf'(x)dx = \frac{1}{36}$. Giá trị của $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $-\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{36}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $-\frac{1}{36}$.

Câu 41: Để ước tính dân số người ta sử dụng công thức $A_N = Ae^{rN}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, A_N là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Biết rằng dân số Việt Nam ở các năm 2009 và 2019 lần lượt là 85,9 và 96,2 triệu người. Hỏi ở năm nào dân số nước ta sẽ vượt qua ngưỡng 120 triệu người?

A. Năm 2041. **B.** Năm 2038. **C.** Năm 2042. **D.** Năm 2039.

Câu 42: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a$, $BC = a$. Gọi M là trung điểm của BB'. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{3}a}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{13}a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}a}{6}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a$, I là trung điểm SC. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm H của BC. Mặt phẳng (SAB) tạo với (ABC) một góc 60^0. Tính khoảng cách từ I đến (SAB).

A. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}a}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

Câu 44: Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+6)x + \frac{2}{3}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 9. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 5.

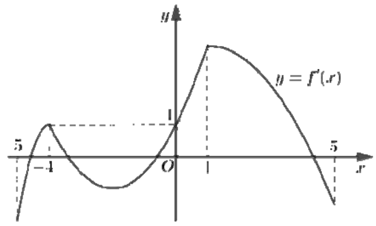
Câu 45: Ban chỉ đạo phòng chống dịch Covid-19 của sở Y tế Nghệ An có 9 người, trong đó có đúng 4 bác sĩ. Chia ngẫu nhiên Ban đó thành ba tổ, mỗi tổ 3 người để đi kiểm tra công tác phòng dịch ở địa phương. Trong mỗi tổ, chọn ngẫu nhiên một người làm Tổ trưởng. Xác suất để ba tổ trưởng đều là bác sĩ là

A. $\frac{1}{42}$. **B.** $\frac{1}{21}$. **C.** $\frac{1}{14}$. **D.** $\frac{1}{7}$.

Câu 46: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2(x^2+y^2+4)+\log_2\left(\frac{2}{x}+\frac{2}{y}\right)=\frac{1}{2}(xy-4)^2$. Khi $x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, $\frac{x}{y}$ bằng

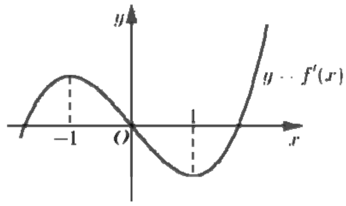
A. 2. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y=f(x^2+4x)-x^2-4x$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(-5;1)$?



A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right|$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?



A. 2. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 5.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V. Gọi P là trung điểm của SC. Mặt phẳng (α) chứa AP và cắt hai cạnh SD, SB lần lượt tại M và N. Gọi V' là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_3(3^x+2m)=\log_5(3^x-m^2)$ có nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

----------- HẾT ----------

TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

(Đề thi gồm 06 trang)

ĐỀ THI KSCL LỚP 12 THEO ĐỊNH HƯỚNG
THI TN THPT NĂM 2020
Bài thi: Môn Toán
Thời gian làm bài: 90 phút;
(50 câu trắc nghiệm)

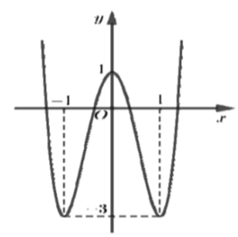
Họ, tên thí sinh: ………………………………………….. Số báo danh: ……………..

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.C	4.A	5.C	6.A	7.D	8.B	9.D	10.C
11.D	12.C	13.C	14.A	15.C	16.D	17.A	18.A	19.B	20.A
21.C	22.A	23.D	24.D	25.C	26.B	27.A	28.D	29.B	30.B
31.B	32.C	33.D	34.D	35.A	36.C	37.B	38.B	39.A	40.A
41.D	42.C	43.A	44.B	45.B	46.A	47.A	48.B	49.B	50.A

PHẦN III: HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 31. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hỏi phương trình $|f(x)| = 1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.

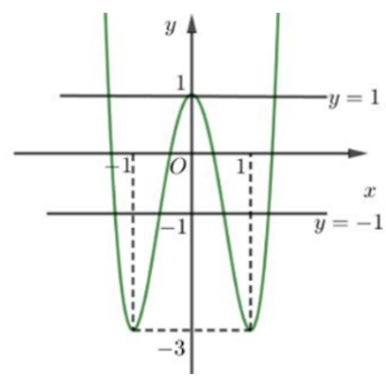
B. 7.

C. 6.

D. 4.

Lời giải

Chọn B



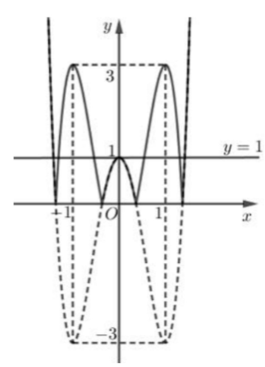
Ta có $|f(x)| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 1 \quad (1) \\ f(x) = -1 \ (2) \end{array}\right.$

Số nghiệm của phương trình (1) là số điểm chung của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$. Dựa vào đồ thị, ta thấy có 3 điểm chung nên phương trình (1) có ba nghiệm.

Số nghiệm của phương trình (2) là số điểm chung của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$. Dựa vào đồ thị, ta thấy có bốn giao điểm nên phương trình (2) có bốn nghiệm.

Vậy phương trình $|f(x)| = 1$ có 7 nghiệm thức phân biệt.

Cách 2:



Số nghiệm của của phương trình $|f(x)| = 1$ là số điểm chung của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào đồ thị, ta thấy có 7 điểm chung.

Vậy phương trình $|f(x)|=1$ có 7 nghiệm thực phân biệt.

Câu 32. Biết $\log_2 3=a, \log_3 5=b$. Khi đó $\log_{15}12$ bằng

A. $\dfrac{a+2}{ab+1}$. **B.** $\dfrac{ab+1}{a+2}$. **C.** $\dfrac{a+2}{a(b+1)}$. **D.** $\dfrac{a(b+1)}{a+2}$.

Lời giải

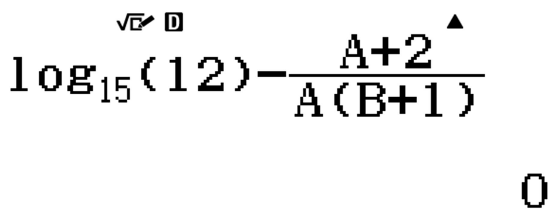
Chọn C

Ta có: $\log_{15}12=\dfrac{\log_3 12}{\log_3 15}=\dfrac{1+2\log_3 2}{1+\log_3 5}=\dfrac{1+\dfrac{2}{\log_2 3}}{1+\log_3 5}=\dfrac{1+\dfrac{2}{a}}{1+b}=\dfrac{a+2}{a(b+1)}$.

Cách 2: Bấm Casio.

i2$3$Jz

i3$5J$Jx



Câu 33. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(x^2-4)(x^2+x)$, $x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=(x^2-1)(x^2-4)(x^2+x)=x(x-1)(x+1)^2(x-2)(x+2)$

Nhận xét: $f'(x)=0$ có 5 nghiệm phân biệt nhưng chỉ đổi dấu qua 4 nghiệm: $x=-2$, $x=0$, $x=1$, $x=2$ nên hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;-2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

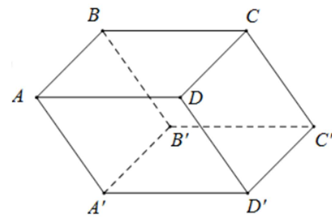
C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+3}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-1;-2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+y+z=0$ nên nhận vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$ của (α) làm vectơ chỉ phương. Do đó đường thẳng Δ có phương trình là $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+3}{1}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;1), B'(1;0;0)$ $C'(1;1;0)$. Tìm tọa độ điểm D



A. $D(0;1;1)$ **B.** $D(0;-1;1)$ **C.** $D(0;1;0)$ **D.** $D(1;1;1)$

Lời giải

Chọn A

Gọi $D(x_D;y_D;z_D)$

Ta có: $\overrightarrow{B'C'}=(0;1;0)$, $\overrightarrow{AD}=(x_D;y_D;z_D-1)$

$$\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=0 \\ y_D=1 \\ z_D-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=0 \\ y_D=1 \\ z_D=1 \end{cases}$$

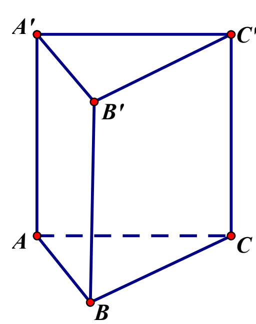
Vậy $D(0;1;1)$

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=BC=AA'=a$, $\widehat{ABC}=120^\circ$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Thể tích khối lặng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là

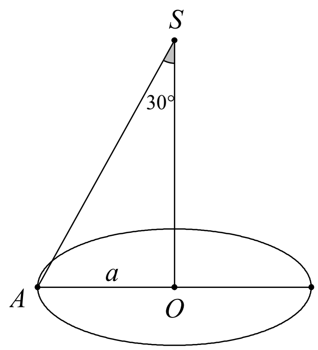
$$V=A'A.S_{\Delta ABC}=A'A.\frac{1}{2}.AB.BC.\sin\widehat{ABC}=\frac{a^3}{2}.\sin120^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}a^3.$$

Câu 37. Cho một hình nón có góc ở đỉnh 60°, bán kính đáy bằng a. Diện tích toàn phần hình nón đó là

A. πa^2. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi S,O lần lượt là đỉnh và tâm đáy của hình nón, A là điểm trên đường tròn đáy, theo giả thiết ta có: $\sin\widehat{ASO}=\dfrac{AO}{SA}=\sin 30^\circ \Rightarrow SA=\dfrac{a}{\frac{1}{2}}=2a$

$S_{tp}=\pi.OA.SA+\pi.OA^2=\pi\left(a.2a+a^2\right)=3\pi a^2$.

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $z^2+2mz+3m+4=0$ có hai nghiệm không là số thực ?

A. 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Lời giải

Chọn B

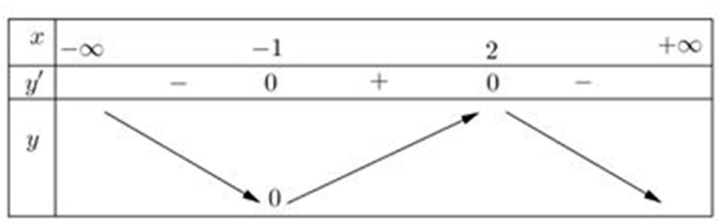
Phương trình đã cho có hai nghiệm không là số thực khi và chỉ khi

$\Delta'<0 \Leftrightarrow m^2-3m-4<0 \Leftrightarrow -1<m<4$

Vì $m\in Z$ nên ta chọn được 4 giá trị m thỏa $-1<m<4$ là $m=0, m=1, m=2, m=3$

Vậy chọn B

Câu 39. Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như hình dưới. Trong các hệ số a,b,c và d có bao nhiêu số âm?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a \neq 0$ vì hàm đa thức có bậc bé hơn hay bằng hai không thể có hai điểm cực trị, hơn nữa $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$.

Từ bảng biến thiên ta có $y(0) > y(-1) = 0$ nên $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ có hai nghiệm là -1 và 2 nên $\begin{cases} -\dfrac{2b}{3a} = -1 + 2 = 1 > 0 \\ \dfrac{c}{3a} = (-1).2 = -2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$.

Câu 40. Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $f(1) = -\dfrac{1}{18}$, $\int\limits_0^1 xf'(x)\mathrm{d}x = \dfrac{1}{36}$. Giá trị của $\int\limits_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $-\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{36}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $-\dfrac{1}{36}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$

Ta có: $\int\limits_0^1 xf'(x)dx = x.f(x)\Big|_0^1 - \int\limits_0^1 f(x)dx = f(1) - \int\limits_0^1 f(x)dx$.

Theo giả thiết: $\int\limits_0^1 xf'(x)dx = \dfrac{1}{36}$, $f(1) = -\dfrac{1}{18}$

$\Rightarrow -\dfrac{1}{18} - \int\limits_0^1 f(x)dx = \dfrac{1}{36} \Rightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx = -\dfrac{1}{18} - \dfrac{1}{36} = -\dfrac{1}{12}$.

Câu 41. Để ước tính dân số người ta sử dụng công thức $A_N = Ae^{rN}$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, A_N là dân số sau N năm, r là tỷ lệ tăng dân số hằng năm. Biết rằng dân số Việt Nam ở các năm 2009 và 2019 lần lượt là $85,9$ và $96,2$ triệu người. Hỏi ở năm nào dân số nước ta sẽ vượt qua ngưỡng 120 triệu người?

A. Năm 2041. **B.** Năm 2038. **C.** Năm 2042. **D.** Năm 2039.

Lời giải

Chọn D

Gọi n_0 là năm lấy làm mốc tính dân số và n là năm mà dân số vượt ngưỡng 120 triệu người?

Theo đề ta suy ra $\begin{cases} A_{2009-n_0} = 85,9 \\ A_{2019-n_0} = 96,2 \end{cases} \to \begin{cases} 85,9 = Ae^{r(2009-n_0)} \\ 96,2 = Ae^{r(2019-n_0)} \end{cases} \to e^{10r} = \dfrac{962}{859} \to r = \dfrac{\ln 962 - \ln 859}{10}$.

Mặt khác $A_{n-n_0} \geq 120 \to Ae^{r(n-n_0)} \geq 120 \to \dfrac{Ae^{r(n-n_0)}}{Ae^{r(2009-n_0)}} \geq \dfrac{120}{85,9} \to e^{r(n-2009)} \geq \dfrac{1200}{859}$

$\to r(n-2009) \geq \ln 1200 - \ln 859 \to n \geq 2009 + \dfrac{10(\ln 1200 - \ln 859)}{\ln 962 - \ln 859} \approx 2038,520628 \to n = 2039.$

Vậy đáp án cần tìm là đáp án **D.**

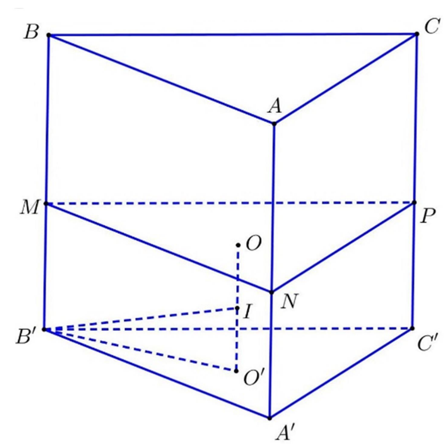
Câu 42. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a; BC = a$. Gọi M là trung điểm BB'. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{3}a}{8}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{13}a}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi N, P lần lượt là trung điểm $AA'; CC'$ và O, O' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ΔMNP và $\Delta A'B'C'$ Khi đó mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.A'B'C'$ cũng là mặt cầu ngoại tiếp khối lăng trụ $MNP.A'B'C'$



Gọi I là trung điểm OO'. Suy ra I là tâm mặt cầu cần tìm. Suy ra $IB' = R$. Ta có : $O'B' = \dfrac{2a.\sqrt{3}}{3.2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Và : $IO' = \dfrac{1}{2}OO' = \dfrac{1}{4}AA' = \dfrac{a}{2}$.

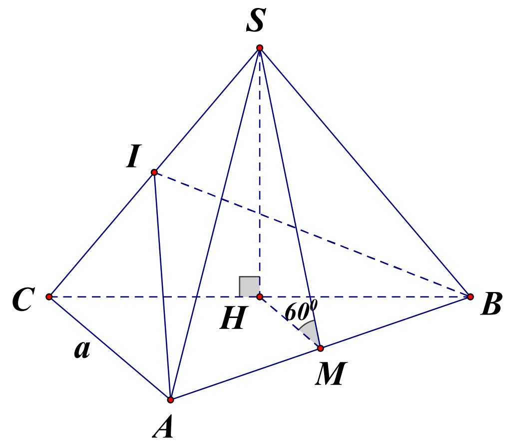
Nên: $IB' = R = \sqrt{O'I^2 + O'B'^2} = \dfrac{a\sqrt{21}}{6}$. **Chọn C**

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a$, I là trung điểm SC. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) là trung điểm H của BC. Mặt phẳng (SAB) tạo với (ABC) một góc 60°. Tính khoảng cách từ I đến (SAB).

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của AB, suy ra $HM \parallel AC$.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $HM \perp AB$ (1).

Theo giả thiết, $SH \perp \left(ABC\right) \Rightarrow SH \perp AB$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SM \perp AB$. Vậy $\widehat{\left(\left(SAB\right);\left(ABC\right)\right)} = \widehat{\left(SM\,;HM\right)} = \widehat{SMH} = 60^\circ$.

Cách 1:

Trong tam giác vuông SHM, ta có: $SH = HM.\tan 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $SM = \dfrac{HM}{\cos 60^\circ} = a$.

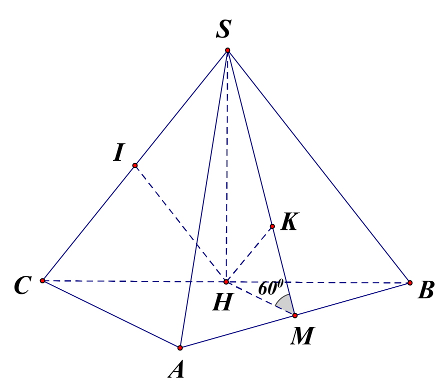
Gọi $AB = 2b$. Khi đó $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}Sh = \dfrac{a^2b\sqrt{3}}{6}$.

Nhận thấy $V_{I.SAB} = \dfrac{1}{2}V_{S.ABC} = \dfrac{a^2b\sqrt{3}}{12}$.

Mặt khác $S_{\Delta SAB} = \dfrac{1}{2}SM.AB = ab$.

Vậy $d\left(I;\left(SAB\right)\right) = \dfrac{3.V_{I.SAB}}{S_{\Delta SAB}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Cách 2:



Gọi K là hình chiếu của H lên SM, suy ra $HK \perp \left(SAB\right)$.

Trong tam giác vuông HKM có $HK = HM.\sin 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Mặt khác, ta có: $HI // SB$ suy ra $d\left(I;\left(SAB\right)\right) = d\left(H;\left(SAB\right)\right) = HK = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $f\left(x\right) = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m+6\right)x + \dfrac{2}{3}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 9. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'\left(x\right) = x^2 - 2mx + m + 6$.

Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ khi và chỉ khi $f'\left(x\right) \geq 0; \forall x \in \left(0;+\infty\right)$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta = m^2 - m - 6 \leq 0 \\ \begin{cases} \Delta = m^2 - m - 6 > 0 \\ S = m < 0 \\ P = m + 6 \geq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 \leq m \leq 3 \\ -6 \leq m < -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow -6 \leq m \leq 3.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên có 10 số nguyên m thỏa mãn bài toán.

Câu 45. Ban chỉ đạo phòng chống dịch Covid- 19 của sở Y tế Nghệ An có 9 người, trong đó có đúng 4 bác sĩ. Chia ngẫu nhiên ban đó thành ba tổ, mỗi tổ có 3 người để đi kiểm tra công tác phòng dịch ở địa phương. Trong mỗi tổ, chọn ngẫu nhiên một người làm tổ trưởng. Xác suất để ba tổ trưởng đều là bác sĩ là:

A. $\dfrac{1}{42}$ **B.** $\dfrac{1}{21}$ **C.** $\dfrac{1}{14}$ **D.** $\dfrac{1}{7}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

*) Gọi Ω là tập hợp các cách chọn mỗi nhóm gồm 3 người, trong đó có một tổ trưởng.

$n\left(\Omega\right) = C_9^3.C_6^3.C_3^3.\left(C_3^1\right)^3$

*) Gọi A là tập hợp các cách chọn mỗi nhóm gồm 3 người, trong đó các Tổ trưởng được chọn là bác sĩ:

Số cách chọn tổ trưởng là bác sĩ: A_4^3. Số cách chọn mỗi tổ 2 thành viên: $C_6^2.C_4^2.C_2^2$.

$n\left(A\right) = A_4^3.C_6^2.C_4^2.C_2^2$

Xác suất: $P\left(A\right) = \dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)} = \dfrac{1}{21}$.

Cách 2:

*) Gọi Ω là tập hợp các cách chọn mỗi nhóm gồm 3 người, trong đó có một tổ trưởng.

$n(\Omega)=C_9^3.C_6^3.C_3^3.\left(C_3^1\right)^3$

*) Gọi A là tập hợp các cách chọn mỗi nhóm gồm 3 người, trong đó các Tổ trưởng được chọn là bác sĩ:

- Xếp thành 3 tổ: hai tổ mà mỗi tổ gồm: 1 bác sĩ và 2 thành viên; tổ còn là có 2 bác sĩ và 1 thành viên.

- Số cách chọn là: $n(A)=\left(C_5^2.C_4^1\right).\left(C_3^2.C_3^1\right)\left(C_1^1.C_2^2\right).3!$

Xác suất: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{21}$.

Câu 46. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2\left(x^2+y^2+2\right)+\log_2\left(\dfrac{2}{x}+\dfrac{2}{y}\right)=\dfrac{1}{2}(xy-4)^2$. Khi $x+4y$ đạt giá trị nhỏ nhất, $\dfrac{x}{y}$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có:

$$2\left(x^2+y^2+2\right)+\log_2\left(\frac{2}{x}+\frac{2}{y}\right)=\frac{1}{2}(xy-4)^2$$

$$\Leftrightarrow 2(x+y)^2-4xy+8+\log_2\left[\frac{2(x+y)}{xy}\right]=\frac{1}{2}(xy)^2-4xy+8$$

$$\Leftrightarrow 2(x+y)^2+\log_2(x+y)=2\left(\frac{xy}{2}\right)^2+\log_2\left(\frac{xy}{2}\right)\ (*).$$

Xét hàm số $f(t)=2t^2+\log_2 t$,với $t>0$.

Có $f'(t)=4t+\dfrac{1}{t.\ln 2}>0, \forall t>0$.Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do đó ta có $(*)\Leftrightarrow f(x+y)=f\left(\dfrac{xy}{2}\right)\Leftrightarrow x+y=\dfrac{xy}{2}\Leftrightarrow x(y-2)=2y$.

Mà theo giả thiết $x, y>0$ nên suy ra $y>2$ (tương tự $x>2$) và $x=\dfrac{2y}{y-2}$.

Đặt $P=x+4y\Rightarrow P=\dfrac{2y}{y-2}+4y=\left[4(y-2)+\dfrac{4}{y-2}\right]+10$.

Theo bđt AM-GM ta có $P \geq 2\sqrt{16}+10=18$. Dấu bằng xảy ra khi

$$\begin{cases} y=3 \\ x=\dfrac{2y}{y-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=6 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x}{y}=2.$$

<u>Cách 2 tìm minP:</u> Xét hàm số $g(y)=\dfrac{2y}{y-2}+4y$, với $y>2$.

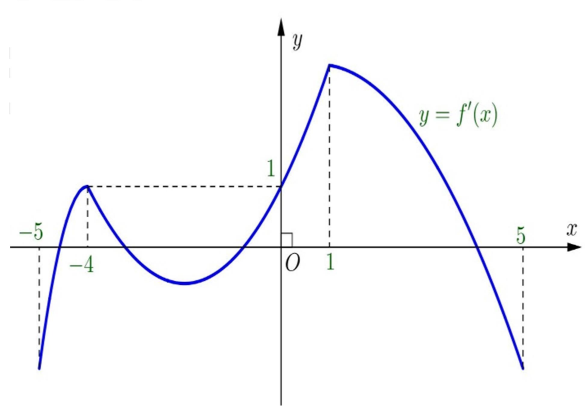
Có $g'(y)=4-\dfrac{4}{(y-2)^2}$, $g'(y)=0 \Leftrightarrow (y-2)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=1(L) \\ y=3(t/m) \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

y	2		3		$+\infty$
$g'(y)$		$-$	0	$+$	
$g(y)$	$+\infty$	$\searrow$	18	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $\min P=18$, đạt được khi $\begin{cases} y=3 \\ x=\dfrac{2y}{y-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=6 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{x}{y}=2$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(x^2+4x\right)-x^2-4x$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(-5;1)$.



A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Giải:

Ta có: $y'=(2x+4)f'\left(x^2+4x\right)-(2x+4)=(2x+4)\left[f'\left(x^2+4x\right)-1\right]$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+4=0 \Leftrightarrow x=-2 \\ f'\left(x^2+4x\right)-1=0 \end{array}\right. \quad (1)$$

Từ đồ thị $f'(x)$ ta được:

$$f'\left(x^2+4x\right)-1=0 \Leftrightarrow f'\left(x^2+4x\right)=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+4x=-4 \\ x^2+4x=0 \\ x^2+4x=a\in(1;5) \end{array}\right. .(2)$$

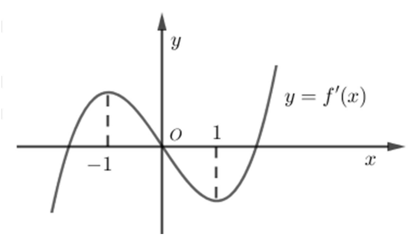
$x^2+4x=-4 \Leftrightarrow x=-2$ (nghiệm kép). (3)

$x^2+4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in(-5;1) \\ x=-4\in(-5;1) \end{array}\right.$. (4)

$x^2+4x=a \Leftrightarrow x^2+4x-a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2-\sqrt{4+a}\in(-5;1) \\ x=-2+\sqrt{4+a}\in(-5;1) \end{array}\right.$. (5)

Từ các kết quả (1), (2), (3), (4), (5) ta suy ra đồ thị $y=f\left(x^2+4x\right)-x^2-4x$ có 5 điểm cực trị thuộc khoảng $(-5;1)$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=|4f(\sin x)+cos2x-a|$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$



A. 2. **B.** 3 **C.** Vô số. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$y=|4f(\sin x)+cos2x-a|=\left|4f(\sin x)-2\sin^2 x+1-a\right|$.

Đặt $t=\sin x \Rightarrow t'=\cos x>0, x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$. Khi đó để hàm số $y=|4f(\sin x)+cos2x-a|$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số $y=\left|4f(t)-2t^2+1-a\right|$ phải nghịch biến trên $(0;1)$.

Ta có: $y=\left|4f(t)-2t^2+1-a\right| \to y'=\dfrac{\left[4f'(t)-4t\right]\left[4f(t)-2t^2+1-a\right]}{\left|4f(t)-2t^2+1-a\right|}<0, \forall t\in(0;1)$ (*)

Với $t\in(0;1)$ thì đồ thị hàm số $y=f'(t)$ nằm phía dưới trục Ox

$\Rightarrow f'(t)<0, \forall t\in(0;1) \Rightarrow 4\left[f'(t)-t\right]<0, \forall t\in(0;1)$

Khi đó: $(*) \Leftrightarrow 4f(t)-2t^2+1-a>0, \forall t\in(0;1) \Leftrightarrow a<4f(t)-2t^2+1, \forall t\in(0;1)$

Xét hàm số $g(t)=4f(t)-2t^2+1$ trên $(0;1)$

$\Rightarrow g'(t)=4f'(t)-4t<0\Rightarrow g(t)>g(1)=4f(1)-2.1+1=3,\forall t\in(0;1)$.

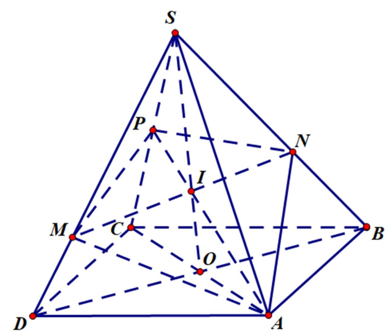
Ta có : $a\le 3<4f(t)-2t^2+1$ luôn đúng với $t\in(0;1)$. Vậy $0<a\le 3$ $\Rightarrow a\in\{1;2;3\}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích là V . Gọi P là trung điểm của SC . Mặt phẳng (α) chứa AP và cắt hai cạnh SD,SB lần lượt tại M,N . Gọi V' là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O=AC\cap BD, I=SO\cap AI$, khi đó MN qua I là trọng tâm SBD.

Đặt $x=\frac{SD}{SM}$ $(x\in[1;2])$.

Ta có $\frac{SB}{SN}+\frac{SD}{SM}=\frac{SA}{SA}+\frac{SC}{SP}=3\Leftrightarrow\frac{SB}{SN}=3-x$.

Lại có $\frac{V'}{V}=\frac{1}{2}\left[\frac{V_{S.AMP}}{\frac{V}{2}}+\frac{V_{S.AMP}}{\frac{V}{2}}\right]=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2x}+\frac{1}{2(3-x)}\right)=\frac{3}{4.x.(3-x)}\overset{Cauchy}{\ge}\frac{3}{4.\left(\frac{x+(3-x)}{2}\right)^2}=\frac{1}{3}$.

Vậy $\left(\frac{V'}{V}\right)\min=\frac{1}{3}\Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_3(3^x+2m)=\log_5(3^x-m^2)$ có nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_3(3^x+2m)=\log_5(3^x-m^2)=t$

$\Rightarrow\begin{cases}3^x+2m=3^t\\3^x-m^2=5^t\end{cases}\Rightarrow 2m+m^2=3^t-5^t$

$\Rightarrow (m+1)^2 = 3^t - 5^t + 1 = f(t)$

Ta có $f'(t) = 3^t \ln 3 - 5^t \ln 5 = 0 \Leftrightarrow t = \log_{\frac{3}{5}}\left(\log_5 3\right) = t_0$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		t_0		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
f			$f(t_0)$		
	0				$-\infty$

Từ bbt suy ra

$(m+1)^2 \le f(t_0) \Leftrightarrow -f(t_0) - 1 \le m \le f(t_0) + 1$

$\Leftrightarrow -2,06... \le m \le 0,06...$

$\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m \in \{-2;-1;0\}$. Thử lại thấy thỏa mãn.

-------------------- **HẾT** --------------------