

Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Câu 1. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

- A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$.
B. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.
C. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
D. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{2x^2-x} = 5$.

- A. $S = \{0; 2\}$.
B. $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.
C. $S = \left\{1; -\frac{1}{2}\right\}$.
D. $S = \emptyset$.

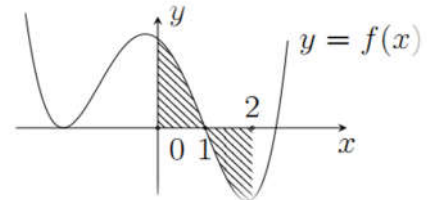
Câu 3. Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 12.
B. 7.
C. -12.
D. 1.

Câu 4. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [5f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 1
B. 3
C. 5
D. -3

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là



- A. $\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.
B. $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.
C. $\left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.
D. $\int_0^2 f(x) dx$.

Câu 6. Có bao nhiêu cách xếp 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ thành 1 hàng dọc?

- A. 9!.
B. 9.
C. 20.
D. 4!.5!.

Câu 7. Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây là SAI?

- A. $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$.
B. $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.
C. $x^\alpha + y^\alpha = (x + y)^\alpha$.
D. $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+		-	0	-	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1.
B. 3.
C. 4.
D. 2.

Câu 9. Cho số tự nhiên dương n . Mệnh đề nào sau đây là SAI:

- A. $C_{n+1}^0 = 1$.
B. $C_n^n = 1$.
C. $C_n^{n-1} = n$.
D. $C_n^1 = n + 1$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

- A. $x = -1$. B. $y = 2$. C. $x = 1$. D. $y = 1$.

Câu 11. Diện tích của một mặt cầu bằng $16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$. Bán kính của mặt cầu đó là

- A. 8cm . B. 6cm . C. 4cm . D. 2cm .

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-2)$ và $B(3;-1;1)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB .

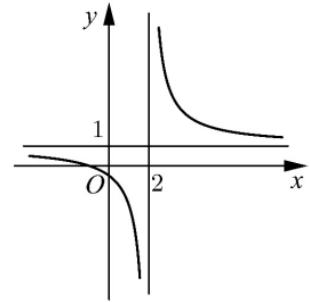
- A. $M\left(\frac{3}{2}; 0; \frac{-1}{2}\right)$. B. $M(3; -2; 3)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; -1; \frac{3}{2}\right)$. D. $M\left(\frac{-3}{2}; 1; \frac{-3}{2}\right)$.

Câu 13. Thể tích khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng 2 là

- A. 4π . B. 8π . C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 14. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq 1$. B. $y' > 0, \forall x \neq 1$.
C. $y' > 0, \forall x \neq 2$. D. $y' < 0, \forall x \neq 2$.



Câu 15. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(3;1;-2)$ đến mặt phẳng $z = 0$ bằng

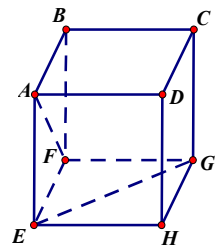
- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{14}$. C. 2. D. 3.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hỏi trong các phương trình sau phương trình nào là phương trình của mặt cầu?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y + 4z - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 8 = 0$. D. $x^2 + z^2 + 3x - 2y + 4z - 1 = 0$.

Câu 17. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa hai đường thẳng AF và EG bằng

- A. 0° . B. 60° .
C. 90° . D. 30° .



Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 2 = 0$ có bán kính là

- A. 2. B. 4. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 20. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Thể tích của hình trụ đó bằng

- A. $175\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. B. $\frac{175}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. C. $70\pi \text{ (cm}^3\text{)}$. D. $S = 35\pi \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 21. Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào dưới đây SAI?

- A. $\log_a a^a = a$. B. $a^{\log_a b} = b$. C. $\log_a 1 = 0$. D. $\log_a a = 2a$.

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y = \ln(3x - 6)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $(-\infty; 2)$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_4 = (2; -2; 3)$. B. $\vec{u}_1 = (-3; -1; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (3; 1; -1)$. D. $\vec{u}_2 = (2; 2; 3)$.

Câu 24. Dãy số nào sau đây **KHÔNG** phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 4; 8; 16. B. 1; 2; 3; 4; 5. C. 1; -1; 1; -1; 1. D. 1; -2; 4; -8; 16.

Câu 25. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 6, đường cao bằng 8. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

- A. 60π . B. 48π . C. 96π . D. 120π .

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 vector $\vec{u}(5; 4; 2)$ và $\vec{v}(1; 2; 4)$. Tích có hướng $[\vec{u}, \vec{v}]$ là?

- A. $(-12; 18; -6)$ B. $(12; -18; 6)$ C. $(12; 18; 6)$ D. $(12; -18; -6)$

Câu 27. Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

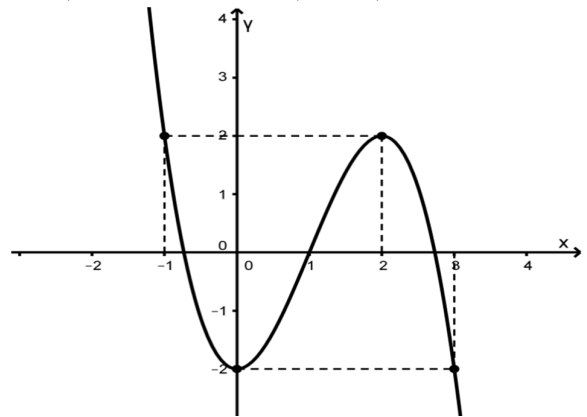
- A. $(0; +\infty)$ B. $(-\infty; -1)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(-\infty; 0)$

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}(2; 1; 0)$. B. $\vec{n}(4; 1; -3)$. C. $\vec{n}(2; -3; 0)$. D. $\vec{n}(2; 1; -3)$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. -1. B. Không tồn tại.
C. 0. D. 2.



Câu 30. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

- A. $S_{xq} = \pi rh$. B. $S_{xq} = \pi rl$. C. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. D. $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1; -2; 2)$, $N(3; 1; 0)$ có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 1t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Câu 32. Cho hình nón có chiều cao bằng 6, đường kính đáy bằng 20. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 4,8. Tính diện tích S của thiết diện đó.

- A. $S = 160\sqrt{3}$ B. $S = 80\sqrt{3}$ C. $S = 120$ D. $S = 60$

Câu 33. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên $[1; 2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $0 < m < 4$. B. $4 < m < 8$. C. $8 < m < 10$. D. $m > 10$.

Câu 34. Cho phương trình $\log_2(2x - 1)^2 = 2\log_2(x - 2)$. Số nghiệm thực của phương trình là

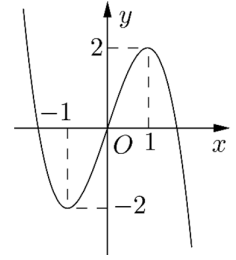
- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 35. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- A. $S = (1; +\infty)$ B. $S = (-\infty; 1)$ C. $S = (2; +\infty)$ D. $S = (-\infty; 2)$

Câu 36. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x) - m + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là

- A. 9. B. 10.
C. 11. D. 3.



Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2022$, $f(2) = 2023$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

- A. $S = 0$. B. $S = \ln 4045$. C. $S = 1$. D. $S = \ln 2$.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng

- A. $x + y = \frac{11}{5}$. B. $x + y = 1$. C. $x + y = -\frac{11}{5}$. D. $x + y = -17$.

Câu 39. Số giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m+2)x - m$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 2)$; $B(2; 1; 1)$. Mặt phẳng $(Q): ax + by + z + c = 0$ chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) , khi đó biểu thức $T = a + b + c$ có giá trị bằng

- A. -1. B. -2. C. 2. D. 1.

Câu 41. Biết rằng $\int_0^1 xe^{x^2+2} dx = \frac{a}{2}(e^b - e^c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị biểu thức $T = a - b + c$ bằng

- A. 6. B. 0. C. 7. D. 4.

Câu 42. Cắt một vật thể (V) bởi hai mặt phẳng song song (P) , (Q) lần lượt vuông góc với trục Ox tại $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$. Một mặt tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm $x \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ cắt (V) theo thiết diện có diện tích là $S(x) = (1 + \sin^2 x) \cos x$. Tính thể tích vật thể (V) giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) , (Q) .

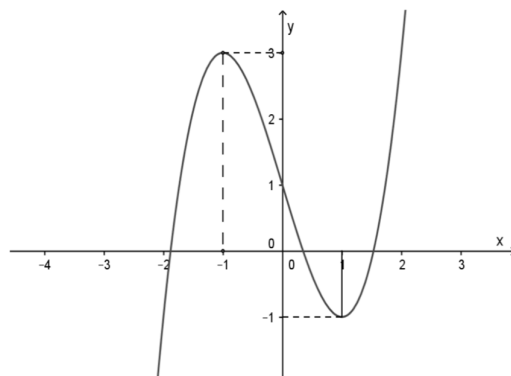
- A. $\frac{13\pi}{6}$. B. $\frac{8}{3}$. C. 3,14. D. $\frac{8\pi}{3}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Góc tạo bởi cạnh bên $A'A$ với đáy bằng 45° (hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = 1$. B. $V = 3$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{24}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\cos x) - 2m + 1 = 2\cos x$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 3. B. 5.
C. 6. D. 2.



Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1; -2; 3)$, $B(5; 0; -1)$, $C(-1; 2; 0)$, $D(0; 3; 4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm M, N, P thỏa $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} + \frac{AD}{AP} = 9$ và có thể tích $AMNP$ nhỏ nhất. Khi đó mặt phẳng (MNP) đi qua điểm nào sau đây?

- A. $\left(\frac{7}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$ B. $\left(-\frac{27}{3}; \frac{41}{3}; \frac{5}{3}\right)$ C. $\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}; \frac{74}{3}\right)$ D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}; \frac{91}{8}\right)$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5 - x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx + \frac{3}{2} \int_0^1 f(3 - 2x) dx$.

- A. $I = \frac{32}{3}$. B. $I = 20$. C. $I = 32$. D. $I = 31$.

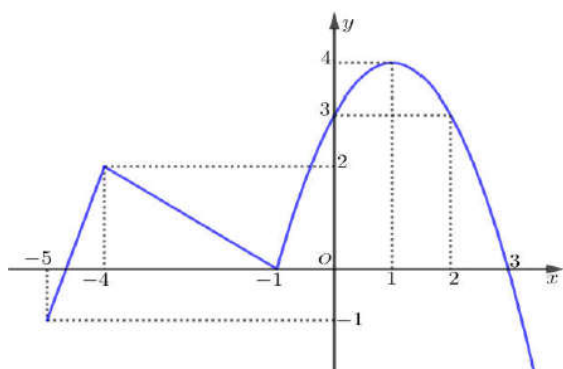
Câu 47. Người ta sử dụng một cuộn đề can hình trụ có đường kính 64,9 cm để in các băng rôn, khẩu hiệu chuẩn bị cho lễ ra quân năm 2023, do đó đường kính của cuộn đề can còn lại là 8,2 cm. Biết độ dày của tấm đề can là 0,04 cm, hãy tính chiều dài L của tấm đề can đã sử dụng? (Làm tròn đến hàng đơn vị).



- A. $L = 325529 \text{ cm}$. B. $L = 81382 \text{ cm}$
C. $L = 7749 \text{ cm}$ D. $L = 24344 \text{ cm}$

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $[-5; 3]$ như hình vẽ (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$). Biết $f(0) = 0$, giá trị của $2f(-5) + 3f(2)$ bằng

- A. 33. B. $\frac{35}{3}$.
C. 11. D. $\frac{109}{3}$.



Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-2023; 2023)$ để hàm số $y = |2x^3 - 2mx + 3|$ đồng biến trên $(1; +\infty)$?

- A. 2023. B. 2025. C. 12. D. 4042.

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2} (4x + 4y + m^2 - 6m + 3) \geq 1$ và $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$. Tổng giá trị các phần tử của tập S bằng

- A. 12. B. 0. C. 6. D. 8.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.C	5.A	6.A	7.C	8.B	9.D	10.B
11.D	12.A	13.C	14.D	15.C	16.A	17.B	18.B	19.C	20.A
21.D	22.A	23.A	24.B	25.C	26.B	27.B	28.A	29.D	30.B
31.D	32.D	33.C	34.C	35.C	36.C	37.C	38.D	39.B	40.C
41.B	42.B	43.B	44.A	45.D	46.B	47.B	48.B	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$ bằng

A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. **B.** $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. **C.** $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$. **D.** $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$ bằng $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 2: Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{2x^2-x} = 5$.

A. $S = \{0; 2\}$. **B.** $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. **C.** $S = \left\{1; -\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $S = \emptyset$.

Lời giải

Ta có $5^{2x^2-x} = 5 \Leftrightarrow 2x^2 - x = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là : $S = \left\{1; -\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 3: Cho $\int_1^2 f(x) dx = -3$ và $\int_2^3 f(x) dx = 4$. Khi đó $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. 12 . **B.** 7 . **C.** -12 . **D.** 1 .

Lời giải

Ta có $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -3 + 4 = 1$.

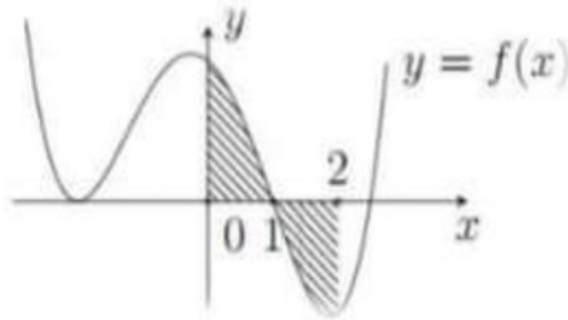
Câu 4: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [5f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 1 . **B.** 3 . **C.** 5 . **D.** -3 .

Lời giải

Ta có $\int_0^1 [5f(x) - g(x)] dx = 5 \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx = 5 \cdot 2 - 5 = 5$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (C), trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 2$ là

A. $\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

B. $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

C. $\left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

D. $\int_0^2 f(x) dx$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có diện tích hình phẳng cần tính là $\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 6: Có bao nhiêu cách xếp 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ thành một hàng dọc.

A. $9!$.

B. 9 .

C. 20 .

D. $4! \cdot 5!$.

Lời giải

Số cách xếp 9 học sinh thành một hàng dọc là $9!$.

Câu 7: Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $x^\alpha x^\beta = x^{\alpha+\beta}$.

B. $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$.

C. $x^\alpha + y^\alpha = (x + y)^\alpha$.

D. $(xy)^\alpha = x^\alpha y^\alpha$.

Lời giải

Khẳng định $x^\alpha + y^\alpha = (x + y)^\alpha$ là sai.

Câu 8: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1 .

B. 3 .

C. 4 .

D. 2 .

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)$ đổi dấu 3 lần suy ra số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là 3.

Câu 9: Cho số tự nhiên dương n và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $C_{n+1}^0 = 1$.

B. $C_n^n = 1$.

C. $C_n^{n-1} = n$.

D. $C_n^1 = n + 1$.

Lời giải

Ta có $C_n^1 = n$ suy ra mệnh đề $C_n^1 = n + 1$ là sai.

Vậy ta chọn.

D.

Câu 10: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ là

A. $x = -1$.

B. $y = 2$.

C. $x = 1$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

Câu 11: Diện tích của một mặt cầu bằng $16\pi (\text{cm}^2)$. Bán kính của mặt cầu đó là

A. 8 cm .

B. 6 cm .

C. 4 cm .

D. 2 cm .

Lời giải

Ta có $S = 4\pi R^2 \Rightarrow 4\pi R^2 = 16\pi \Rightarrow R = 2 \text{ cm}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-2)$, $B(3;-1;1)$. Tìm tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB .

A. $M\left(\frac{3}{2}; 0; -\frac{1}{2}\right)$.

B. $M(3; -2; 3)$.

C. $M\left(\frac{3}{2}; -1; \frac{3}{2}\right)$.

D. $M\left(-\frac{3}{2}; 1; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Ta có $M\left(\frac{0+3}{2}; \frac{1-1}{2}; \frac{-2+1}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; 0; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 13: Thể tích khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng 2 là

A. 4π .

B. 8π .

C. $\frac{4\pi}{3}$.

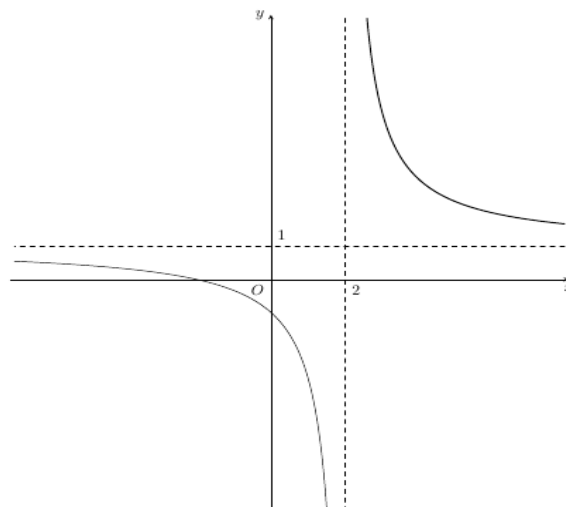
D. $\frac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh bằng 2 có bán kính bằng $R = 1$.

Suy ra thể tích của khối cầu là $V = \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi}{3}$.

Câu 14: Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

B. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

C. $y' > 0, \forall x \neq 2$.

D. $y' < 0, \forall x \neq 2$.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra đường tiệm cận đứng là $x = 2$. Do đó hàm số không xác định tại $x = 2$. Đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải nên hàm số đã cho nghịch biến trên tập xác định.

Vậy $y' < 0, \forall x \neq 2$.

Câu 15: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(3;1;-2)$ đến mặt phẳng $z = 0$ bằng

A. $\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{14}$.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Khoảng cách từ $A(3;1;-2)$ đến mặt phẳng $z = 0$ bằng 2.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Phương trình nào là phương trình của mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 4y + 4z - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + 8 = 0$.

D. $x^2 + z^2 + 3x - 2y + 4z - 1 = 0$.

Lời giải

Ta có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình của mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

Suy ra loại đáp án B, C, D .

Từ đáp án A ta được mặt cầu có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-2)^2 - (-1)} = \sqrt{6}$.

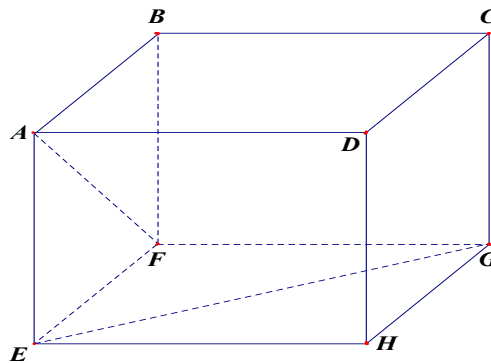
Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa hai đường thẳng AF và EG là

A. 0° .

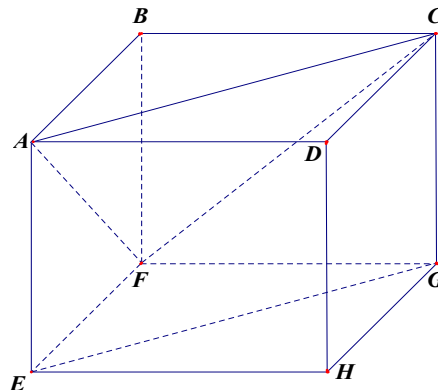
B. 60° .

C. 90° .

D. 30° .



Lời giải



Ta có: $EG \parallel AC$.

Nên $\widehat{(AF, EG)} = \widehat{(AF, AC)} = \widehat{CAF} = 60^\circ$ (vì ΔAFC đều).

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 2 = 0$ có bán kính là

A. 2.

B. 4.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Tọa độ tâm mặt cầu (S) là $I(3; -2; 1)$.

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2 - (-2)} = 4$.

Câu 19: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$ là

- A.** $-\cos x + C$. **B.** $\cos x + C$. **C.** $\sin x + C$. **D.** $-\sin x + C$.

Lời giải

Theo công thức nguyên hàm ta có $\int \cos x \, dx = \sin x + C$.

Câu 20: Một khối trụ có bán kính đáy $r = 5 \text{ cm}$, chiều cao $h = 7 \text{ cm}$. Thể tích khối trụ đó là

- A.** $175\pi (\text{cm}^3)$. **B.** $\frac{175}{3}\pi (\text{cm}^3)$. **C.** $70\pi (\text{cm}^3)$. **D.** $35\pi (\text{cm}^3)$.

Lời giải

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 5^2 \cdot 7 = 175\pi (\text{cm}^3)$.

Câu 21: Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A.** $\log_a a^\alpha = \alpha$. **B.** $a^{\log_a b} = b$. **C.** $\log_a 1 = 0$. **D.** $\log_a a = 2a$.

Lời giải

Ta có $\log_a a = 1$ nên đáp án D sai.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \ln(3x - 6)$ là

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $[2; +\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y = \ln(3x - 6)$ xác định $\Leftrightarrow 3x - 6 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập xác định $D = (2; +\infty)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A.** $\vec{u}_4 = (2; -2; 3)$. **B.** $\vec{u}_1 = (-3; -1; 1)$. **C.** $\vec{u}_3 = (3; 1; -1)$. **D.** $\vec{u}_2 = (2; 2; 3)$.

Lời giải

Đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_4 = (2; -2; 3)$.

Câu 24: Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

- A.** $1; 2; 4; 8; 16$. **B.** $1; 2; 3; 4; 5$. **C.** $1; -1; 1; -1; 1$. **D.** $1; -2; 4; -8; 16$.

Lời giải

Dãy số $1; 2; 4; 8; 16$ là một cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Dãy số $1; -1; 1; -1; 1$ là một cấp số nhân với công bội $q = -1$.

Dãy số $1; -2; 4; -8; 16$ là một cấp số nhân với công bội $q = -2$.

Dãy số $1; 2; 3; 4; 5$ không phải là cấp số nhân vì $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{2}$.

Câu 25: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 6, đường cao bằng 8. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. 60π .

B. 48π .

C. 96π .

D. 120π .

Lời giải

Hình trụ đó có bán kính đáy $r = 6$, đường cao $h = 8$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rh = 2\pi \cdot 6 \cdot 8 = 96\pi$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (5; 4; 2)$; $\vec{v} = (1; 2; 4)$. Tích có hướng $[\vec{u}, \vec{v}]$ là

A. $(-12; 18; -6)$.

B. $(12; -18; 6)$.

C. $(12; 18; 6)$.

D. $(12; -18; -6)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } [\vec{u}, \vec{v}] = \left(\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \right) = (12; -18; 6).$$

Câu 27: Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; +\infty)$.

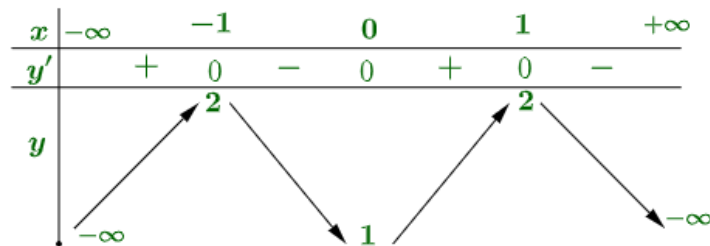
D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(-\infty; -1)$ hàm số đồng biến.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

B. $\vec{n} = (4; 1; -3)$.

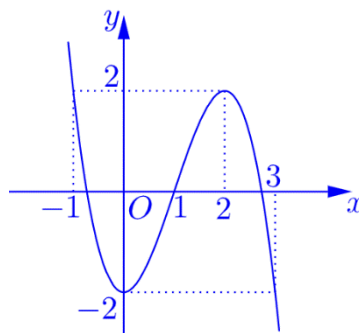
C. $\vec{n} = (2; -3; 0)$.

D. $\vec{n} = (2; 1; -3)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 1; 0)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng



A. -1 .

B. Không tồn tại.

C. 0 .

D. 2 .

Lời giải

Dựa vào đồ thị $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$, ta có: $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1) = f(2) = 2$.

Câu 30: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao, bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A.** $S_{xq} = \pi rh$. **B.** $S_{xq} = \pi rl$. **C.** $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $S_{xq} = 2\pi rl$.

Lời giải

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 31: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $M(1;-2;2)$ và $N(3;1;0)$ có phương trình là

- A.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 1t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{NM} = (-2; -3; 2)$.

Đường thẳng Δ qua $N(3;1;0)$, nhận $\overrightarrow{NM} = (-2; -3; 2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình

$$\Delta: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$$

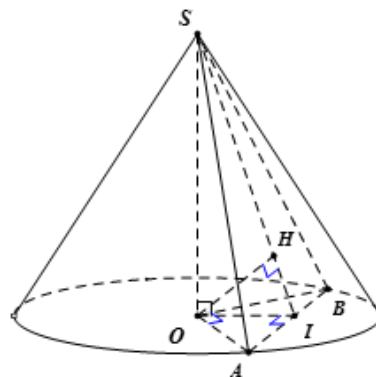
Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\Delta: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$.

Câu 32: Cho hình nón có chiều cao bằng 6, đường kính đáy bằng 20. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón và có khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng chứa thiết diện là 4,8. Tính diện tích S của thiết diện đó.

- A.** $S = 160\sqrt{3}$. **B.** $S = 80\sqrt{3}$. **C.** $S = 120$. **D.** $S = 60$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm AB , O là tâm của đáy hình nón, H là hình chiếu của O lên SI .



Ta có: $\begin{cases} SO \perp AB \\ OI \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SIO) \Rightarrow AB \perp OH$.

Ta lại có: $\begin{cases} AB \perp OH \\ SI \perp OH \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O, (SAB)) = OH = 4,8$.

$$SO = 6, OA = \frac{20}{2} = 10.$$

ΔSIO vuông tại O , có đường cao OH :

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow OI = \sqrt{\frac{SO^2 \cdot OH^2}{SO^2 - OH^2}} = 8.$$

$$SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = 10.$$

$$\Delta OIA \text{ vuông tại } I: IA = \sqrt{OA^2 - OI^2} = 6 \Rightarrow AB = 2IA = 12.$$

$$\text{Suy ra } S_{SAB} = \frac{1}{2} \cdot SI \cdot AB = 60.$$

Vậy diện tích thiết diện cần tìm bằng 60.

Câu 33: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên $[1;2]$ bằng 8 (m là tham số thực). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0 < m < 4$.

B. $4 < m < 8$.

C. $8 < m < 10$.

D. $m > 10$.

Lời giải

Tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

Ta có: $y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}, \forall x \neq -1$.

Trường hợp 1: $1-m=0 \Leftrightarrow m=1$.

Khi đó $y=1$. Ta loại $m=1$ vì không thỏa $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = 8$.

Trường hợp 2: $1-m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1 \Rightarrow y'$ không đổi dấu trên $[1;2]$.

Khi đó: $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = 8 \Leftrightarrow y(1) + y(2) = 8 \Leftrightarrow \frac{1+m}{2} + \frac{2+m}{3} = 8 \Leftrightarrow m = \frac{41}{5}$.

Vậy $8 < m < 10$.

Câu 34: Cho phương trình $\log_2(2x-1)^2 = 2\log_2(x-2)$. Số nghiệm thực của phương trình là

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} (2x-1)^2 > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ x > 2 \end{cases}$

$\log_2(2x-1)^2 = 2\log_2(x-2) \Leftrightarrow 2\log_2(2x-1) = 2\log_2(x-2) \Leftrightarrow \log_2(2x-1) = \log_2(x-2)$
 $\Leftrightarrow 2x-1 = x-2 \Leftrightarrow x = -1$ (không thỏa mãn).

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 35: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S = (1; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 1)$.

C. $S = (2; +\infty)$.

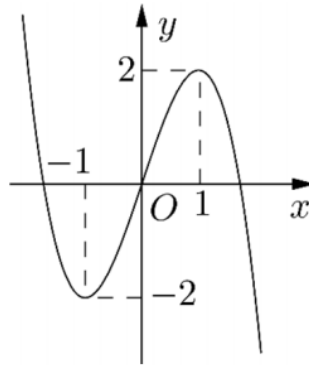
D. $S = (-\infty; 2)$.

Lời giải

Ta có $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 < 2x \Leftrightarrow x > 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (2; +\infty)$.

Câu 36: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x) - m + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là



A. 9.

B. 10.

C. 11.

D. 3.

Lời giải

Ta có $3f(x) - m + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{m-1}{3}$.

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - m + 1 = 0$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{m-1}{3}$.

Phương trình $3f(x) - m + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < \frac{m-1}{3} < 2 \Leftrightarrow -5 < m < 7$.

Vì m là số nguyên nên $m \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Vậy có 11 giá trị nguyên m thỏa mãn đề bài.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2022$, $f(2) = 2023$.

Tính $S = f(3) - f(-1)$.

A. $S = 0$.

B. $S = \ln 4045$.

C. $S = 1$.

D. $S = \ln 2$.

Lời giải

Ta có $f'(x) = \frac{1}{x-1} \Rightarrow f(x) = \int \frac{1}{x-1} dx = \ln|x-1| + C = \begin{cases} \ln(x-1) + C_1 & \text{khi } x > 1 \\ \ln(1-x) + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Mặt khác $\begin{cases} f(0) = 2022 \\ f(2) = 2023 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_2 = 2022 \\ C_1 = 2023 \end{cases}$.

Vậy $f(x) = \begin{cases} \ln(x-1) + 2023 & \text{khi } x > 1 \\ \ln(1-x) + 2022 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

Do đó $S = f(3) - f(-1) = \ln 2 + 2023 - \ln 2 - 2022 = 1$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng bao nhiêu?

A. $x + y = \frac{11}{5}$.

B. $x + y = 1$.

C. $x + y = -\frac{11}{5}$.

D. $x + y = -17$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (x-1; y-2; -5)$.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{-5}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = -8 \end{cases}.$$

Vậy $x + y = -17$.

- Câu 39:** Số giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (m+2)x - m$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ là
- A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số đã cho $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + m + 2$ và $y'' = 6x - 6m$.

Do y là hàm số bậc ba, nên để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ ta phải có

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 - 5m = 0 \\ 6 - 6m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy không có giá trị nào của m để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.

- Câu 40:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -1; 2), B(2; 1; 1)$. Mặt phẳng $(Q): ax + by + z + c = 0$ chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) , khi đó biểu thức $T = a + b + c$ có giá trị bằng
- A.** -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 1; 1)$.

Vector $\overrightarrow{AB} = (1; 2; -1)$.

Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) nên nó có một vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{AB}] = (-3; 2; 1)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (Q) là $-3(x-1) + 2(y+1) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow -3x + 2y + z + 3 = 0$.

Suy ra $a = -3, b = 2, c = 3$.

Vậy $T = a + b + c = 2$.

- Câu 41:** Biết rằng $\int_0^1 xe^{x^2+2} dx = \frac{a}{2}(e^b - e^c)$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $a - b + c$ bằng
- A.** 6. **B.** 0. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^1 xe^{x^2+2} dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{x^2+2} d(x^2+2) = \frac{e^{x^2+2}}{2} \Big|_0^1 = \frac{1}{2}(e^3 - e^2).$$

Suy ra $a = 1, b = 3, c = 2$.

Vậy $a - b + c = 1 - 3 + 2 = 0$.

- Câu 42:** [Mức độ 3] Cắt một vật thể (V) bởi hai mặt phẳng song song (P) và (Q) lần lượt vuông góc với trục Ox tại $x = -\frac{\pi}{2}, x = \frac{\pi}{2}$. Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm

$x, \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\right)$ cắt (V) theo thiết diện có diện tích là $S(x) = (1 + \sin^2 x) \cos x$. Tính thể tích vật thể (V) giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $\frac{13\pi}{6}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. 3,14.

D. $\frac{8\pi}{3}$.

Lời giải

Thể tích vật thể (V) giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

$$V = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^2 x) \cos x dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \sin^2 x) d(\sin x) = \left(\sin x + \frac{\sin^3 x}{3} \right) \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{8}{3}.$$

Câu 43: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC . Góc tạo bởi cạnh bên $A'A$ và đáy bằng 45° . Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

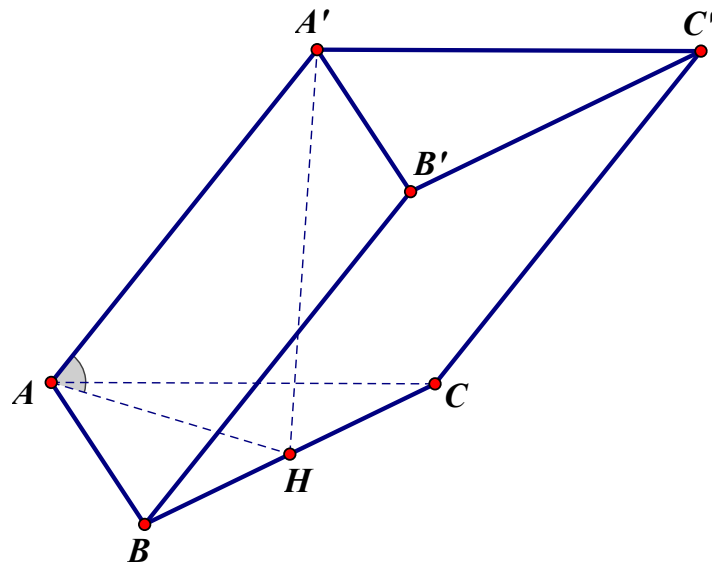
A. $V = 1$.

B. $V = 3$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}}{24}$.

D. $V = \frac{\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải



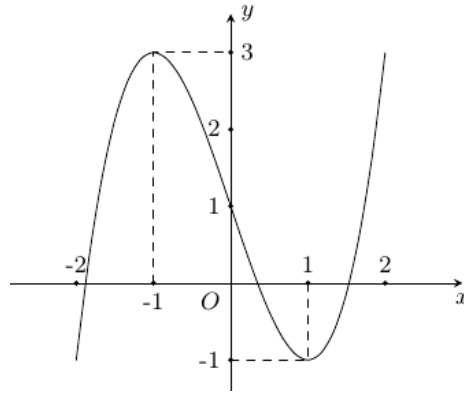
Theo đề: $(AA', (ABC)) = 45^\circ \Leftrightarrow \widehat{A'AH} = 45^\circ$.

AH là đường cao tam giác đều cạnh bằng 2 nên $AH = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

Tam giác $A'AH$ có: $A'H = AH \cdot \tan 45^\circ = \sqrt{3}$.

Thể tích khối trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = A'H \cdot S_{\Delta ABC} = \sqrt{3} \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = 3$.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\cos x) - 2m + 1 = 2 \cos x$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$. Tổng các phần tử của S bằng



A. 3.

B. 5.

C. 6.

D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$\square f(\cos x) - 2m + 1 = 2 \cos x \Leftrightarrow 2m - 1 = f(\cos x) - 2 \cos x \quad (1).$$

$$\square \text{ Xét hàm số } g(x) = f(\cos x) - 2 \cos x \Rightarrow g'(x) = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2 \sin x = \sin x (2 - f'(\cos x)).$$

$$\square \text{ Với } x \in (0; \pi) \Rightarrow \begin{cases} \cos x \in (-1; 1) \\ \sin x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f'(\cos x) < 0 \\ \sin x > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x (2 - f'(\cos x)) > 0 \Rightarrow g'(x) > 0, \forall x \in (0; \pi).$$

$\square$ Bảng biến thiên

x	0	π
$g'(x)$	+	
$g(x)$	-3	5

$$\square \text{ Phương trình (1) có nghiệm thuộc } (0; \pi) \Leftrightarrow -3 < 2m - 1 < 5 \Leftrightarrow -1 < m < 3.$$

$$\square \text{ Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2\}. \text{ Vậy tổng các giá trị của } m \text{ là } 0 + 1 + 2 = 3.$$

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho tứ diện $ABCD$ có điểm $A(1; -2; 3)$, $B(5; 0; -1)$, $C(-1; 2; 0)$, $D(0; 3; 4)$. Trên các cạnh AB , AC , AD lần lượt lấy các điểm M , N , P thỏa $\frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} + \frac{AD}{AP} = 9$ và có thể tích $AMNP$ nhỏ nhất. Khi đó mặt phẳng (MNP) đi qua điểm nào sau đây?

A. $\left(\frac{7}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right).$

B. $\left(\frac{-27}{3}; \frac{41}{3}; \frac{5}{3}\right).$

C. $\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}; \frac{74}{3}\right).$

D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}; \frac{91}{8}\right).$

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM, ta có:

$$9 = \frac{AB}{AM} + \frac{AC}{AN} + \frac{AD}{AP} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{AB}{AM} \cdot \frac{AC}{AN} \cdot \frac{AD}{AP}}.$$

$$\Rightarrow \frac{AM \cdot AN \cdot AP}{AB \cdot AC \cdot AD} \geq \frac{1}{27} \Rightarrow \frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} \geq \frac{1}{27} \Rightarrow V_{AMNP} \geq \frac{1}{27} V_{ABCD}$$

$$V_{AMNP} \text{ nhỏ nhất khi và chỉ khi } \frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{AD}{AP} = 3. \text{ Suy ra } \begin{cases} (MNP) // (BCD) \\ \overline{AB} = 3\overline{AM} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (4; 2; -4); \overline{BC} = (-6; 2; 1); \overline{BD} = (-5; 3; 5) \Rightarrow \overline{n_{BCD}} = [\overline{BC}, \overline{BD}] = (7; 25; -8).$$

$$\text{Vì } \overline{AB} = 3\overline{AM} \text{ nên } M\left(\frac{7}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{5}{3}\right).$$

$$\text{Phương trình mặt phẳng } (MNP): 7\left(x - \frac{7}{3}\right) + 25\left(y + \frac{4}{3}\right) - 8\left(z - \frac{5}{3}\right) = 0$$

$$(MNP): 7x + 25y - 8z + \frac{91}{3} = 0.$$

$$\text{Ta thấy rằng } (MNP) \text{ đi qua điểm } \left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}; \frac{91}{8}\right).$$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & x \geq 1 \\ 5 - x, & x < 1 \end{cases}$. Tính $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x \, dx + \frac{3}{2} \int_0^1 f(3 - 2x) \, dx$.

A. $I = \frac{32}{3}$.

B. $I = 20$.

C. $I = 32$.

D. $I = 31$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x \, dx + \frac{3}{2} \int_0^1 f(3 - 2x) \, dx = 2I_1 + \frac{3}{2} I_2.$$

$$+ I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x \, dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \, d(\sin x) = \int_0^1 f(x) \, dx.$$

$$\Rightarrow I_1 = \int_0^1 (5 - x) \, dx = \left(5x - \frac{x^2}{2}\right) \Big|_0^1 = \frac{9}{2}.$$

$$+ I_2 = \int_0^1 f(3 - 2x) \, dx = \frac{-1}{2} \int_0^1 f(3 - 2x) \, d(3 - 2x) = \frac{-1}{2} \int_3^1 f(x) \, dx = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) \, dx.$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) \, dx = \frac{1}{2} \int_1^3 (x^2 + 3) \, dx = \frac{1}{2} \left(\frac{x^3}{3} + 3x\right) \Big|_1^3 = \frac{22}{3}.$$

$$\text{Vậy } I = 2I_1 + \frac{3}{2} I_2 = 2 \cdot \frac{9}{2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{22}{3} = 20.$$

Câu 47: Người ta sử dụng một cuộn đề can hình trụ có đường kính 64,9 cm để in các băng rôn, khẩu hiệu chuẩn bị cho lễ ra quân năm 2023, do đó đường kính cuộn đề can còn lại là 8,2 cm. Biết độ dày của tấm đề can là 0,04 cm, hãy tính chiều dài L của tấm đề can đã sử dụng? (làm tròn đến hàng đơn vị).

A. $L = 325529 \text{ cm}$.

B. $L = 81382 \text{ cm}$.

C. $L = 7749 \text{ cm}$.

D. $L = 24344 \text{ cm}$.

Lời giải

Trải phần đề can đã sử dụng ta được một khối hộp chữ nhật có thể tích là $L \cdot 0,04 \cdot h$ (với h là chiều cao của khối trụ).

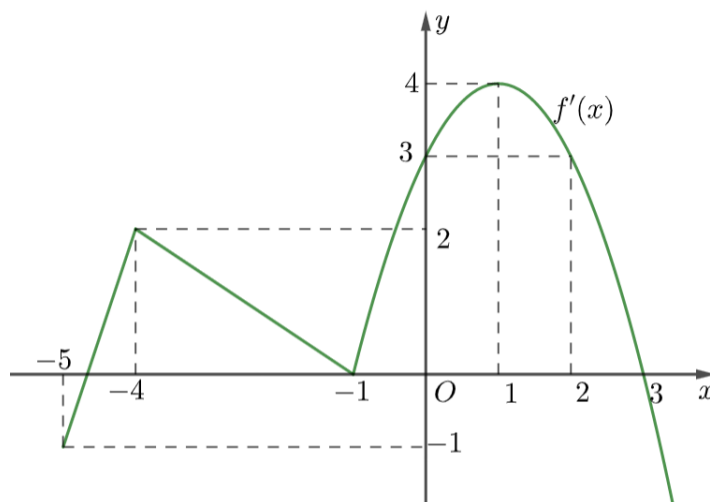
Thể tích khối đề can đã sử dụng là $\pi R^2 h - \pi r^2 h$ (với R là bán kính khối trụ cuộn đề can ban đầu, r là bán kính khối trụ cuộn đề can còn lại).

Khi đó ta có phương trình

$$L \cdot 0,04 \cdot h = \pi R^2 h - \pi r^2 h$$

$$\Leftrightarrow L = \frac{\pi R^2 - \pi r^2}{0,04} = \frac{\pi 32,45^2 - \pi 4,1^2}{0,04} = 81382 \text{ cm}.$$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-5; 3]$ như hình vẽ (phần cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$). Biết $f(0) = 0$, giá trị của $2f(-5) + 3f(2)$ bằng



A. 33.

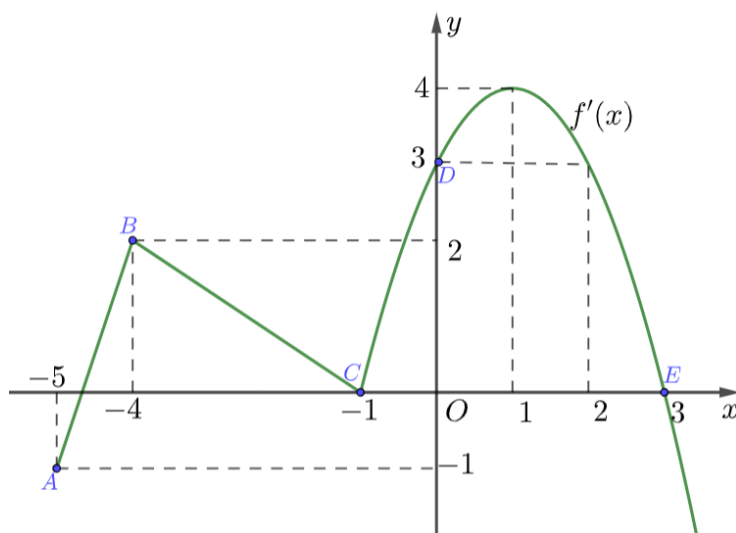
B. $\frac{35}{3}$.

C. 11.

D. $\frac{109}{3}$.

Lời giải

Kí hiệu các điểm như hình vẽ.



Đường thẳng AB đi qua hai điểm $A(-5; -1)$ và $B(-4; 2)$ nên có phương trình $y = 3x + 14$.

Đường thẳng BC đi qua hai điểm $B(-4; 2)$ và $C(-1; 0)$ nên có phương trình $y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$.

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $C(-1; 0)$, $D(0; 3)$, $E(3; 0)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a-b+c=0 \\ c=3 \\ 9a+3b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=3 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } f'(x) = \begin{cases} 3x+14 & \text{khi } x \in (-5; -4) \\ -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} & \text{khi } x \in (-4; -1) \\ -x^2 + 2x + 3 & \text{khi } x \in (-1; 3) \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } f(0) - f(-5) = \int_{-5}^0 f'(x) dx = \int_{-5}^{-4} (3x+14) dx + \int_{-4}^{-1} \left(-\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}\right) dx + \int_{-1}^0 (-x^2 + 2x + 3) dx = \frac{31}{6}.$$

$$\text{Vì } f(0) = 0 \text{ nên } f(-5) = -\frac{31}{6}.$$

$$\text{Lại có } f(2) - f(0) = \int_0^2 f'(x) dx = \int_0^2 (-x^2 + 2x + 3) dx = \frac{22}{3}.$$

$$\text{Vì } f(0) = 0 \text{ nên } f(2) = \frac{22}{3}.$$

$$\text{Vậy } 2f(-5) + 3f(2) = \frac{35}{3}.$$

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên m thuộc khoảng $(-2023; 2023)$ để hàm số $y = |2x^3 - 2mx + 3|$ đồng biến trên $(1; +\infty)$?

A. 2023.

B. 2025.

C. 12.

D. 4042.

Lời giải

Xét hàm số $f(x) = 2x^3 - 2mx + 3 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 2m$.

Hàm số $y = |2x^3 - 2mx + 3|$ trở thành hàm số $y = |f(x)|$.

Hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên $(1; +\infty)$ khi và chỉ khi trên khoảng $(1; +\infty)$ hàm số $f(x)$ đồng biến và có đồ thị nằm trên trục hoành hoặc hàm số $f(x)$ nghịch biến và có đồ thị nằm dưới trục hoành.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} f'(x) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \\ f(1) \geq 0 \end{cases} \\ \text{hoặc} \\ \begin{cases} f'(x) \leq 0, \forall x \in (1; +\infty) \\ f(1) \leq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 6x^2 - 2m \geq 0, \forall x \in (1; +\infty) \\ 5 - 2m \geq 0 \end{cases} \\ \text{hoặc} \\ \begin{cases} 6x^2 - 2m \leq 0, \forall x \in (1; +\infty) \\ 5 - 2m \leq 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} m \leq 3x^2, \forall x \in (1; +\infty) \\ m \leq \frac{5}{2} \end{cases} \\ \text{hoặc} \\ \begin{cases} m \geq 3x^2, \forall x \in (1; +\infty) \\ m \geq \frac{5}{2} \end{cases} \end{cases} (*)$$

Đặt $g(x) = 3x^2$; $g'(x) = 6x$.

Bảng biến thiên

x	1	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	3	$+\infty$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 3 \\ m \leq \frac{5}{2} \\ m \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in (-2023; 2023) \Rightarrow m \in \{-2022, -2021, -2020, \dots, -1, 0, 1, 2\}$.

Vậy có 2025 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y+m^2-6m+3) \geq 1$ và $x^2+y^2+2x-4y+1=0$. Tổng giá trị các phần tử của tập S bằng

A. 12.

B. 0.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Ta có $x^2+y^2+2x-4y+1=0 \Leftrightarrow (x+1)^2+(y-2)^2=2^2$ (1) và

$\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y+m^2-6m+3) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y+m^2-6m+3 \geq x^2+y^2+2$

$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-2)^2 \leq (m-3)^2$ (2).

Xét $m=3$, ta có (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$. Cặp số $(x; y) = (2; 2)$ không thỏa mãn điều kiện (1).

Xét $m \neq 3$, khi đó tập hợp các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện (1) là tọa độ các điểm thuộc đường tròn tâm $I(-1; 2)$ bán kính $R=2$.

Tập hợp các cặp số $(x; y)$ thỏa mãn điều kiện (2) là tọa độ các điểm thuộc hình tròn tâm $I_1(2; 2)$ bán kính $R_1=|m-3|, (m \neq 3)$.

Do đó để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn hai điều kiện trên thì:

TH1. Hai đường tròn $(I; R)$ và $(I_1; R_1)$ tiếp xúc ngoài. Khi đó

$$II_1 = R + R_1 \Leftrightarrow 3 = |m-3| + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ m=2 \end{cases}.$$

TH2. Hai đường tròn $(I; R)$ và $(I_1; R_1)$ tiếp xúc trong và $R > R_1$. Khi đó

$$\begin{cases} II_1 = R - R_1 \\ R > R_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2 - |m-3| \\ 2 > |m-3| \end{cases}, \text{ không tồn tại } m.$$

Vậy tổng giá trị các phần tử của tập S bằng 6.