

Đề thi có 4 trang

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh :

Mã đề thi
001

Câu 1: Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6 \tan x}{\cos^2 x \sqrt{3 \tan x + 1}} dx$. Giả sử đặt $u = \sqrt{3 \tan x + 1}$ ta được:

- A. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 + 1) du$ B. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (2u^2 - 1) du$ C. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (2u^2 + 1) du$ D. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$

Câu 2: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ có bao nhiêu cực trị ? A. 1 B. 2 C. 0 D. 3

Câu 3: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và biết rằng

$\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính giá trị $a + b$

- A. $a + b = 6$ B. $a + b = 8$ C. $a + b = 11$ D. $a + b = 4$

Câu 4: Trên mặt phẳng (P) cho góc $xOy = 60^\circ$. Đoạn $SO = a$ vuông góc với mặt phẳng (α) . Các điểm M, N chuyển động trên Ox, Oy sao cho ta luôn có: $OM + ON = a$. Tính diện tích của mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất ngoại tiếp tứ diện $SOMN$.

- A. $\frac{4\pi a^2}{3}$ B. $\frac{\pi a^2}{3}$ C. $\frac{8\pi a^2}{3}$ D. $\frac{16}{3}\pi a^2$

Câu 5: Kết quả rút gọn của biểu thức $A = \log_{\frac{1}{3}} 7 + 2 \log_9 49 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{7}$ là?

- A. $\log_7 3$ B. $\log_3 7$ C. $3 \log_7 3$ D. $3 \log_3 7$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 9 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

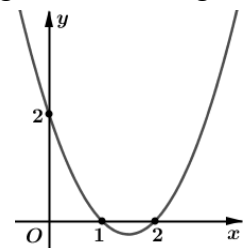
- A. (P) đi qua tâm của (S) B. (P) không đi qua tâm của (S) và cắt (S) theo một đường tròn
C. (P) có một điểm chung với (S) D. (P) không có điểm chung với (S)

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $\mathbb{R}$. Hình vẽ

bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x - x^2)$ nghịch

biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(0; 1)$ B. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$ D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$



Câu 8: Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_A, x_B

Khi đó $x_A + x_B$ là A. $x_A + x_B = 3$ B. $x_A + x_B = 2$ C. $x_A + x_B = 5$ D. $x_A + x_B = 1$

Câu 9: Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x$ và $y = 0$. Tính diện tích của hình (H) và thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox .

- A. $S = 8; V = \frac{2048\pi}{105}$ B. $S = 8; V = \frac{2048}{105}$ C. $S = 4; V = \frac{1024\pi}{105}$ D. $S = 4; V = \frac{2048\pi}{105}$

Câu 10: Tính $S = i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2019i^{2019}$.

- A. $S = -1010 - 1010i$ B. $S = 1010 - 1010i$ C. $S = 2019i$ D. $S = 1010 + 1010i$

Câu 11: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng $SC = a\sqrt{3}$

- A. $V_{S.ABCD} = a^3$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$ C. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 12: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \cos 2x$ là.

A. $F(x) = -4\sin 2x$.

B. $F(x) = 4\sin 2x$.

C. $F(x) = -\sin 2x$.

D. $F(x) = \sin 2x$.

Câu 13: Cho hàm số: $y = \frac{x+1}{x-1}$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$ cắt hai đường tiệm cận tại A và B. gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Diện tích tam giác IAB bằng:

A. $4(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

B. 4

C. 5

D. $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2}{2}$

Câu 14: Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ có tâm là:

A. $I(1; -2; 0)$.

B. $I(-1; 2; 0)$.

C. $I(1; 2; 0)$.

D. $I(-1; -2; 0)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$

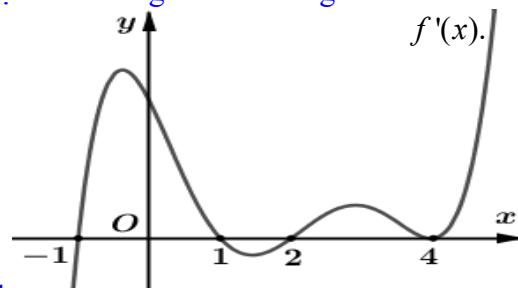
và đồ thị hàm $f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ là :

A. $f(2)$

B. $f(-1)$

C. $f(1)$

D. $f(4)$



Câu 16: Hàm số $y = x^2 \ln x$ đạt cực trị tại điểm:

A. $x = 0$

B. $x = \sqrt{e}$

C. $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$

D. $x = 0; x = \frac{1}{\sqrt{e}}$

Câu 17: Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[1; 3]$, thỏa mãn:

$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$ và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $I = \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$

A. $I = 9$

B. $I = 7$

C. $I = 8$

D. $I = 6$

Câu 18: Tập hợp các giá trị của x để đồ thị hàm số $y = 3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3$ nằm phía trên trục hoành có dạng $(-\infty; a) \cup (b; +\infty)$. Khi đó $a+b$ bằng

A. $8/3$.

B. 2.

C. $10/3$.

D. 0.

Câu 19: Tính giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 12x - 1$

A. $y_{CD} = 15$

B. $y_{CD} = -2$

C. $y_{CD} = 45$

D. $y_{CD} = -17$

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ với $f(0) = f(1) = 2019$. Biết rằng: $\int_0^1 e^x [f(x) + f'(x)] dx = ae + b$.

Tính $Q = a^{2019} + b^{2019}$.

A. $Q = 2^{2020}$

B. $Q = 2$

C. $Q = 0$

D. $Q = 2^{2019} + 1$

Câu 21: Một hình trụ có bán kính đáy $R = 70\text{cm}$, chiều cao hình trụ $h = 20\text{cm}$. Một hình vuông có các đỉnh nằm trên hai đường tròn đáy sao cho có ít nhất một cạnh không song song và không vuông góc với trục hình trụ. Khi đó cạnh của hình vuông bằng bao nhiêu?

A. 140cm.

B. 100cm.

C. $100\sqrt{2}\text{cm}$.

D. 80cm.

Câu 22: Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là số phức :

A. $\bar{z} = -a - bi$

B. $\bar{z} = b - ai$

C. $\bar{z} = -a + bi$

D. $\bar{z} = a - bi$

Câu 23: Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

A. các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.

B. các đỉnh của một hình bát diện đều.

C. các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

D. các đỉnh của một hình tứ diện đều.

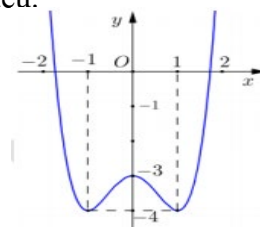
Câu 24: Đồ thị hình vẽ bên là của hàm số nào?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$

C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$

D. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$



Câu 25: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là

A. $\sqrt{13} + 2$.

B. $\sqrt{13} + 1$.

C. 4.

D. 6.

Câu 26: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x), y = \frac{f(x)}{g(x)}$. Nếu các hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị các

hàm số đã cho tại điểm có hoành độ $x = 2019$ bằng nhau và khác 0 thì:

A. $f(2019) > \frac{1}{4}$.

B. $f(2019) < \frac{1}{4}$.

C. $f(2019) \leq \frac{1}{4}$.

D. $f(2019) \geq \frac{1}{4}$.

Câu 27: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$

A. $S = (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$ B. $S = [0; 3]$ C. $S = (0; 1) \cup (2; 3)$ D. $S = [0; 1) \cup (2; 3]$

Câu 28: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$. Tính giá trị biểu thức $P = (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1)$.
 A. $P = 2$. B. $P = \frac{17}{9}$. C. $P = \frac{16}{9}$. D. $P = \frac{15}{9}$.

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y = \log_4(3x+6)$ là:

A. $D = (0; +\infty)$ B. $D = (-2; +\infty)$ C. $D = (-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{5}{3}\right\}$ D. $D = (-\infty; -2)$

Câu 30: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ có đồ thị là (C). Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng hai lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang.

A. $M_1(1; 1); M_2(-7; 5)$ B. $M_1(1; 1); M_2(7; -5)$ C. $M_1(-1; 1); M_2(7; 5)$ D. $M_1(1; -1); M_2(7; 5)$

Câu 31: Cho tứ diện ABCD có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, CD, BD. Biết rằng $AB = 4a$, $AC = 6a$, $AD = 7a$. Tính thể tích V của khối tứ diện AMNP.
 A. $V = 7a^3$. B. $V = 28a^3$. C. $V = 14a^3$. D. $V = 21a^3$.

Câu 32: Giải phương trình $3^{x^2-3x+2} = 9$

A. $x = 0$ B. $x = 3$ C. $x = 0$ và $x = 3$ D. Vô nghiệm

Câu 33: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là ΔABC đều cạnh a , gọi M là trung điểm của AB, $\Delta A'MC$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích lăng trụ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AB và CC' .
 A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ C. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$ D. $\frac{2a\sqrt{39}}{3}$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(3; 3; 1)$, $B(0; 2; 1)$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 7 = 0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là
 A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = 7 - 3t \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 7 - 3t \\ z = 4t \end{cases}$

Câu 35: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$. Tỉ số $\frac{M}{m}$ bằng:
 A. -2 B. -3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{2}$

Câu 36: Hình nón có đường sinh $\ell = 2a$ và hợp với đáy góc $\alpha = 60^\circ$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng:
 A. $3\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $2\pi a^2$. D. πa^2 .

Câu 37: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 11 \\ u_1 + u_5 = \frac{82}{11} \end{cases}$ Tìm công bội và số hạng tổng quát của cấp số

A. $q = 3; u_n = \frac{3^{n-1}}{11}$ B. $q = \frac{1}{3}; u_n = \frac{81}{11} \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$ C. Cả A, B đều đúng D. Cả A, B đều sai

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, xét mặt phẳng (P): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (a, b, c là ba số cho trước khác 0) và đường thẳng $d: ax = by = cz$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. d nằm trong (P). B. d song song với (P).
 C. d cắt (P) tại một điểm nhưng không vuông góc với (P). D. d vuông góc với (P).

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+m}{3}$. Khi đó, giá trị của m bằng bao nhiêu để d_1 cắt d_2 ?

A. $m = \frac{5}{4}$ B. $m = \frac{7}{4}$ C. $m = \frac{1}{4}$ D. $m = -\frac{3}{4}$

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Ký hiệu d là đường thẳng đi qua D sao cho tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến d lớn nhất. Hỏi đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây? **A.** $M(-1;-2;1)$. **B.** $N(5;7;3)$. **C.** $P(3;4;3)$. **D.** $Q(7;13;5)$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[0;10]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1 - m \sin x}{\cos x + 2}$ nhỏ hơn -2 ? **A.** 1. **B.** 11. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 là:

- A.** $\frac{x-7}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{4}$ **C.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{4}$ **D.** $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{1}$

Câu 43: Tìm modul của số phức $z = (2-i)(1-3i)$

- A.** $|z| = 2\sqrt{5}$ **B.** $|z| = 5\sqrt{2}$ **C.** $|z| = 4\sqrt{2}$ **D.** $|z| = 2\sqrt{7}$

Câu 44: Trong một cuộc thi pha chế, hai đội chơi A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a-b$ là

- A.** 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -6.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0,0,2)$. Phương trình mặt phẳng (P) qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn (C) có diện tích nhỏ nhất?

- A.** $(P): x-2y+3z-6=0$ **B.** $(P): x+2y+3z-6=0$ **C.** $(P): 3x+2y+2z-4=0$ **D.** $(P): x+2y+z-2=0$

Câu 46: An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

- A.** 0,064. **B.** 0,1152. **C.** 0,13824. **D.** 0,31744.

Câu 47: Cho khai triển: $(1+x+x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}$, $n \geq 2$ với $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ là các hệ số. Tính tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2n}$ biết $\frac{a_3}{14} = \frac{a_4}{41}$.

- A.** $S = 3^{10}$. **B.** $S = 3^{12}$. **C.** $S = 2^{10}$. **D.** $S = 2^{12}$.

Câu 48: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $f^2(1-x) = (x^2+3)f(x+1) \forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, tính $I = \int_0^2 (2x-1)f''(x)dx$.

- A.** 4 **B.** 0 **C.** 8 **D.** -4

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
y'	+		-	0	+
y	$-\infty$	$+\infty$	2	-1	$+\infty$

Chọn mệnh đề **sai**?

- A.** Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm. **B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm. **D.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.

Câu 50: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $A'H = a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos \varphi$.

- A.** $\cos \varphi = \frac{7\sqrt{3}}{48}$. **B.** $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos \varphi = \frac{1}{2}$. **D.** $\cos \varphi = \frac{7\sqrt{3}}{24}$.

----- HẾT -----

Chuyên đề	Cấp độ			
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao
Hàm số	3	4	2	3
Mũ – Logarit	2	3	2	0
Nguyên hàm - Tích phân	2	1	2	1
Số phức	1	2	1	1
Hình học Không gian	1	2	1	1
Tròn xoay	1	1	1	0
Hình Oxyz	3	2	1	2
Tổ hợp - Xác suất	1	0	0	1
Cấp số cộng – Cấp số nhân	1	0	0	0
Phương trình – Bất phương trình	0	0	0	1
Tỉ lệ (%)	30%	30%	20%	20%

Phần 1: Hàm số

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ có bao nhiêu cực trị ?

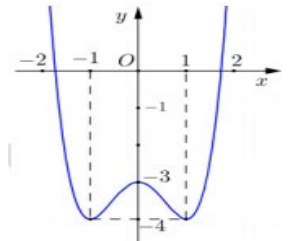
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ có đồ thị là (C). Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng hai lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang.

- A. $M_1(1;-1); M_2(7;5)$ B. $M_1(1;1); M_2(-7;5)$
C. $M_1(-1;1); M_2(7;5)$ D. $M_1(1;1); M_2(7;-5)$

Đồ thị hình vẽ bên là của hàm số nào?

- A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$ B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$ D. $y = -x^4 - 2x^2 - 3$



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$.

Tỉ số $\frac{M}{m}$ bằng:

- A. $-\frac{1}{2}$ B. -3 C. -2 D. $-\frac{1}{3}$

Cho hàm số: $y = \frac{x+1}{x-1}$. Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$ cắt hai đường tiệm cận tại

A và B. gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận. Diện tích tam giác IAB bằng:

- A. $4(\sqrt{2} + \sqrt{3})$ B. 5 C. 4 D. $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2}{2}$

Tính giá trị cực đại y_{CD} của hàm số $y = x^3 - 12x - 1$

- A. $y_{CD} = 15$ B. $y_{CD} = -17$ C. $y_{CD} = -2$ D. $y_{CD} = 45$

Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt x_A, x_B Khi

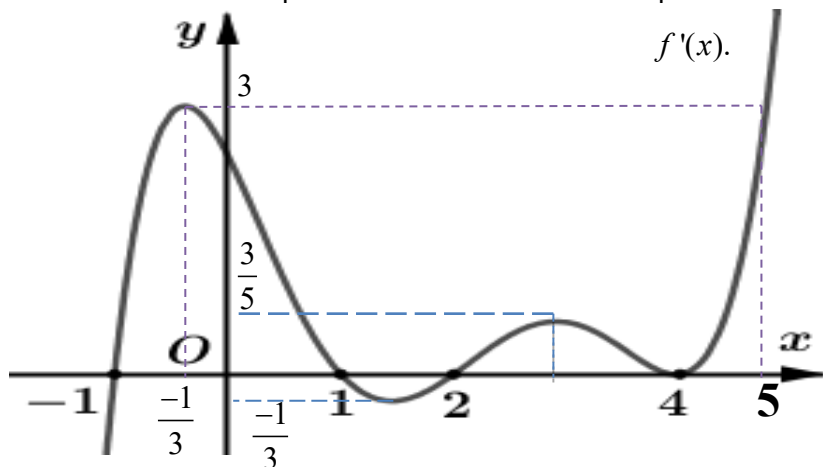
đó $x_A + x_B$ là

- A. $x_A + x_B = 5$ B. $x_A + x_B = 1$ C. $x_A + x_B = 2$ D. $x_A + x_B = 3$

Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x), y = \frac{f(x)}{g(x)}$. Nếu các hệ số góc của các tiếp tuyến của các đồ thị các hàm số

đã cho tại điểm có hoành độ $x = 2019$ bằng nhau và khác 0 thì:

- A.** $f(2019) < \frac{1}{4}$. **B.** $f(2019) \leq \frac{1}{4}$. **C.** $f(2019) > \frac{1}{4}$. **D.** $f(2019) \geq \frac{1}{4}$.



Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm $f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên.

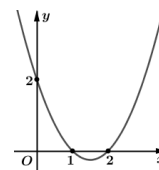
Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ là :

- A.** $f(-1)$ **B.** $f(2)$ **C.** $f(1)$ **D.** $f(4)$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[0; 10]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{1 - m \sin x}{\cos x + 2}$ nhỏ hơn -2 ?

- A.** 1. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 11.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi hàm số $g(x) = f(x - x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



- A.** $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **B.** $(0; 1)$ **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Chọn mệnh đề **sai**?

- A.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

- B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1 .
D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm.

Phần 2: Mũ & lôgarit

Tập xác định của hàm số $y = \log_4(3x + 6)$ là:

- A.** $D = (0; +\infty)$

- C.** $D = (-\infty; -2)$

- B.** $D = (-2; +\infty)$

- D.** $D = (-2; +\infty)$

Kết quả rút gọn của biểu thức $A = \log_{\frac{1}{3}} 7 + 2 \log_9 49 - \log_{\sqrt{3}} \frac{1}{7}$ là?

- A.** $\log_7 3$

- B.** $3 \log_7 3$

- C.** $\log_3 7$

- D.** $3 \log_3 7$

Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và biết rằng $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ với $a,$

b là các số nguyên dương. Tính giá trị $a + b$

- A.** $a + b = 6$

- B.** $a + b = 11$

- C.** $a + b = 4$

- D.** $a + b = 8$

Tập hợp các giá trị của x để đồ thị hàm số $y = 3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3$ nằm phía trên trục hoành có dạng $(-\infty; a) \cup (b; +\infty)$. Khi đó $a + b$ bằng

- A.** 2.

- B.** $10/3$.

- C.** 0.

- D.** $8/3$.

Hàm số $y = x^2 \ln x$ đạt cực trị tại điểm:

- A. $x = 0$ B. $x = \sqrt{e}$ C. $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$ D. $x = 0; x = \frac{1}{\sqrt{e}}$

Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$

- A. $S = (0; 1) \cup (2; 3)$ B. $S = [0; 1) \cup (2; 3]$ C. $S = (-\infty; 0] \cup [3; +\infty)$ D. $S = [0; 3]$

Giải phương trình $3^{x^2-3x+2} = 9$

- A. $x = 0$ và $x = 3$ B. $x = 0$ C. $x = 3$ D. Vô nghiệm

Phần 3: Tích phân

Hàm số $f(x)$ có đạo hàm đến cấp hai trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn: $f^2(1-x) = (x^2+3)f(x+1) \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng

$f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, tính $I = \int_0^2 (2x-1)f''(x)dx$.

- A. 4 B. -4 C. 0 D. 8

Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên đoạn $[1; 3]$, thỏa mãn:

$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10$ và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6$. Tính $I = \int_1^3 [f(x) + g(x)]dx$

- A. $I = 8$ B. $I = 9$ C. $I = 6$ D. $I = 7$

Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x$ và $y = 0$. Tính diện tích của hình (H) và thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox.

- A. $S = 4; V = \frac{2048\pi}{105}$ B. $S = 8; V = \frac{2048}{105}$ C. $S = 4; V = \frac{1024\pi}{105}$ D. $S = 8; V = \frac{2048\pi}{105}$

Cho tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6 \tan x}{\cos^2 x \sqrt{3 \tan x + 1}} dx$. Giả sử đặt $u = \sqrt{3 \tan x + 1}$ ta được:

- A. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (2u^2 + 1) du$ B. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 + 1) du$ C. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (u^2 - 1) du$ D. $I = \frac{4}{3} \int_1^2 (2u^2 - 1) du$

Cho hàm số $y = f(x)$ với $f(0) = f(1) = 2019$. Biết rằng: $\int_0^1 e^x [f(x) + f'(x)] dx = ae + b$. Tính $Q = a^{2019} + b^{2019}$.

- A. $Q = 2^{2019} + 1$ B. $Q = 2$ C. $Q = 0$ D. $Q = 2^{2020}$

Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \cos 2x$ là.

- A. $F(x) = -4 \sin 2x$ B. $F(x) = 4 \sin 2x$ C. $F(x) = -\sin 2x$ D. $F(x) = \sin 2x$

Phần 4: Số phức

Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là số phức :

- A. $\bar{z} = -a + bi$ B. $\bar{z} = b - ai$ C. $\bar{z} = -a - bi$ D. $\bar{z} = a - bi$

Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất của $|\bar{z} + 1 + i|$ là

- A. $\sqrt{13} + 2$ B. 4 C. 6 D. $\sqrt{13} + 1$

Cho số phức z thỏa mãn $|z - 12 - 5i| = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$

- A. 16 B. 12 C. 9 D. 10

Tìm modul của số phức $z = (2 - i)(1 - 3i)$

- A. $|z| = 2\sqrt{7}$ B. $|z| = 2\sqrt{5}$ C. $|z| = 4\sqrt{2}$ D. $|z| = 5\sqrt{2}$

Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 1$. Đặt $A = \frac{2z-i}{2+iz}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $|A| \leq 1$ B. $|A| \geq 1$ C. $|A| < 1$ D. $|A| > 1$

Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là các nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-1}{2z-i}\right)^4 = 1$. Tính giá trị biểu thức

$$P = (z_1^2 + 1)(z_2^2 + 1)(z_3^2 + 1)(z_4^2 + 1).$$

- A. $P = 2$. B. $P = \frac{17}{9}$. C. $P = \frac{16}{9}$. D. $P = \frac{15}{9}$.

Tính $S = i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 2019i^{2019}$.

- A. $S = 1010 - 1010i$. B. $S = -1010 - 1010i$. C. $S = 1010 + 1010i$. D. $S = 2019i$

Phần 5: Hình không gian tổng hợp

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a, AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , $A'H = a\sqrt{5}$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$. Tính $\cos\varphi$.

- A. $\cos\varphi = \frac{7\sqrt{3}}{48}$. B. $\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\cos\varphi = \frac{1}{2}$. D. $\cos\varphi = \frac{7\sqrt{3}}{24}$.

Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng BC, CD, BD . Biết rằng $AB = 4a, AC = 6a, AD = 7a$. Tính thể tích V của khối tứ diện $AMNP$.

- A. $V = 7a^3$. B. $V = 28a^3$. C. $V = 14a^3$. D. $V = 21a^3$.

Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng $SC = a\sqrt{3}$

- A. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ B. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ C. $V_{S.ABCD} = a^3$ D. $V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{3}$

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a , gọi M là trung điểm của AB , tam giác $(A'CM)$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết thể tích lăng trụ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. Khoảng

cách giữa 2 đường thẳng AB và CC' .

- A. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ B. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ C. $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$ D. $\frac{2a\sqrt{39}}{3}$

Trung điểm các cạnh của một tứ diện đều tạo thành

- A. các đỉnh của một hình tứ diện đều.
B. các đỉnh của một hình bát diện đều.
C. các đỉnh của một hình mười hai mặt đều.
D. các đỉnh của một hình hai mươi mặt đều.

Phần 6: Tròn xoay

Trên mặt phẳng (P) cho góc $xOy = 60^\circ$. Đoạn $SO = a$ vuông góc với mặt phẳng (α) . Các điểm M, N chuyển động trên Ox, Oy sao cho ta luôn có: $OM + ON = a$. Tính diện tích của mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất ngoại tiếp tứ diện $SOMN$.

- A. $\frac{4\pi a^2}{3}$ B. $\frac{\pi a^2}{3}$ C. $\frac{8\pi a^2}{3}$ D. $\frac{16}{3}\pi a^2$

Hình nón có đường sinh $\ell = 2a$ và hợp với đáy góc $\alpha = 60^\circ$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng:

- A. $4\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. $2\pi a^2$. D. πa^2 .

Một hình trụ có bán kính đáy $R = 70\text{cm}$, chiều cao hình trụ $h = 20\text{cm}$. Một hình vuông có các đỉnh nằm trên hai đường tròn đáy sao cho có ít nhất một cạnh không song song và không vuông góc với trục hình trụ. Khi đó cạnh của hình vuông bằng bao nhiêu?

- A. 80cm . B. 100cm . C. $100\sqrt{2}\text{cm}$. D. 140cm .

Phần 7: HGT không gian

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (a, b, c là ba số cho trước khác 0) và đường thẳng $d: ax = by = cz$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. d nằm trong (P) .

B. d song song với (P) .

C. d cắt (P) tại một điểm nhưng không vuông góc với (P) .

D. d vuông góc với (P) .

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$.

Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=4t \end{cases}$

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Ký hiệu d là đường thẳng đi qua D sao cho tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến d lớn nhất. Hỏi đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(-1;-2;1)$.

B. $N(5;7;3)$.

C. $P(3;4;3)$.

D. $Q(7;13;5)$.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+m}{3}$.

Khi đó, giá trị của m bằng bao nhiêu để d_1 cắt d_2 ?

A. $m = -\frac{3}{4}$

B. $m = \frac{7}{4}$

C. $m = \frac{1}{4}$

D. $m = \frac{5}{4}$

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và

$d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Phương trình đường vuông góc chung của d_1 và d_2 là:

A. $\frac{x-7}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-9}{1}$

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{4}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{4}$

D. $\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{1}$

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ có tâm là:

A. $I(1;-2;0)$.

B. $I(-1;2;0)$.

C. $I(1;2;0)$.

D. $I(-1;-2;0)$.

Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+9=0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. (P) đi qua tâm của (S)

B. (P) không đi qua tâm của (S) và cắt (S) theo một đường tròn

C. (P) có một điểm chung với (S)

D. (P) không có điểm chung với (S)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0,0,2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn (C) có diện tích nhỏ nhất?

A. $(P): x-2y+3z-6=0$

B. $(P): x+2y+3z-6=0$

C. $(P): 3x+2y+2z-4=0$

D. $(P): x+2y+z-2=0$

Phần 8: Tổ hợp & xác suất

An và Bình thi đấu với nhau một trận bóng bàn, người nào thắng trước 3 séc sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất An thắng mỗi séc là 0,4 (không có hòa). Tính xác suất An thắng chung cuộc

- A.** 0,064 . **B.** 0,1152 . **C.** 0,13824 . **D.** 0,31744 .

Cho khai triển: $(1+x+x^2)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2n}x^{2n}, n \geq 2$ với $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{2n}$ là các hệ số. Tính

tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{2n}$ **biết** $\frac{a_3}{14} = \frac{a_4}{41}$.

- A.** $S = 3^{10}$. **B.** $S = 3^{12}$. **C.** $S = 2^{10}$. **D.** $S = 2^{12}$.

Phần 9: Lớp 11

Cho cấp số nhân (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 11 \\ u_1 + u_5 = \frac{82}{11} \end{cases}$$
 Tìm công bội và số hạng tổng quát của cấp số

- A.** $q = 3; u_n = \frac{3^{n-1}}{11}$ **B.** $q = \frac{1}{3}; u_n = \frac{81}{11} \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$ **C.** Cả A, B đều đúng **D.** Cả A, B đều sai

Phần 10: Lớp 10

Trong một cuộc thi pha chế, hai đội chơi A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là

- A.** -1 . **B.** -6 . **C.** 3 . **D.** 1 .

Cho hai mp (P) : $5x + 5y - 3z - 2 = 0$ & (Q) : $2x - y + z - 6 = 0$.

Lập ptmp (α) qua gt hai mp : $x - z - 2 = 0$ & $y + z - 1 = 0$ đồng thời hai gt của (α) với (P) & (Q) là hai đt vuông góc.

ĐS : $x + 2y - z - 4 = 0$ hoặc $2x - y - 3z - 3 = 0$.

Ta có $y = \frac{1 - m \sin x}{\cos x + 2} \Leftrightarrow y(\cos x + 2) = 1 - m \sin x \Leftrightarrow m \sin x + y \cos x + 2y - 1 = 0$.

Điều kiện để phương trình có nghiệm: $y^2 + m^2 \geq (2y - 1)^2$

$$\Leftrightarrow 3y^2 - 4y + 1 - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{3m^2 + 1}}{3} \leq y \leq \frac{2 + \sqrt{3m^2 + 1}}{3}.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{3m^2 + 1}}{3} < -2 \Leftrightarrow \sqrt{3m^2 + 1} > 8 \Leftrightarrow m^2 > 21 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \sqrt{21} \\ m < -\sqrt{21} \end{cases}$.

$\xrightarrow[m \in [0;10]]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{5;6;7;8;9;10\}$. **Chọn C.**

Kiểm tra ta thấy $D \in (ABC) : 2x + 3y + z - 6 = 0$.

Ta có
$$\begin{cases} d[A, d] \leq AD \\ d[B, d] \leq BD \Rightarrow d[A, d] + d[B, d] + d[C, d] \leq AD + BD + CD. \\ d[C, d] \leq CD \end{cases}$$

Dấu "=" xảy ra khi $d \perp (ABC)$ tại điểm D . Do đó $d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \longrightarrow N \in d$. **Chọn B.**

Từ giả thiết $f^2(1-x) = (x^2 + 3)f(x+1)$, thay $x = 1, x = -1$ ta có:
$$\begin{cases} f^2(0) = 4f(2) \\ f^2(2) = 4f(0) \end{cases} \Leftrightarrow f(2) = f(0) = 4$$

Lấy đạo hàm hai vế ta lại có: $-2f(1-x)f'(1-x) = (x^2 + 3)f'(x+1) + 2x.f'(x+1)$

Thay $x = 1, x = -1$ ta có:
$$\begin{cases} -2f(0)f'(0) = 4f'(2) + 2f(2) \\ -2f(2)f'(2) = 4f'(0) - 2f(0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2f'(0) + f'(2) + 2 = 0 \\ f'(0) + 2f'(2) - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(0) = -2 \\ f'(2) = 2 \end{cases}$$

$$\text{Do đó, } I = \int_0^2 (2x-1)f''(x)dx = \left[(2x-1)f'(x) \right]_0^2 - 2 \int_0^2 f'(x)dx = 3f'(2) + f'(0) - 2[f(2) - f(0)] = 4$$

Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OMN, E là trung điểm SO và I là đỉnh thứ tư của hình chữ nhật EOKI. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện SOMN và bán kính $R = IO = \sqrt{OK^2 + OE^2}$.

$$\text{Ta có } \frac{MN}{\sin 60^\circ} = 2OK \Rightarrow OK = \frac{MN\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Lại có } MN^2 = OM^2 + ON^2 - 2OM.ON.\cos 60^\circ = (OM + ON)^2 - 3OM.ON \geq a^2 - 3\left(\frac{OM + ON}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4}$$

$$\text{Dễ thấy } MN_{\min} = \frac{a}{2}, \text{ khi đó } R_{\min} = \frac{a\sqrt{3}}{3}. \text{ Vậy diện tích của mặt cầu (S) là: } S = \frac{4\pi a^2}{3}$$

Theo giả thiết ta có:

$$f'(2019) = g'(2019) = \frac{f'(2019)g(2019) - g'(2019)f(2019)}{g^2(2019)} \quad \text{. Chọn B.}$$

$$\Rightarrow f(2019) = -g^2(2019) + g(2019) = -\left[g(2019) - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}$$

$$\text{Ta có } \log_9 x = \log_6 x = \log_4 (x+y) = t \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \end{cases}; x+y = 4^t$$

$$\text{Khi đó } 9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow \left[\left(\frac{3}{2}\right)^t\right]^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 5 \end{cases}$$

Chọn A.

$$\text{Đặt } z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow a^2 + b^2 \leq 1 \text{ (do } |z| \leq 1)$$

$$|A| = \left| \frac{2z-i}{2+i\bar{z}} \right| = \left| \frac{2a+(2b-1)i}{2+b+ai} \right| = \sqrt{\frac{4a^2+(2b+1)^2}{(2+b)^2+a^2}}$$

$$\text{Ta chứng minh } \frac{4a^2+(2b+1)^2}{(2+b)^2+a^2} \leq 1.$$

$$\text{Thật vậy ta có } \frac{4a^2+(2b+1)^2}{(2+b)^2+a^2} \leq 1 \Leftrightarrow 4a^2+(2b+1)^2 \leq (2+b)^2+a^2 \Leftrightarrow a^2+b^2 \leq 1$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } a^2+b^2=1.$$

$$\text{Vậy } |A| \leq 1.$$

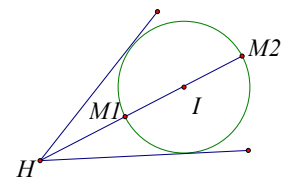
$$\text{Gọi } z = x + yi \text{ được biểu diễn bởi điểm } M(x; y) \text{ ta có } z - 2 - 3i = x + yi - 2 - 3i = x - 2 + (y-3)i.$$

Theo giả thiết $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ nên điểm M biểu diễn cho số phức z nằm trên đường tròn tâm I(2;3) bán kính R=1.

$$\text{Ta có } |\bar{z} + 1 + i| = |x - yi + 1 + i| = |x + 1 + (1-y)i| = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}.$$

$$\text{Gọi } H(-1;1) \text{ thì } HM = \sqrt{(x+1)^2 + (y-1)^2}.$$

Do M chạy trên đường tròn, H cố định nằm ngoài đường tròn vì $IH = \sqrt{13} > R = 1$ nên MH lớn nhất khi M là giao điểm M₂ của HI với đường tròn và GTLN là $HM_2 = \sqrt{13} + 1$



$$\text{Ta có phương trình } \Leftrightarrow f(z) = (2z-i)^4 - (z-1)^4 = 0.$$

$$\text{Suy ra: } f(z) = 15(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)(z-z_4). \text{ Vì } z_1^2 + 1 = (z_1-i)(z_1+i) \Rightarrow P = \frac{f(i) \cdot f(-i)}{225} \quad (1).$$

Mà $f(i) = i^4 - (i-1)^4 = 5$; $f(-i) = (-3i)^4 - (i+1)^4 = 85$. Vậy từ (1) $\Rightarrow P = \frac{17}{9}$.

$\Rightarrow$ Chọn đáp án B.

Đặt

$$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2019}$$

$$f'(x) = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + 2019x^{2018}$$

$$xf'(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + 2019x^{2019} \quad (1)$$

Mặt khác:

$$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2019} = \frac{x^{2020} - 1}{x - 1}$$

$$f'(x) = \frac{2020x^{2019}(x-1) - (x^{2020} - 1)}{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow xf'(x) = x \cdot \frac{2020x^{2019}(x-1) - (x^{2020} - 1)}{(x-1)^2} \quad (2)$$

Thay $x = i$ vào (1) và (2) ta được:

$$S = i \cdot \frac{2020i^{2019}(i-1) - (i^{2020} - 1)}{(i-1)^2} = i \cdot \frac{2020 + 2020i}{-2i} = -1010 - 1010i$$

----- HẾT -----