SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT NGUYỄN VIẾT XUÂN

Mã đề thi: 311

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LẦN 3
NĂM HỌC 2021-2022
Môn thi: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút;
(50 câu trắc nghiệm)

Câu 1: Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 2: Cho tứ diện $OABC$ có $OA,\ OB,\ OC$ đôi một vuông góc với nhau. Gọi M là trung điểm của BC .Góc giữa hai đường thẳng OM và OA bằng

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Câu 3: Số phức liên hợp của số phức $z=2+i$ là

A. $\overline{z}=2+i$. **B.** $\overline{z}=-2-i$. **C.** $\overline{z}=2-i$. **D.** $\overline{z}=-2+i$.

Câu 4: Tung độ giao điểm của đồ thị $(C):y=\frac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng $d:y=x-1$ bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 1.

Câu 5: Nếu $\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_0^1 2f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua điểm $H\left(1;2;-5\right)$ và cắt các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C (khác gốc tọa độ O) sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Biết mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $ax+by+cz+30=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. 2. **B.** -2. **C.** 8. **D.** -8 .

Câu 7: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x}-4.3^x+3=0$ bằng:

A. 3. **B.** 4. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 1.

Câu 8: Cho số phức z thỏa mãn $3\left(\overline{z}+i\right)-\left(2-i\right)z=3+10i$. Môđun của z bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2\left(3x-1\right)=3$ là

A. $x=\frac{10}{3}$. **B.** $x=\frac{7}{3}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=6$.

Câu 10: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3.\sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{11}{3}}$. **B.** a^2. **C.** $a^{\frac{5}{3}}$. **D.** $a^{\frac{8}{3}}$.

Câu 11: Với mọi số thực dương a,b,x,y và $a,b\neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a\left(xy\right)=\log_a\left(x\right).\log_a\left(y\right)$. **B.** $\log_a\left(xy\right)=\log_a x+\log_a y$.

C. $a^{\log_a b}=b$. **D.** $\log_a\frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

Câu 12: $\int x^4\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{5}x^5+C$. **B.** $4x^3+C$. **C.** x^5+C. **D.** $5x^5+C$.

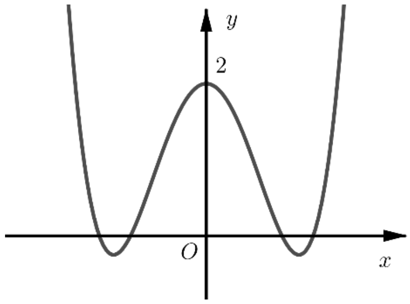
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$		3		1		3		$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

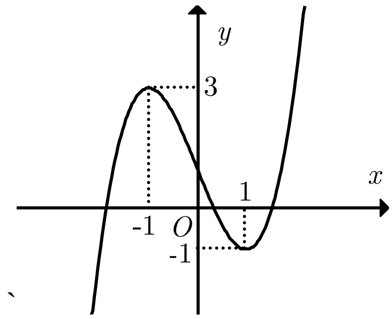
Câu 14: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



A. $y = -x^4 + 3x^2 + 2$. **B.** $y = -x^3 - 3x^2 + 2$.

C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 - 2x^2 - 2$.

Câu 15: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 5 = 0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 16: $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

A. $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{5}$. **B.** $2\ln\frac{7}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}\ln 35$. **D.** $\ln\frac{7}{5}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2(2x-1)^2(x+1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18: Cho khối nón có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 4π.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(4;2;1)$. **B.** $P(2;-5;1)$. **C.** $N(4;2;-1)$. **D.** $Q(2;5;1)$.

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 7.	**B.** $\frac{9}{2}$.	**C.** 11.	**D.** 18.

Câu 21: Phần thực của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** -3. **D.** -4.

Câu 22: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A. 6. **B.** 14. **C.** 8. **D.** 48.

Câu 23: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-3x+1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x = 3.$ **B.** $x = -2.$ **C.** $x = -3.$ **D.** $x = 2.$

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}a}{6}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = 2a$ $AC = 2a$ và $BD = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 26: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$ trùng với O. Biết $AB = 2a$, $BC = a$, cạnh bên AA' bằng $\frac{3a}{2}$. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng:

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-7} \geq 8$ là

A. $(-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. **B.** $[-2;2]$.

C. $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Câu 28: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều cạnh có độ dài bằng $2a$. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{4-x}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = -3$. **B.** $x = -3$. **C.** $y = \frac{3}{4}$. **D.** $y = 2$.

Câu 30: Số cạnh của một tứ diện đều là

A. 10. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 31: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + x^2 + C$. **B.** $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **D.** $e^x + 1 + C$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x+3y+z-5=0$. **B.** $x+3y+z-6=0$.
C. $3x-y-z-6=0$. **D.** $3x-y-z+6=0$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(4;2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;1;2)$.

Câu 34: Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. πrh. **B.** $\dfrac{1}{3}\pi rh$. **C.** $4\pi rh$. **D.** $2\pi rh$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30^0. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{19\pi a^2}{9}$. **D.** $13\pi a^2$.

Câu 36: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(2^x+2^{4-x}-17\right)\sqrt{10-log_2 x}\geq 0$ là

A. 1021. **B.** 1020. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 37: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 2. Gọi *M, N* lần lượt là trung điểm của *SB* và *SC*. Biết $CM\perp BN$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{26}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{26}}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{26}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{26}}{12}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên *SA* vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=2a$. Biết góc giữa *SD* và mặt phẳng (SAC) bằng 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn: $2\cos x.f(1+4\sin x)-\sin 2x.f(3-2\cos 2x)=\sin 4x+4\sin 2x-4\cos x,\forall x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$

Khi đó $\int_1^3\left[f(2x-1)+2x\right]dx$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)=-x^7+\left(2m^2-3m\right)x^4+\left(2m^3-5m^2+3m\right)x^2+2022$. Gọi *S* là tập tất cả các giá trị của *m* để hàm số nghịch biến trên R. Tổng các phần tử của *S* bằng :

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$ **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a, b, c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $3\ln 2$. **B.** $\ln 2$. **C.** $\ln 15$. **D.** $2\ln 3$.

Câu 42: Cho hình trụ có chiều cao bằng $4a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $52\pi a^3$. **B.** $20\pi a^3$. **C.** $64\pi a^3$. **D.** $32\pi a^3$.

Câu 43: Có bao nhiêu số phức z với phần thực là số nguyên để số phức $w=(\bar{z}-2i)(z-2)$ là số ảo

A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập R, biết $f'(x)=x^{2022}(x-2)^{2021}(x^2-8x+m^2-3m-4)$, $\forall x\in R$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị. Số phần tử của S là :

A. 7. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên y sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn
$\log_4\left(\sqrt{x^2+3^y}-x\right).\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}+x\right)=y^2-7y$

A. 8. **B.** 9.
C. 11. **D.** 10.

Câu 46: Cho phương trình $log_3\dfrac{2x-1}{27x^2-54x+9m}=3x^2-8x+m-1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. Tổng các phần tử của S bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6 **D.** 7.

Câu 47: Cho $\int_{-2}^{2} f\left(\sqrt{x^2+5}-x\right)dx=1$, $\int_{1}^{5}\dfrac{f(x)}{x^2}dx=3$. Giá trị của $\int_{1}^{5} f(x)dx$ bằng:

A. 13. **B.** -13. **C.** 16. **D.** -16.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=ax^4+3x^2+cx$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ tại $x=1$

A. 11. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;2), B(-1;0;4)$, $C(0;-1;3)$ và điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=1$. Biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và 2 đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{1-z}{2}$,

$d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Đường thẳng d đi qua A, cắt d_2 và vuông góc với d_1 . Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng d . Biết mặt phẳng (P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}(a;b;1)$. Biểu thức $a+b+1$ bằng

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

----------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1.B	2.C	3.C	4.B	5.D	6.A	7.D	8.B	9.C	10.A
11.A	12.A	13.D	14.C	15.C	16.A	17.B	18.A	19.C	20.C
21.A	22.B	23.D	24.C	25.B	26.D	27.B	28.D	29.A	30.D
31.B	32.D	33.C	34.D	35.B	36.A	37.C	38.C	39.C	40.C
41.D	42	43.D	44.B	45.B	46.D	47.B	48.B	49.A	50.C

Câu 1: Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố: "lấy được 3 quả màu xanh".

$\Rightarrow$ số các kết quả thuận lợi cho A là $n(A) = C_4^3$.

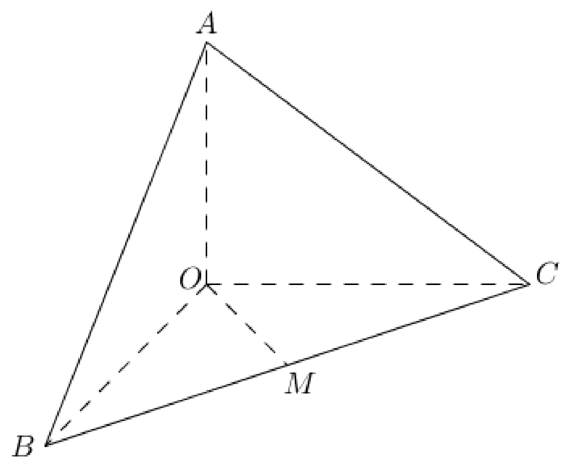
Vậy xác suất để A xảy ra là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{30}$.

Câu 2: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi M là trung điểm của BC. Góc giữa hai đường thẳng OM và OA bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\left.\begin{array}{l} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{array}\right\} \Rightarrow OA \perp (OBC)$ mà $OM \subset (OBC)$ nên $OA \perp OM$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng OM và OA bằng $90°$.

Câu 3: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là

A. $\bar{z} = 2 + i$. **B.** $\bar{z} = -2 - i$. **C.** $\bar{z} = 2 - i$. **D.** $\bar{z} = -2 + i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức liên hợp của số phức $z = 2 + i$ là $\bar{z} = 2 - i$.

Câu 4: Tung độ giao điểm của đồ thị $(C): y = \dfrac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng $d: y = x - 1$ bằng

A. 3. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d:

$$\frac{2x-3}{x+3} = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ 2x - 3 = (x-1)(x+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -3 \\ x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0$$

Với $x = 0 \Rightarrow y = -1$.

Vậy tung độ giao điểm của đồ thị $(C): y = \dfrac{2x-3}{x+3}$ và đường thẳng $d: y = x - 1$ bằng -1.

Câu 5: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x = 2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 8.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $H(1;2;-5)$ và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Biết mặt phẳng (P) có phương trình $ax + by + cz + 30 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. 2. **B.** -2. **C.** 8. **D.** -8.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp OA \\ (OHA): AH \cap OA = A \end{cases}$

$\Rightarrow BC \perp (OHA) \Rightarrow BC \perp OH$

Ta có: $\begin{cases} AB \perp CH \\ AB \perp OC \\ (OHC): CH \cap OC = C \end{cases}$

$\Rightarrow AB \perp (OHC) \Rightarrow AB \perp OH$

Ta có: $\begin{cases} OH \perp AB \\ OH \perp BC \\ (ABC): AB \cap BC = B \end{cases}$

$\Rightarrow OH \perp (ABC)$

(P) qua $H(1;2;-5)$ và có VTPT $\overrightarrow{OH} = (1;2;-5)$

$\Rightarrow (P): x-1+2(y-2)-5(z+5)=0 \Leftrightarrow (P): -x-2y+5z+30=0$

$\Rightarrow a=-1$, $b=-2$, $c=5$

Vậy $T=a+b+c=2$.

Câu 7: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x}-4.3^{x}+3=0$ bằng

A. $2\cdot$ **B.** $4\cdot$ **C.** $\frac{4}{3}\cdot$ **D.** $1\cdot$

Lời giải

Chọn A

$3^{2x}-4.3^{x}+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{x}=1 \\ 3^{x}=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$

Vậy ổng tất cả các nghiệm của phương trình trên là $0+1=1$.

Câu 8: Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z}+i)-(2-i)z=3+10i$. Mô đun của z bằng

A. $5\cdot$ **B.** $\sqrt{5}\cdot$ **C.** $3\cdot$ **D.** $3\cdot$

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=a+bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$

$3(\bar{z}+i)-(2-i)z=3+10i \Leftrightarrow 3\left[a+(1-b)i\right]-(2-i)(a+bi)=3+10i$

$\Leftrightarrow 3a-2a-b+(3-3b+a-2b)i=3+10i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2a-b=3 \\ 3-3b+a-2b=10 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=3 \\ a-5b=7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$

$\Rightarrow z=2-i \Rightarrow |z|=\sqrt{5}$,

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1)=3$ là

A. $x=\dfrac{10}{3}$ **B.** $x=\dfrac{7}{3}$ **C.** $x=3$ **D.** $x=6$

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\log_2(3x-1)=3 \Leftrightarrow \begin{cases}3x-1>0\\3x-1=8\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\dfrac{1}{3}\\x=3\end{cases} \Leftrightarrow x=3.$$

Câu 10: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3.\sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{11}{3}}$ **B.** a^2 **C.** $a^{\frac{5}{3}}$ **D.** $a^{\frac{8}{3}}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $a^3.\sqrt[3]{a^2}=a^3.a^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{11}{3}}$.

Câu 11: Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a,b\neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a(xy)=\log_a(x).\log_a(y)$ **B.** $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$

C. $a^{\log_a b}=b$ **D.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề sai là $\log_a(xy)=\log_a(x).\log_a(y)$.

Câu 12: $\int x^4\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{1}{5}x^5+C$ **B.** $4x^3+C$ **C.** x^5+C **D.** $5x^5+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int x^4\mathrm{d}x=\dfrac{1}{5}x^5+C$.

Câu 13: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

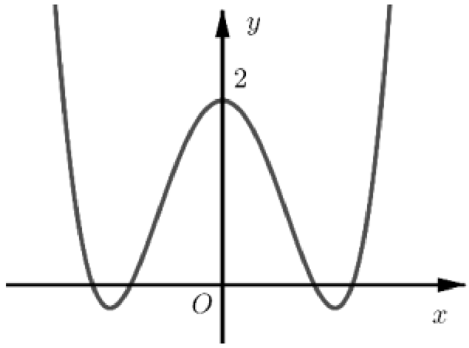
A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình vẽ?



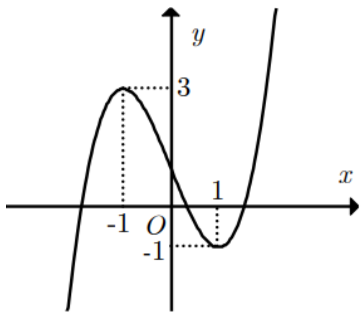
A. $y=-x^4+3x^2+2$. **B.** $y=-x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^4-3x^2+2$. **D.** $y=x^3-2x^2-2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào dạng đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của hàm trùng phương với hệ số $a>0$.

Câu 15: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau:



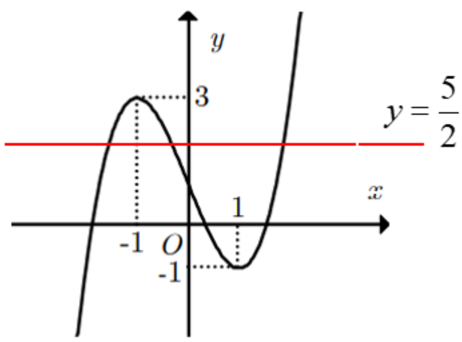
Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-5=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{5}{2}$.j



Vậy số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-5=0$ là 3.

Câu 16: $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

A. $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{5}$. **B.** $2\ln\frac{7}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}\ln 35$. **D.** $\ln\frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^2 \frac{dx}{2x+3} = \left(\frac{1}{2}\ln|2x+3|\right)\Big|_1^2 = \frac{1}{2}\ln 7 - \frac{1}{2}\ln 5 = \frac{1}{2}\ln\frac{7}{5}.$$

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2(2x-1)^2(x+1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(2x-1)^2(x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0(kep) \\ x=\frac{1}{2}(kep) \\ x=-1 \end{array}\right..$$

Hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 18: Cho khối nón có chiều cao $h=3$ và bán kính $r=4$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 36π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.4^2.3=16\pi$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-4}{2}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z+1}{1}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(4;2;1)$. **B.** $P(2;-5;1)$. **C.** $N(4;2;-1)$. **D.** $Q(2;5;1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=9$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 7. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 11. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_2=u_1+d=9+2=11$.

Câu 21: Phần thực của số phức $z=3-4i$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** –3. **D.** –4.

Lời giải

Chọn A

Lí thuyết

Câu 22: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A. 6. **B.** 14. **C.** 8. **D.** 48.

Lời giải

Chọn B

Ta có $6+8=14$ cách chọn học sinh.

Câu 23: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-2}$ có phương trình là

A. $x=3$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

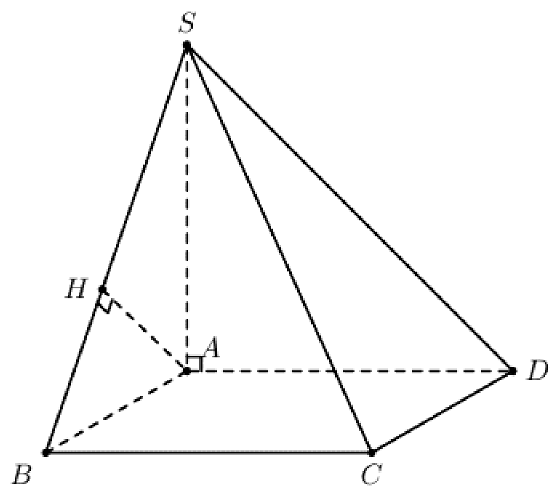
Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+} y=-\infty$ nên $x=2$ là tiệm cận đứng.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AH \perp SB$.

Ta có $\left.\begin{matrix} SA\perp BC \\ AB\perp BC\end{matrix}\right\} \Rightarrow BC\perp (SAB) \Rightarrow BC\perp AH$.

Lại có $\left.\begin{matrix} AH\perp SB \\ AH\perp BC\end{matrix}\right\} \Rightarrow AH\perp (SBC)$.

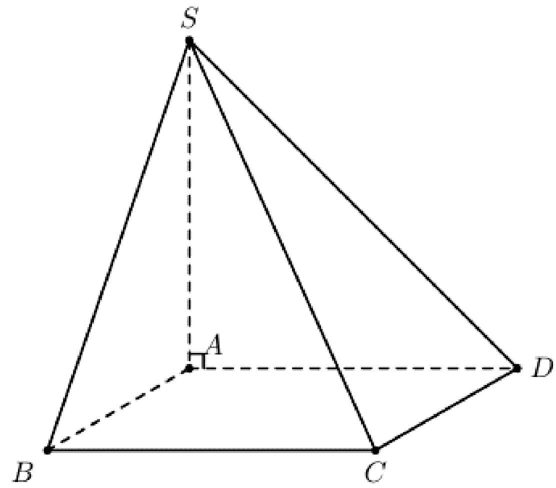
Suy ra $d\left[A,(SBC)\right]=AH=\dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\dfrac{a.a\sqrt{3}}{\sqrt{3a^2+a^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA\perp (ABCD)$. Biết $SA=2a, AC=2a$ và $BD=3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3.　　**B.** $2a^3$.　　**C.** $\frac{a^3}{3}$.　　**D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B



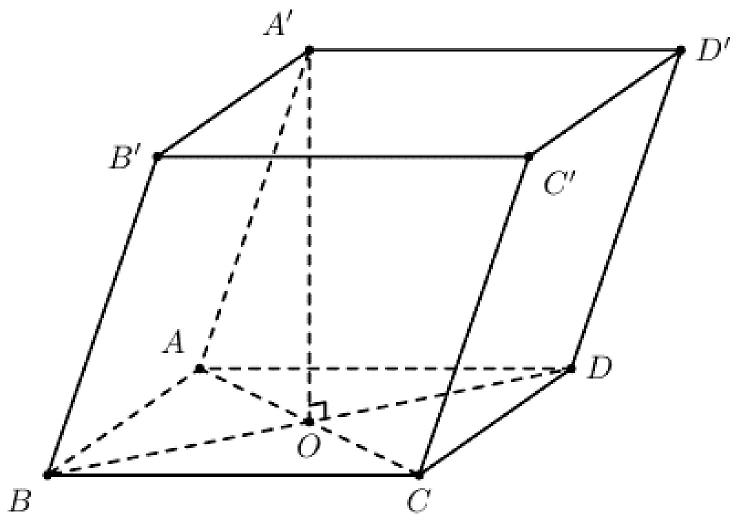
Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}\cdot SA.\frac{1}{2}.AC.BD=\frac{1}{6}.2a.2a.3a=2a^3$.

Câu 26: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$ trùng với O. Biết $AB=2a, BC=a$, cạnh bên AA' bằng $\frac{3a}{2}$. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{3a^3}{2}$.　　**B.** $3a^3$.　　**C.** $\frac{4a^3}{3}$.　　**D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn D



Trong ΔABC có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{5}\Rightarrow AO=\frac{AC}{2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Trong $\Delta A'AO$ có $A'O=\sqrt{AA'^2-AO^2}=a$.

Vậy thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=A'O.S_{ABCD}=a.2a.a=2a^3$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-7} \geq 8$ là

A. $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **B.** $[-2;2]$.

C. $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn B

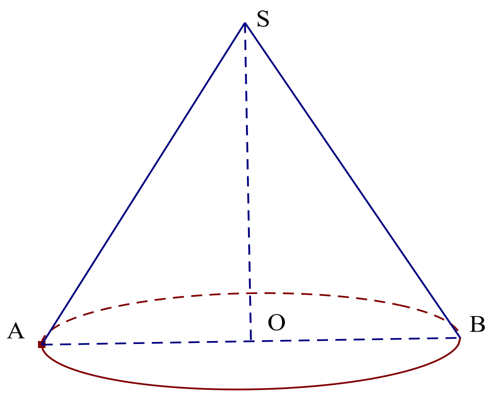
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-7} \geq 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-7} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x^2-7 \leq -3 \Leftrightarrow x^2-4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2.$$

Câu 28: Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác đều có cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối nón là

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử ΔSAB là thiết diện của qua trục của hình nón.

$\Rightarrow \Delta SAB$ đều và có cạnh bằng $2a$ nên $SA = SB = AB = 2a$.

$\Rightarrow$ Bán kính đường tròn đáy là $R = \frac{AB}{2} = \frac{2a}{2} = a$.

Đường sinh của hình nón $l = 2a$.

Đường cao của hình nón là: $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}h\pi R^2 = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.\pi.a^2 = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{4-x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -3$. **B.** $x = -3$. **C.** $y = \frac{3}{4}$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-2}{4-x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3-\dfrac{2}{x}}{\dfrac{4}{x}-1} = -3.$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-3.$

Câu 30: Số cạnh của một tứ diện đều là

A. 10. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Số cạnh của một tứ diện đều là 6.

Câu 31: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+x$ là

A. e^x+x^2+C. **B.** $e^x+\frac{1}{2}x^2+C$. **C.** $\frac{1}{x+1}e^x+\frac{1}{2}x^2+C$. **D.** e^x+1+C.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(e^x+x\right)\mathrm{d}x=e^x+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $x+3y+z-5=0$. **B.** $x+3y+z-6=0$. **C.** $3x-y-z-6=0$. **D.** $3x-y-z+6=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB.

Ta có VTPT của (P) là $\overrightarrow{AB}=(3;-1;-1)$.

Vậy $(P):3(x+1)-(y-2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z+6=0$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(4;-2;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(4;2;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d:\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;b;c)$.

Câu 34: Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $\pi rh.$ **B.** $\frac{1}{3}\pi rh.$ **C.** $4\pi rh.$ **D.** $2\pi rh.$

Lời giải

Chọn D

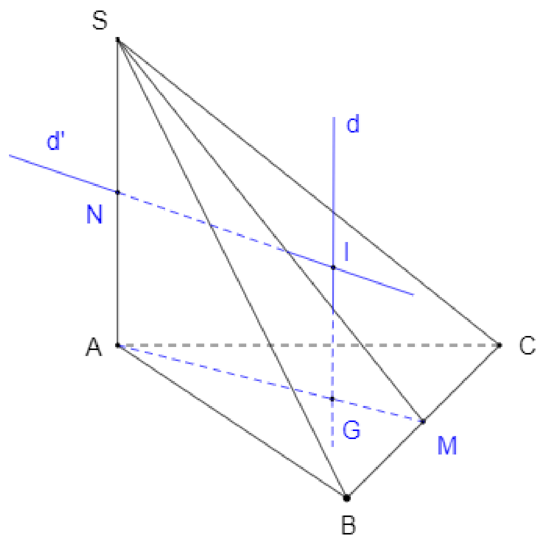
Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h, đường sinh l và bán kính đáy r là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rh.$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30°. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{43\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{19\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{19\pi a^2}{9}$. **D.** $13\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, SA, G là trọng tâm của ΔABC.

Qua G kẻ đường thẳng d vuông góc với (ABC) là tập hợp các điểm cách đều 3 đỉnh A, B, C.

Kẻ đường trung trực d' của SA là tập hợp các điểm cách đều A và S.

Khi đó, giao điểm I của d và d' là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

ΔABC đều cạnh $2a$ nên ta có $AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Xét ΔSAM vuông tại A ta có: $SA = AM.\tan 30^\circ = a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = a \Rightarrow AN = \dfrac{a}{2}$.

Xét ΔANI vuông tại N ta có:

$$IA = \sqrt{NI^2 + AN^2} = \sqrt{AG^2 + AN^2} = \sqrt{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{57}}{6}.$$

Vậy mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có bán kính $R = \dfrac{a\sqrt{57}}{6}$. Suy ra diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là $S = 4\pi\left(\dfrac{a\sqrt{57}}{6}\right)^2 = \dfrac{19\pi a^2}{3}$.

Câu 36: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(2^x+2^{4-x}-17\right)\sqrt{10-\log_2 x}\ge 0$ là

A. 1021. **B.** 1020. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ 10-\log_2 x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \log_2 x\le 10 \end{cases} \Leftrightarrow 0<x\le 2^{10}$.

Trường hợp 1: $x=2^{10}$ thoả mãn bất phương trình.

Trường hợp 2: $0<x<2^{10}$

Bất phương trình $\Leftrightarrow 2^x+2^{4-x}-17\ge 0 \Leftrightarrow 2^x+\dfrac{16}{2^x}-17\ge 0 \Leftrightarrow \left(2^x\right)^2-17.2^x+16\ge 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x\ge 16 \\ 2^x\le 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 4 \\ x\le 0 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện suy ra nghiệm bất phương trình $4\le x<2^{10}$

Do đó bất phương trình có tập nghiệm $S=\left[4;2^{10}\right]$

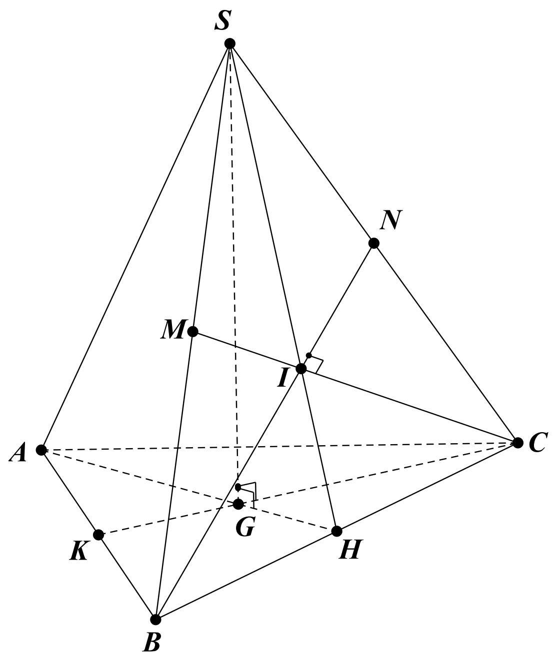
Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là 1021.

Câu 37: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 2. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC. Biết $CM\perp BN$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{26}}{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{26}}{8}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{26}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{26}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi I là giao của CM và BN. Điểm H là trung điểm của BC.

Suy ra I là trọng tâm của tam giác SBC và $SH=3IH$.

Ta có $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều có M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC nên tam giác SBC cân tại S.

Suy ra tam giác IBC cân tại I mà $CM \perp BN$ nên tam giác IBC vuông cân tại I $\Rightarrow IH = \frac{1}{2}BC = 1 \Rightarrow SH = 3IH = 3$.

Tam giác ABC đều cạnh 2 nên $AH = \sqrt{3} \Rightarrow GH = \frac{1}{3}AH = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $SG = \sqrt{SH^2 - GH^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{78}}{3}$.

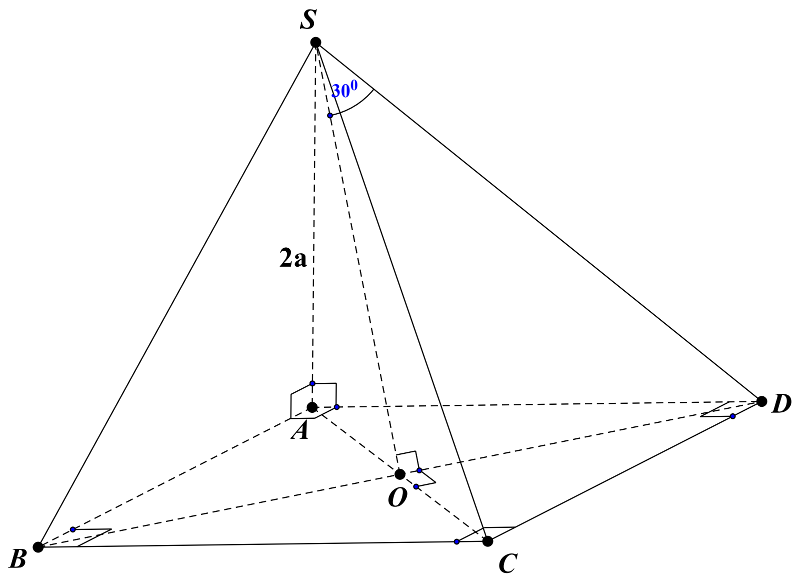
Mà $S_{ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$. Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SG.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{78}}{3}.\sqrt{3} = \frac{\sqrt{26}}{3}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Biết góc giữa SD và mặt phẳng (SAC) bằng $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow BD \perp AC$ tại O.
Mà $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BD$.

Do đó $BD \perp (SAC) \Rightarrow \widehat{(SD,(SAC))} = \widehat{DSO} = 30°$.

Giả sử $AB = x\,(x > 0) \Rightarrow AC = BD = \sqrt{AB^2 + BC^2} = x\sqrt{2}$

$\Rightarrow OC = OA = OB = OD = \frac{1}{2}AC = \frac{x\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 + AO^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{x^2}{2}}$.

Xét tam giác SOD có $\tan\widehat{DSO} = \frac{OD}{SO} \Leftrightarrow \tan 30° = \frac{\frac{x\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \frac{x^2}{2}}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\frac{x\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{4a^2 + \frac{x^2}{2}}}$

$\Leftrightarrow \sqrt{4a^2+\frac{x^2}{2}}=\frac{x\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow 4a^2+\frac{x^2}{2}=\frac{6x^2}{4} \Leftrightarrow x^2=4a^2 \Leftrightarrow x=2a$.

Khi đó $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{1}{2}.2a.2a=2a^2$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}=\frac{1}{3}.2a.2a^2=\frac{4a^3}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn:

$2\cos x.f(1+4\sin x)-\sin 2x.f(3-2\cos 2x)=\sin 4x+4\sin 2x-4\cos x, \forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$

Khi đó $\int\limits_1^3\left[f(2x-1)+2x\right]dx$ bằng

A. 0 **B.** 2 **C.** 8 **D.** 16

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$I=\int\limits_1^3\left[f(2x-1)+2x\right]dx=\int\limits_1^3 2xdx+\int\limits_1^3 f(2x-1)dx=\underbrace{\int\limits_1^3 f(2x-1)dx}_{I_1}+8$.

Đặt $t=2x-1\Rightarrow dt=2dx$.

Đổi cận $x=1\Rightarrow t=1; x=3\Rightarrow t=5$.

Suy ra: $I_1=\frac{1}{2}\int\limits_1^5 f(t)dt=\frac{1}{2}\int\limits_1^5 f(x)dx \qquad (*)$.

Xét $2\cos x.f(1+4\sin x)-\sin 2x.f(3-2\cos 2x)=\sin 4x+4\sin 2x-4\cos x$

Ta có:

Với $1+4\sin x=1\Rightarrow x=0;\ 1+4\sin x=5\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$

Với $3-2\cos 2x=1\Rightarrow x=0$; $3-2\cos 2x=5\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$.

Suy ra:

$$\underbrace{\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos x.f(1+4\sin x)dx}_{I_2}-\underbrace{\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.f(3-2\cos 2x)dx}_{I_3}=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin 4x+4\sin 2x-4\cos x)dx \qquad (1).$$

Xét I_2

Đặt $u=1+4\sin x\Rightarrow du=4\cos xdx\Rightarrow\frac{du}{2}=2\cos xdx$.

Đôi cận: $x=0\Rightarrow u=1;\ x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow u=5$

Suy ra: $I_2=\int_1^5 f(u)\dfrac{du}{2}=\dfrac{1}{2}\int_1^5 f(x)dx$

Xét $I_3=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x.f(3-2\cos 2x)dx$

Đặt $u=3-2\cos 2x\Rightarrow du=4\sin 2xdx\Rightarrow\dfrac{du}{4}=\sin 2xdx$.

Đôi cận: $x=0\Rightarrow u=1$; $x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow u=5$

Suy ra: $I_3=\int_1^5 f(u)\dfrac{du}{4}=\dfrac{1}{4}\int_1^5 f(x)dx$.

Thay vào (1) ta được: $\dfrac{1}{2}\int_1^5 f(x)dx+\dfrac{1}{4}\int_1^5 f(x)dx=0\Leftrightarrow\int_1^5 f(x)dx=0$.

Suy ra $I_1=0\Rightarrow I=I_1+8=0+8=8$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)=-x^7+(2m^2-3m)x^4+(2m^3-5m^2+3m)x^2+2022$. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng các phần tử của S bằng:

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{2}{5}$ **C.** $\dfrac{3}{2}$ **D.** $\dfrac{5}{2}$

Lời giải

Chọn C

$f(x)=-x^7+(2m^2-3m)x^4+(2m^3-5m^2+3m)x^2+2022$

$f'(x)=-7x^6+4(2m^2-3m)x^3+2(2m^3-5m^2+3m)x$

$=x\underbrace{\left[-7x^5+4(2m^2-3m)x^2+2(2m^3-5m^2+3m)\right]}_{g(x)}$

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow f'(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow g(x)=0$ có một nghiệm $x=0$.

$$\Rightarrow g(0)=0\Leftrightarrow 2m^3-5m^2+3m=0\Leftrightarrow m(m-1)(2m-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\\m=\dfrac{3}{2}.\end{array}\right..$$

Với $m=0\Rightarrow f'(x)=-7x^6\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (thỏa mãn).

Với $m=1\to f'(x)=x\left[-7x^5-4x^2\right]$ (loại).

Với $m=\dfrac{3}{2}\Rightarrow f'(x)=-7x^6\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$ (thỏa mãn).

Vậy $0+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -5 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $3\ln 2$ **B.** $\ln 2$ **C.** $\ln 15$ **D.** $2\ln 3$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$

$f'(x)=3x^2+2ax+b$

$f''(x)=6x+2a$

$f'''(x)=6$

Xét PT :

$$\frac{f(x)}{g(x)+6}=1 \Leftrightarrow g(x)+6-f(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+f'''(x)=0 \Leftrightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right.$$

(hàm $g(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1; x_2)

Suy ra diện tích bằng

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{f(x)}{g(x)+6}-1\right|dx=\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{g(x)+6-f(x)}{g(x)+6}\right|dx=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)}{g(x)+6}dx\right|=\left|\ln|g(x)+6|\Big|_{x_1}^{x_2}\right|$$

$$S=\left|\ln|g(x_2)+6|-\ln|g(x_1)+6|\right|=2\ln 3$$

Câu 42: Cho hình trụ có chiều cao bằng $4a$. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song

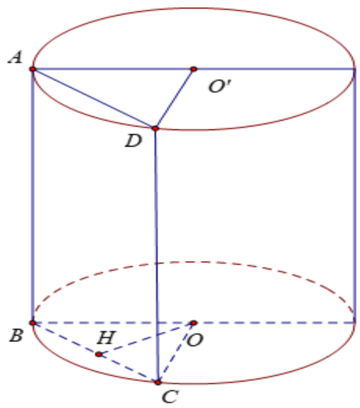
song với trục và cách trục một khoảng bằng $3a$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối

trụ đã cho bằng

A. $52\pi a^3$ **B.** $20\pi a^3$ **C.** $64\pi a^3$ **D.** $32\pi a^3$

Lời giải

Chọn A



Gọi thiết diện là hình vuông *ABCD*. Hạ *OH* vuông góc với *BC*. Ta có khoảng cách từ trục đến thiết diện là đoạn *OH*

Xét tam giác *OHB*, ta có $r = OB = \sqrt{HB^2 + OH^2} = \sqrt{4a^2 + 9a^2} = a\sqrt{13}$

Thể tích khối trụ là $V = \pi . r^2 h = 52\pi a^3$.

Câu 43: Có bao nhiêu số phức z với phần thực là số nguyên để số phức $w = (\overline{z} - 2i)(z - 2)$ là số ảo

A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = x + yi, \left(x, y \in \mathbb{R}\right)$.

$w = (\overline{z} - 2i)(z - 2) = \left(x - yi - 2i\right)\left(x + yi - 2\right) = \left(x - \left(y + 2\right)i\right)\left(x - 2 + yi\right)$

$\Rightarrow w = x\left(x - 2\right) + y\left(y + 2\right) + mi, \left(m \in \mathbb{R}\right)$.

Để w là số thuần ảo $\Rightarrow x\left(x - 2\right) + y\left(y + 2\right) = 0 \Leftrightarrow \left(x - 1\right)^2 + \left(y + 1\right)^2 = 2$.

$\Rightarrow \left(y + 1\right)^2 = 2 - \left(x - 1\right)^2 \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x - 1 \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow 1 - \sqrt{2} \leq x \leq 1 + \sqrt{2}$.

Do $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = 0, x = 1, x = 2$. Với mỗi x có 2 giá trị y nên có 6 số phức z thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập R, biết $f'(x) = x^{2022}(x - 2)^{2021}\left(x^2 - 8x + m^2 - 3m - 4\right)$, $\forall x \in R$. Gọi **S** là tập tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị. Số phần tử của S là:

A. 7. **B.** 6 **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$f'(x) = x^{2022}(x - 2)^{2021}\left(x^2 - 8x + m^2 - 3m - 4\right) = x^{2022}(x - 2)^{2020}\left(x - 2\right)\left(x^2 - 8x + m^2 - 3m - 4\right)$.

Để hàm số $y = g\left(x\right) = f\left(\left|x\right|\right)$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ có 2 cực trị dương.

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x^2-8x+m^2-3m-4=0(1) \end{array}\right.$

Có $x=0$ là nghiệm bội 2, $x=2$ là nghiệm đơn.

Vậy $x^2-8x+m^2-3m-4=0(1)$ có hai nghiệm phân biệt, có một nghiệm dương $x \neq 2$, có một nghiệm $x \leq 0$

Trường hợp 1: Có nghiệm $x=0$ khi đó $m^2-3m-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=4 \end{array}\right.$

Với $m=-1$, $m=4$ ta được $x^2-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=8 \end{array}\right.$ (TM)

Trường hợp 2: $x^2-8x+m^2-3m-4=0(1)$ có hai nghiệm phân biệt, có một nghiệm dương $x \neq 2$, có một nghiệm âm điều kiện tương đương

$$\begin{cases} m^2-3m-4<0 \\ 2^2-8.2+m^2-3m-4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<4 \\ m^2-3m-16 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<4 \\ m \neq \dfrac{3 \pm \sqrt{73}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1<m<4.$$

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m=0, m=1, m=2, m=3$.

Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 45: Có bao nhiêu giá trị nguyên y sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn

$$\log_4\left(\sqrt{x^2+3^y}-x\right).\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}+x\right)=y^2-7y?$$

A. 8. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét: $\left(\sqrt{x^2+3^y}-x\right)\left(\sqrt{x^2+3^y}+x\right)=3^y$

Suy ra $\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}-x\right)+\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}+x\right)=y$ (1)

Phương trình đã cho $\log_4 3.\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}-x\right).\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}+x\right)=y^2-7y$

Suy ra $\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}-x\right).\log_3\left(\sqrt{x^2+3^y}+x\right)=\left(y^2-7y\right).\log_3 4$ (2)

$(1),(2)$ theo yêu cầu bài toán ta cần $y^2-4.\log_3 4\left(y^2-7y\right) \geq 0$

$$\Leftrightarrow \left(1-4\log_3 4\right).y^2+\left(28\log_3 4\right)y \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \frac{28\log_3 4}{\underbrace{4\log_3 4-1}_{\approx 8,73}}.$$

Do $y \in \mathbb{Z} \Rightarrow y \in \{0;1;2;...;8\}$.

Câu 46: Cho phương trình $\log_3 \dfrac{2x-1}{27x^2-54x+9m} = 3x^2-8x+m-1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. Tổng các phần tử của S bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Do ta xét nghiệm của phương trình thỏa $x > \dfrac{1}{2} \Rightarrow 2x-1>0$ nên $27x^2-54x+9m>0$.

Đặt $\begin{cases} T = 2x-1 \\ M = 27x^2-54x+9m = 9\left(3x^2-6x+m\right) \end{cases}$

Khi đó phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_3 \dfrac{T}{M} = \dfrac{M}{9} - T - 2 \Leftrightarrow \log_3 \dfrac{9T}{M} = \dfrac{M}{9} - T$

$\Leftrightarrow \log_3 9T + T = \log_3\left[9\left(\dfrac{M}{9}\right)\right] + \left(\dfrac{M}{9}\right)$ (*)

Xét hàm $f(t) = \log_3 t + \dfrac{t}{9}$ với $t>0$. Dễ dàng chứng minh $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Do đó (*) $\Leftrightarrow T = \dfrac{M}{9} \Leftrightarrow 3x^2-8x+m+1=0 \Leftrightarrow m = \underbrace{-3x^2+8x-1}_{g(x)}, \ \forall x > \dfrac{1}{2}$

Ta có: $g'(x) = -6x+8$. Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow x = \dfrac{4}{3} \in \left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ ta có:

x	$\frac{1}{2}$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$g(x)$	$\frac{9}{4}$	$\nearrow$	$\frac{13}{3}$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{9}{4} < m < \dfrac{13}{3}$.

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{3;4\}$.

Vậy tổng phần tử của tập S là $3+4=7$.

Câu 47: Cho $\int\limits_{-2}^{2} f(\sqrt{x^2+5}-x)dx = 1, \int\limits_{1}^{5} \dfrac{f(x)}{x^2}dx = 3$. Giá trị của $\int\limits_{1}^{5} f(x)dx$ bằng:

A. 13. **B.** −13. **C.** 16. **D.** −16.

Lời giải

Chọn B

- Xét $I = \int_{-2}^{2} f(\sqrt{x^2+5}-x)dx = 1$

Đặt $t = \sqrt{x^2+5}-x$

$\Leftrightarrow t + x = \sqrt{x^2+5} \Rightarrow (t+x)^2 = x^2+5 \Leftrightarrow t^2+2xt+x^2 = x^2+5$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{5-t^2}{2t} \Rightarrow dx = -\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2t^2}\right)dt$

Khi $x=-2 \Rightarrow t=5, x=2 \Rightarrow t=1$

Ta có $I = \int_{1}^{5} f(t)\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2t^2}\right)dt = \int_{1}^{5} f(x)\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2x^2}\right)dx = 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\int_{1}^{5} f(x)dx + \dfrac{5}{2}\int_{1}^{5} \dfrac{f(x)}{x^2}dx = 1$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\int_{1}^{5} f(x)dx = 1 - \dfrac{5}{2}.3 = -\dfrac{13}{2}$

$\Rightarrow \int_{1}^{5} f(x)dx = -13$

Câu 48: Có bao nhiên giá trị của tham số a thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y = ax^4+3x^2+cx$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ tại $x=1$

A. 11. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$y = f(x) = ax^4+3x^2+cx$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ tại $x=1 \Rightarrow f'(1)=0$

$f'(x) = 4ax^3+6x+c$

$\Rightarrow f'(1) = 4a+6+c = 0 \Rightarrow c = -4a-6$

$\Rightarrow 4ax^3+6x-4a-6=0$

$\Leftrightarrow 4a(x^3-1)+6(x-1)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)[4a(x^2+x+1)+6]=0$

Để $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;4]$ tại $x=1$

$\Rightarrow 4ax^2+4ax+4a+6=0$ vô nghiệm

$\Delta' = 4a^2-4a(4a+6)<0$

$\Leftrightarrow a^2+2a>0$

$\Rightarrow a<-2$ hoặc $a>0$

$f(4)>f(1) \Leftrightarrow 256a+48+4(-4a-6) > a+3+(-4a-6) \Rightarrow a > \dfrac{-1}{9}$

$f(0)>f(1) \Leftrightarrow 0 > a+3+(-4a-6) \Rightarrow a > -1$

Kết hợp với điều kiện $m = \{1;2;3...10\}$ có 10 giá trị $\Rightarrow$ chọn **B**

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;2), B(-1;0;4), C(0;-1;3)$ và điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=1$. Biểu thức $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a+b+c$ bằng:

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

$(S): x^2+y^2+(z-1)^2=1$ có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R=1$ và $G(0;0;3)$ là trọng tâm tam giác ABC.

$$MA^2+MB^2+MC^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2+\overrightarrow{MC}^2=3\overrightarrow{MG}^2+2\overrightarrow{MG}\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)+\overrightarrow{GA}^2+\overrightarrow{GB}^2+\overrightarrow{GC}^2$$

Với G là trọng tâm tam giác ABC thì $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ và $\overrightarrow{GA}^2+\overrightarrow{GB}^2+\overrightarrow{GC}^2$ không đổi nên $MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MG đạt giá trị nhỏ nhất hay M là giao điểm của GI và mặt cầu (S) và nằm giữa I,G.

Ta có $IG:\begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=t\end{cases}\Rightarrow M(0;0;t)\in(S)\Rightarrow\left[\begin{array}{ll}t=2 & (n)\\ t=0 & (l)\end{array}\right.\Rightarrow M(0;0;2)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{1-z}{2}, d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Đường thẳng d đi qua A, cắt d_2 và vuông d_1. Mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng d. Biết mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;1)$. Biểu thức $a+b+1$ bằng

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B=d\cap d_2\Rightarrow B(2+t;-1-t;1+t)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(t+1;-t;t-2)$

Do $d\perp d_1\Rightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0\Leftrightarrow t+1+4(-t)-2(t-2)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2;-1;-1)$

Do $A,B,O\in(P)\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OA}\right]=(4;7;1)$.