

SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ



KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH

LỚP 12 THPT - NĂM HỌC 2019 - 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 05 trang - 50 câu trắc nghiệm

NHÓM TOÁN VD – VDC

NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $(-1; 2; 3)$. B. $(3; 1; -2)$. C. $(-3; 1; -2)$. D. $(3; -1; -2)$.

Câu 2. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là

- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $y = -2$. C. $x = -2$. D. $y = 2$.

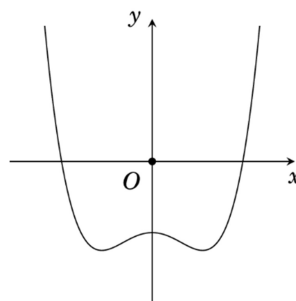
Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- A. C_6^3 . B. $3!$. C. 6^3 . D. A_6^3 .

Câu 4. Cho khối trụ có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $r = 2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 72π . B. 8π . C. 12π . D. 24π .

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = -x^3 + x^2 - 1$. B. $y = x^4 - x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + x^2 - 1$. D. $y = x^3 - x^2 - 1$.

Câu 6. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A. $F(x) = 2x^2 + x$. B. $F(x) = x^2 + x$. C. $F(x) = 2$. D. $F(x) = x^2 + 1$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	1	-2	3	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 0. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log(x+1) = 1$ là

- A. $x = 10$. B. $x = 0$. C. $x = 9$. D. $x = e - 1$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(0; 2)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 5)$.
- Câu 10.** Cho số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Điểm biểu diễn của số phức $z_1 + z_2$ là điểm nào dưới đây?
- A. $M(3; 1)$. B. $Q(-3; -1)$. C. $P(3; -1)$. D. $N(-3; 1)$.
- Câu 11.** Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 8a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng
- A. $8a^3$. B. $48a^3$. C. $16a^3$. D. $24a^3$.
- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 4 = 0$. Tâm (S) có tọa độ là
- A. $(2; -3; 2)$. B. $(2; 3; 0)$. C. $(2; -3; 0)$. D. $(4; -6; 4)$.
- Câu 13.** Cho $a; b$ là hai số thực dương tùy ý $\log_2(ab)$ bằng
- A. $a \log_2 b$. B. $b \log_2 a$. C. $\log_2 a + \log_2 b$. D. $\log_2 a \cdot \log_2 b$.
- Câu 14.** Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x \leq 2$ là
- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.
- Câu 15.** Nếu $\int_1^4 f(x)dx = -2$ và $\int_1^4 g(x)dx = -6$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng
- A. 8. B. -8. C. -4. D. 4.
- Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-2; 1; -1)$ trên trục Ox có tọa độ là
- A. $(2; 0; 0)$. B. $(0; 1; -1)$. C. $(-2; 0; 0)$. D. $(-2; 1; 0)$.
- Câu 17.** Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là
- A. $\bar{z} = -1 - 2i$. B. $\bar{z} = 2 - i$. C. $\bar{z} = 1 + 2i$. D. $\bar{z} = 2 + i$.
- Câu 18.** Cho khối cầu có bán kính $R = 5$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng
- A. $\frac{500\pi}{3}$. B. 100π . C. $\frac{250\pi}{3}$. D. 25π .
- Câu 19.** Tập xác định của hàm số $y = x^{-\sqrt{3}}$ là
- A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $[0; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.
- Câu 20.** Cho hình nón có diện tích xung quanh $S_{xq} = 4\pi a^2$ và diện tích đáy bằng $3\pi a^2$. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng
- A. $11\pi a^2$. B. $7\pi a^2$. C. $10\pi a^2$. D. $12\pi a^2$.
- Câu 21.** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3$, công sai $d = -2$. Số hạng u_1 bằng
- A. 5. B. 1. C. -6. D. -1.
- Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z + 10 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?
- A. $M(2; 2; -3)$. B. $N(1; 2; -3)$. C. $P(3; -2; 4)$. D. $Q(2; -1; 3)$.
- Câu 23.** Thể tích khối hộp chữ nhật có độ dài ba kích thước lần lượt là 3, 4, 6 bằng
- A. 72. B. 24. C. 12. D. 18.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-3	2	$-\infty$

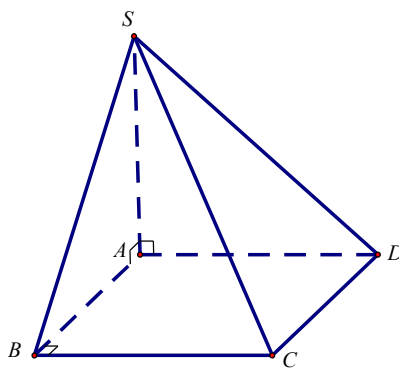
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -3 . B. -1 . C. 1 . D. 2 .

Câu 25. Môđun của số phức $z = 3 - i$ bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. 10 .

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 27. Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên $[1; 3]$ bằng

- A. $\frac{65}{3}$. B. 20 . C. 6 . D. $\frac{52}{3}$.

Câu 28. Cho a, b, c là ba số thực dương, khác 1 và thỏa mãn $\frac{1}{\log_a c^2} + \frac{1}{\log_b c^3} = \frac{1}{6}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a^3 b^4 = 1$. B. $a^3 + b^4 = c$. C. $a^3 b^2 = c$. D. $a^3 b^4 = c$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{9^x} + \frac{2}{3^x} - 3 > 0$ là

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-\infty; 0]$. D. $[0; +\infty)$.

Câu 30. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $y = -2$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A. $S = \pi \int_0^1 (x^2 - 1) dx$. B. $S = \int_0^1 (x^2 - 1) dx$. C. $S = \int_0^1 (x^2 + 3) dx$. D. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 3) dx$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 5 = 0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua tâm của (S) và

vuông góc với (α) là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{-1}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 32. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $AD = a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD . Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh MN tạo thành một hình trụ. Thể tích của khối trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^3}{2}$.

B. πa^3 .

C. $2\pi a^3$.

D. $4\pi a^3$.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m^2 = 0$ có nghiệm phức z thỏa mãn $|z| = 2$?

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 34. Xét $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$, nếu đặt $u = \ln x$ thì $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$ bằng

A. $\int_0^1 u du$.

B. $-\int_0^1 u^2 du$.

C. $\int_1^e u^2 du$.

D. $\int_0^1 u^2 du$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + 2z - 6 = 0$

. Tọa độ giao điểm của d và (α) là

A. $(3; 1; 2)$.

B. $(-1; 3; 8)$.

C. $(0; 2; 6)$.

D. $(5; 0; -1)$.

Câu 36. Biết đồ thị hàm số $y = (x-1)^2(x-5)$ cắt trục hoành tại hai điểm A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 36.

B. 16.

C. 4.

D. 6.

Câu 37. Một đội văn nghệ của trường gồm 6 học sinh nam, trong đó có một bạn tên An và 4 học sinh nữ, trong đó có một bạn tên Bình. Xếp ngẫu nhiên đội văn nghệ thành một hàng ngang để biểu diễn tiết mục đồng ca. Xác suất để giữa hai bạn nữ liên tiếp có đúng hai bạn nam đồng thời An luôn đứng cạnh Bình bằng

A. $\frac{1}{1260}$.

B. $\frac{1}{840}$.

C. $\frac{1}{210}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 38. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = -2 + i$. Phần ảo của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

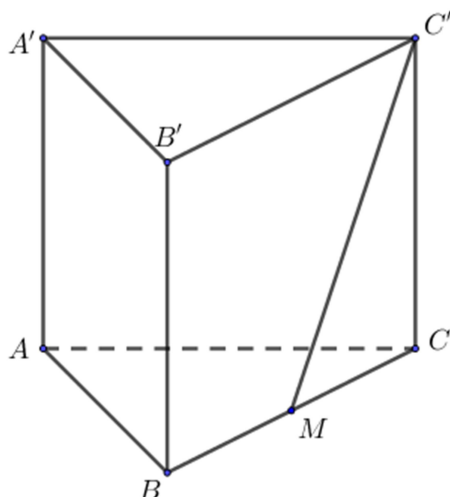
A. $\frac{-7}{5}$.

B. $\frac{-4}{5}i$.

C. $\frac{-7}{5}i$.

D. $\frac{-4}{5}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A , $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'M$ và AB bằng

- A. $\frac{2a\sqrt{66}}{11}$. B. $\frac{a\sqrt{66}}{22}$. C. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. D. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 3x + 2)(x + 2)^3(x - 2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$?

- A. 2018. B. 2021. C. 2022. D. 2020.

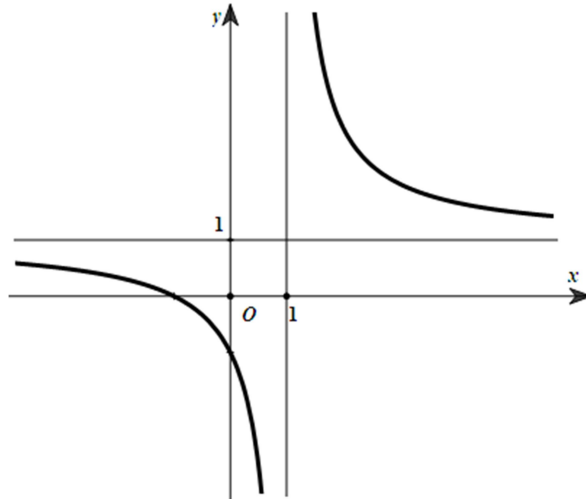
Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 2 & \text{khi } 0 \leq x < 2 \\ -x + 5 & \text{khi } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$. Khi đó $\int_1^{e^2} \frac{f(\ln x)}{x} dx + \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{6}} xf(\sqrt{x^2 + 1}) dx$ bằng

- A. $\frac{37}{2}$. B. 5. C. $\frac{19}{2}$. D. $\frac{27}{2}$.

Câu 43. Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O , chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua S và cắt đường tròn đáy tại A, B sao cho $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Biết rằng khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $6\pi a^2$. B. $4\sqrt{14}\pi a^2$. C. $12\pi a^2$. D. $6\sqrt{14}\pi a^2$.

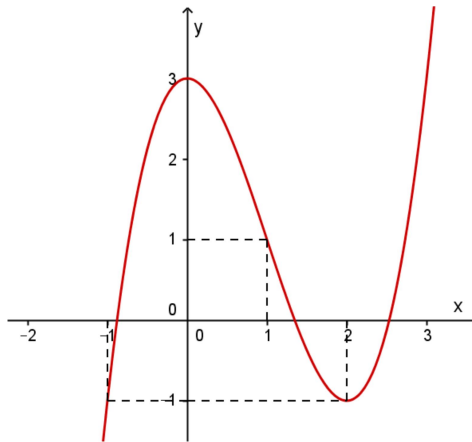
Câu 44. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax + b}{x - c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ



Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right)$ của phương trình $f^2(\sin x) - 5|f(\sin x)| + 6 = 0$

- A. 13. B. 7. C. 12. D. 9.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho $\max_{[0;2]} |f(x)| < 3 \min_{[0;2]} |f(x)|$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 63. B. 51. C. 195. D. 23.

Câu 47. Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{x-3y} = b^{x+3y} = \sqrt[3]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 6y - 1$ bằng

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_3(7x^2 + 7) \geq \log_3(mx^2 + 4x + m)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 49. Cho khối hộp $ACBD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12. Gọi $M; N; P$ lần lượt là trung điểm của $AB; AC'; BB'$. Thể tích khối $CMNP$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{5}{48}$.

D. $\frac{7}{4}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $3^{x-1} = \log_{27}(x+3m) + m$ có nghiệm $x \in [-1; 6]$

A. 241.

B. 242.

C. 723.

D. 724.

---HẾT---

SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ



KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH

LỚP 12 THPT - NĂM HỌC 2019 - 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 05 trang - 50 câu trắc nghiệm

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	D	D	B	B	D	C	A	A	D	C	C	D	A	C	A	A	D	B	A	A	A	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	C	B	C	A	B	C	D	B	C	B	A	D	B	C	A	D	D	A	A	C	B	B	A

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $(-1; 2; 3)$. B. $(3; 1; -2)$. C. $(-3; 1; -2)$. D. $(3; -1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (3; 1; -2)$.

Câu 2. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$ là

- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $y = -2$. C. $x = -2$. D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$.

Vậy $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

- A. C_6^3 . B. $3!$. C. 6^3 . D. A_6^3 .

Lời giải

Chọn D

Gọi số số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau là $\overline{abc}$.

Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau được lập từ 6 số đã cho là A_6^3 .

Câu 4. Cho khối trụ có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $r = 2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

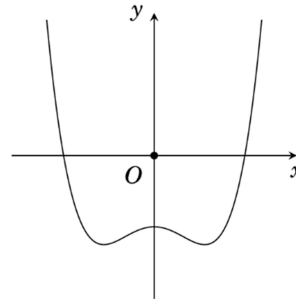
- A. 72π . B. 8π . C. 12π . D. 24π .

Lời giải

Chọn D

$V = \pi r^2 h = 24\pi$.

Câu 5. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = -x^3 + x^2 - 1$. B. $y = x^4 - x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + x^2 - 1$. D. $y = x^3 - x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị trong hình bên là hàm trùng phương với hệ số $a > 0$ và có ba điểm cực trị.

Câu 6. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là

- A. $F(x) = 2x^2 + x$. B. $F(x) = x^2 + x$. C. $F(x) = 2$. D. $F(x) = x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int (2x + 1)dx = x^2 + x + C$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y		1		3	

$-\infty \xrightarrow{\quad} 1 \xrightarrow{\quad} -2 \xrightarrow{\quad} 3 \xrightarrow{\quad} -\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 0. B. 4. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$. Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm

số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$. Ta thấy $1 < \frac{3}{2} < 3$ nên phương trình có 2 nghiệm.

Câu 8. Nghiệm của phương trình $\log(x+1) = 1$ là

- A. $x = 10$. B. $x = 0$. C. $x = 9$. D. $x = e - 1$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Ta có: $\log(x+1) = 1 \Leftrightarrow \log(x+1) = \log 10 \Leftrightarrow x+1 = 10 \Leftrightarrow x = 9$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(0; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 10. Cho số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Điểm biểu diễn của số phức $z_1 + z_2$ là điểm nào dưới đây?

A. $M(3; 1)$.

B. $Q(-3; -1)$.

C. $P(3; -1)$.

D. $N(-3; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z_1 + z_2 = 2 - i + 1 + 2i = 3 + i$. Vậy điểm biểu diễn của số phức $z_1 + z_2$ là điểm $M(3; 1)$.

Câu 11. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 8a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$.

B. $48a^3$.

C. $16a^3$.

D. $24a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp đã cho bằng: $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.6a^2.8a = 24a^3$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 4 = 0$. Tâm (S) có tọa độ là

A. $(2; -3; 2)$.

B. $(2; 3; 0)$.

C. $(2; -3; 0)$.

D. $(4; -6; 4)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 4 = 0$ có tâm $I(2; -3; 0)$.

Câu 13. Cho $a; b$ là hai số thực dương tùy ý $\log_2(ab)$ bằng

A. $a \log_2 b$.

B. $b \log_2 a$.

C. $\log_2 a + \log_2 b$.

D. $\log_2 a \cdot \log_2 b$.

Lời giải

Chọn C

$\log_2(ab) = \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 14. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x \leq 2$ là

A. 2.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$\log_2 x \leq 2 \Leftrightarrow 0 < x \leq 4$. Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Vậy bất phương trình đã cho có bốn nghiệm nguyên.

Câu 15. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = -2$ và $\int_1^4 g(x)dx = -6$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. 8.

B. -8.

C. -4.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx = \int_1^4 f(x)dx - \int_1^4 g(x)dx = -2 - (-6) = 4$$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(-2; 1; -1)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(2; 0; 0)$.

B. $(0; 1; -1)$.

C. $(-2; 0; 0)$.

D. $(-2; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $A(-2;1;-1)$ trên trục Ox có tọa độ là $(-2;0;0)$.

Câu 17. Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là

- A.** $\bar{z} = -1 - 2i$. **B.** $\bar{z} = 2 - i$. **C.** $\bar{z} = 1 + 2i$. **D.** $\bar{z} = 2 + i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là $\bar{z} = -1 - 2i$.

Câu 18. Cho khối cầu có bán kính $R = 5$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A.** $\frac{500\pi}{3}$. **B.** 100π . **C.** $\frac{250\pi}{3}$. **D.** 25π .

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(5)^3 = \frac{500\pi}{3}$.

Câu 19. Tập xác định của hàm số $y = x^{-\sqrt{3}}$ là

- A.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x > 0$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (0; +\infty)$.

Câu 20. Cho hình nón có diện tích xung quanh $S_{xq} = 4\pi a^2$ và diện tích đáy bằng $3\pi a^2$. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

- A.** $11\pi a^2$. **B.** $7\pi a^2$. **C.** $10\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = S_{xq} + S_{day} = 4\pi a^2 + 3\pi a^2 = 7\pi a^2$.

Câu 21. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3$, công sai $d = -2$. Số hạng u_1 bằng

- A.** 5. **B.** 1. **C.** -6. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_1 = u_2 - d = 5$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z + 10 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A.** $M(2; 2; -3)$. **B.** $N(1; 2; -3)$. **C.** $P(3; -2; 4)$. **D.** $Q(2; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm M vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 + 4(-3) + 10 = 0$.

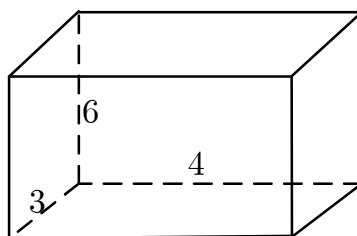
Suy ra: $M \in (P)$.

Câu 23. Thể tích khối hộp chữ nhật có độ dài ba kích thước lần lượt là 3, 4, 6 bằng

- A.** 72. **B.** 24. **C.** 12. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A



Thể tích khối hộp chữ nhật có độ dài ba kích thước lần lượt là 3, 4, 6 bằng: $3.4.6 = 72$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-3	2	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -3 .

B. -1 .

C. 1 .

D. 2 .

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có: hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=0$, giá trị cực tiểu là $f(0) = -3$.

Câu 25. Môđun của số phức $z = 3 - i$ bằng

A. $\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{10}$.

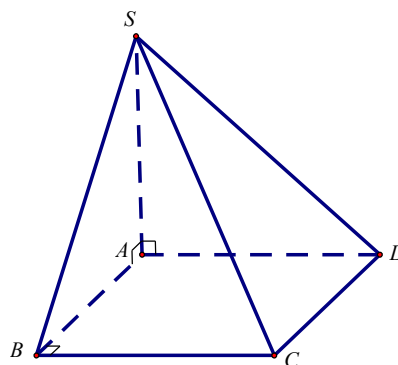
D. 10 .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $|z| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C

Ta có $(SBC) \cap (ABCD) = BC$. Do $ABCD$ là hình vuông suy ra $AB \perp BC$ (1) mà AB là hình chiếu vuông góc của SB lên $(ABCD)$ nên $SB \perp BC$ (2). Từ (1) và (2) suy ra góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SBA}$ (do tam giác $\triangle SAB$ vuông tại A).

Ta có $\tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \sqrt{3}$. Suy ra $\widehat{SBA} = 60^\circ$. Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° .

Câu 27. Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên $[1; 3]$ bằng

A. $\frac{65}{3}$.

B. 20.

C. 6.

D. $\frac{52}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$ (I).

Ta có $f(1) = 5$; $f(2) = 4$; $f(3) = \frac{13}{3}$. Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[1; 3]$ bằng 4 và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[1; 3]$ bằng 5. Vậy tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên $[1; 3]$ bằng 20.

Câu 28. Cho a, b, c là ba số thực dương, khác 1 và thỏa mãn $\frac{1}{\log_a c^2} + \frac{1}{\log_b c^3} = \frac{1}{6}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^3 b^4 = 1$.

B. $a^3 + b^4 = c$.

C. $a^3 b^2 = c$.

D. $a^3 b^4 = c$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{1}{\log_a c^2} + \frac{1}{\log_b c^3} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{2 \log_a c} + \frac{1}{3 \log_b c} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{\log_c a}{2} + \frac{\log_c b}{3} = \frac{1}{6}$
 $\Leftrightarrow 3 \log_c a + 2 \log_c b = 1 \Leftrightarrow \log_c a^3 + \log_c b^2 = 1 \Leftrightarrow \log_c a^3 b^2 = 1 \Leftrightarrow a^3 b^2 = c$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{9^x} + \frac{2}{3^x} - 3 > 0$ là

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $(-\infty; 0]$.

D. $[0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{1}{9^x} + \frac{2}{3^x} - 3 > 0 \Leftrightarrow -3 \cdot 9^x + 2 \cdot 3^x + 1 > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{3} < 3^x < 1 \Leftrightarrow 3^x < 1 \Leftrightarrow x < 0$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = (-\infty; 0)$.

Câu 30. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $y = -2$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (x^2 - 1) dx$.

B. $S = \int_0^1 (x^2 - 1) dx$.

C. $S = \int_0^1 (x^2 + 3) dx$.

D. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 3) dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S = \int_0^1 |x^2 + 1 - (-2)| dx = \int_0^1 |x^2 + 3| dx = \int_0^1 (x^2 + 3) dx$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z - 5 = 0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua tâm của (S) và vuông góc với (α) là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+2}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$ có tâm là $I(1; -2; -1)$.

Mặt phẳng (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với (α) nên d nhận $\vec{n} = (2; -1; 2)$ làm vectơ chỉ phương.

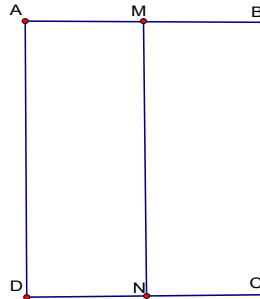
Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng d là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 32. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $AD = a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và CD . Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh MN tạo thành một hình trụ. Thể tích của khối trụ đó bằng

A. $\frac{\pi a^3}{2}$. **B.** πa^3 . **C.** $2\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Khối trụ cần tìm có bán kính $r = \frac{AB}{2} = a$, chiều cao $h = AD = a$.

Vậy thể tích của khối trụ đó là $V = \pi r^2 h = \pi a^2 a = \pi a^3$.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m^2 = 0$ có nghiệm phức z thỏa mãn $|z| = 2$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z^2 - 2z + 1 - m^2 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z-1 = m \\ z-1 = -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1+m \\ z = 1-m \end{cases}$.

Với $z = 1 + m$, vì $|z| = 2$ nên $|1 + m| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + m = 2 \\ 1 + m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \text{ (TM)} \\ m = -3 \text{ (l)} \end{cases}$.

Với $z = 1 - m$, vì $|z| = 2$ nên $|1 - m| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m = 2 \\ 1 - m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \text{ (l)} \\ m = 3 \text{ (TM)} \end{cases}$.

Vậy ta có $m = 1$ và $m = 3$ thỏa mãn bài toán.

Câu 34. Xét $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$, nếu đặt $u = \ln x$ thì $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$ bằng

A. $\int_0^1 u du$.

B. $-\int_0^1 u^2 du$.

C. $\int_1^e u^2 du$.

D. $\int_0^1 u^2 du$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = \ln x$, ta có $du = \frac{1}{x} dx$.

Khi $x = 1$ thì $u = 0$, khi $x = e$ thì $u = 1$.

Vậy $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx = \int_0^1 u^2 du$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 3y + 2z - 6 = 0$

. Tọa độ giao điểm của d và (α) là

A. $(3; 1; 2)$.

B. $(-1; 3; 8)$.

C. $(0; 2; 6)$.

D. $(5; 0; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm của d và (α) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 3t \\ x - 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ x = -1 \\ y = 3 \\ z = 8 \end{cases}$

Vậy tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α) là $(-1; 3; 8)$.

Câu 36. Biết đồ thị hàm số $y = (x - 1)^2(x - 5)$ cắt trục hoành tại hai điểm A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 36.

B. 16.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $(x - 1)^2(x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 5 \end{cases}$.

Với $x = 1 \Rightarrow A(1; 0)$, với $x = 5 \Rightarrow B(5; 0)$

Vậy độ dài đoạn $AB = 4$.

Câu 37. Một đội văn nghệ của trường gồm 6 học sinh nam, trong đó có một bạn tên An và 4 học sinh nữ, trong đó có một bạn tên Bình. Xếp ngẫu nhiên đội văn nghệ thành một hàng ngang để biểu

diễn tiết mục đồng ca. Xác suất để giữa hai bạn nữ liên tiếp có đúng hai bạn nam đồng thời An luôn đứng cạnh Bình bằng

A. $\frac{1}{1260}$.

B. $\frac{1}{840}$.

C. $\frac{1}{210}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu: $|\Omega| = 10!$.

Biến cố A là: xếp 10 học sinh sao cho để giữa hai bạn nữ liên tiếp có đúng hai bạn nam đồng thời An luôn đứng cạnh Bình.

Đánh số thứ tự vị trí đứng từ 1 đến 10.

Vì để giữa hai bạn nữ liên tiếp có đúng hai bạn nam đứng nên nữ phải đứng ở các vị trí 1, 4, 7, 10 và nam đứng ở các vị trí 2, 3, 5, 6, 8, 9.

Trường hợp 1: Bình đứng vị trí 1

Khi đó An bắt buộc phải đứng vị trí 2 nên An có 1 cách đứng.

Xếp 3 nữ còn lại và 5 nam còn lại vào vị trí: $5!.3!$ cách.

$\Rightarrow 5!.3!$ cách xếp 10 học sinh theo yêu cầu bài toán

Trường hợp 2: Bình đứng vị trí 10, tương tự như trường hợp 1 cũng có $5!.3!$ cách xếp 10 học sinh theo yêu cầu bài toán

Trường hợp 3: Bình đứng vị trí 4

Khi đó An có 2 cách chọn vị trí là vị trí 3 hoặc 5.

Xếp 3 nữ còn lại và 5 nam còn lại vào vị trí: $5!.3!$ cách.

$\Rightarrow 2.5!.3!$ cách xếp 10 học sinh theo yêu cầu bài toán.

Trường hợp 4: Bình đứng vị trí 7, tương tự như trường hợp 3 ta cũng có $2.5!.3!$ cách xếp 10 học sinh theo yêu cầu bài toán.

$$\Rightarrow |A| = (5!.3!).2 + (2.5!.3!).2 = 4320.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{4320}{10!} = \frac{1}{840}.$$

Câu 38. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = -2 + i$. Phần ảo của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

A. $\frac{-7}{5}$.

B. $\frac{-4}{5}i$

C. $\frac{-7}{5}i$

D. $\frac{-4}{5}$

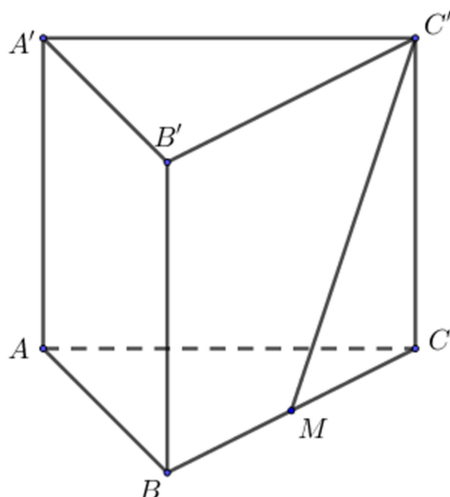
Lời giải

Chọn A

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{3+2i}{-2+i} = \frac{-4}{5} - \frac{7}{5}i.$$

Phần ảo của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng $\frac{-7}{5}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $\widehat{BAC} = 120^\circ$, $AB = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng $C'M$ và AB bằng

A. $\frac{2a\sqrt{66}}{11}$.

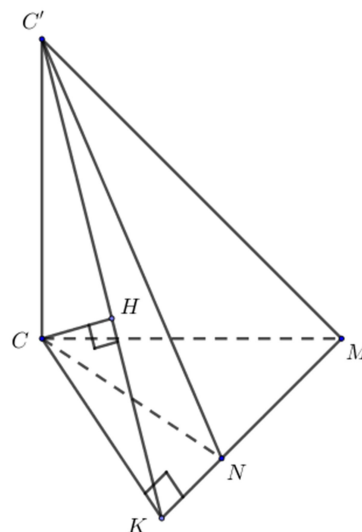
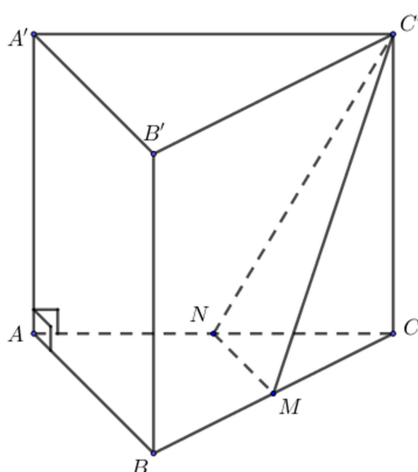
B. $\frac{a\sqrt{66}}{22}$.

C. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$.

D. $\frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi N là trung điểm của AC , ta có $MN \parallel AB$ (vì M là trung điểm của BC).

$$\Rightarrow AB \parallel (C'MN) \Rightarrow d(AB, C'M) = d(AB, (C'MN)) = d(B, (C'MN)) = d(C, (C'MN))$$

Trong tam giác CMN , kẻ $CK \perp MN$

$$\text{Ta có } \widehat{CNM} = \widehat{CAB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{CNK} = 60^\circ; NC = \frac{1}{2}AC = a$$

$$\text{Xét } \triangle CKN \text{ vuông tại } K, \text{ ta có } CK = CN \cdot \sin \widehat{CNK} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Trong } \triangle CKC', \text{ kẻ } CH \perp C'K. \text{ Ta có } \begin{cases} MK \perp CK \\ MK \perp CC' \end{cases} \Rightarrow MK \perp (CC'K) \Rightarrow MK \perp CH$$

$$\Rightarrow CH \perp (C'MN) \Rightarrow d(C, (C'MN)) = CH.$$

Trong tam giác $C'CK$ vuông tại C , ta có $CH = \frac{CK \cdot CC'}{\sqrt{CK^2 + CC'^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (a\sqrt{2})^2}} = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Vậy $d(AB, C'M) = \frac{a\sqrt{66}}{11}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 3x + 2)(x + 2)^3(x - 2)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = (x^2 - 3x + 2)(x + 2)^3(x - 2) = (x - 1)(x + 2)^3(x - 2)^2$.

Nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = -2$ và $x = 1$.

Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$?

A. 2018.

B. 2021.

C. 2022.

D. 2020.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \cos x$, khi $x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ thì $t \in \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

Hàm số đã cho trở thành $y = \frac{t - 2}{t - m}$, ta có $y' = \frac{2 - m}{(t - m)^2}$, $\forall t \neq m$.

Vì $t' = -\sin x < 0$, $\forall x \in \left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$ khi và chỉ

khi hàm số $y = \frac{t - 2}{t - m}$ đồng biến trên $\left(\frac{1}{2}; 1\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - m > 0 \\ m \notin \left(\frac{1}{2}; 1\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \leq \frac{1}{2} \Rightarrow m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [1; 2) \\ m \geq 1 \end{cases}$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-2020; 2020]$ nên có 2022 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + 2 & \text{khi } 0 \leq x < 2 \\ -x + 5 & \text{khi } 2 \leq x \leq 5 \end{cases}$. Khi đó $\int_1^{e^2} \frac{f(\ln x)}{x} dx + \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{6}} xf(\sqrt{x^2 + 1}) dx$ bằng

A. $\frac{37}{2}$.

B. 5.

C. $\frac{19}{2}$.

D. $\frac{27}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$+) I_1 = \int_1^{e^2} \frac{f(\ln x)}{x} dx = \int_1^{e^2} f(\ln x) d(\ln x) \Leftrightarrow I_1 = \int_0^2 f(u) du$$

$$\Leftrightarrow I_1 = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 \left(\frac{1}{2}x + 2 \right) dx = 5.$$

$$+) I_2 = \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{6}} xf(\sqrt{x^2+1}) dx = \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{6}} \sqrt{x^2+1} \cdot f(\sqrt{x^2+1}) d(\sqrt{x^2+1})$$

$$\Leftrightarrow I_2 = \int_2^5 u \cdot f(u) du = \int_2^5 x \cdot f(x) dx \Leftrightarrow I_2 = \int_2^5 x \cdot (-x+5) dx = \frac{27}{2}.$$

$$\text{Vậy } \int_1^{e^2} \frac{f(\ln x)}{x} dx + \int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{6}} xf(\sqrt{x^2+1}) dx = 5 + \frac{27}{2} = \frac{37}{2}.$$

Câu 43. Cho hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O , chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua S và cắt đường tròn đáy tại A, B sao cho $\widehat{ASB} = 120^\circ$. Biết rằng khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $6\pi a^2$.

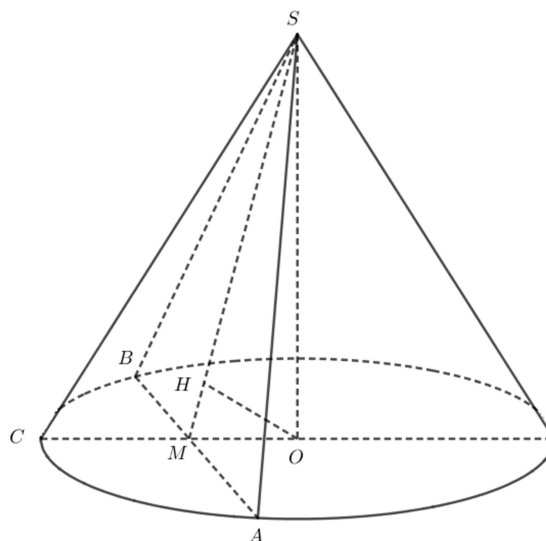
B. $4\sqrt{14}\pi a^2$.

C. $12\pi a^2$.

D. $6\sqrt{14}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ bán kính OC của (O) vuông góc với AB tại M như hình vẽ.

Kẻ $OH \perp SM$ tại H . (1)

Ta có

$AB \perp OC$, $AB \perp SO$ vì SO vuông góc mặt đáy. Suy ra $AB \perp (SOM)$.

Mà $OH \subset (SOM)$. Suy ra $AB \perp OH$. (2).

Từ (1) và (2) suy ra $OH \perp (SAB) \Rightarrow d_{(O,(P))} = OH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$$\text{Ta có: } \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} \Rightarrow \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow OM = a\sqrt{3}.$$

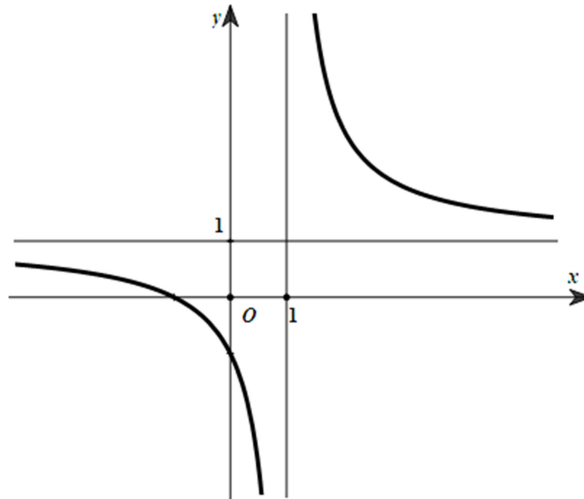
$$SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = a\sqrt{6}, \quad \widehat{ASM} = \frac{1}{2} \widehat{ASB} = 60^\circ.$$

$$SC = SA = \frac{SM}{\cos \widehat{ASM}} = 2a\sqrt{6}.$$

$$OC = \sqrt{SC^2 - SO^2} = a\sqrt{21}.$$

$$S_{xq} = \pi \cdot OC \cdot SC = 6a\sqrt{14}.$$

Câu 44. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{x-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ



Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

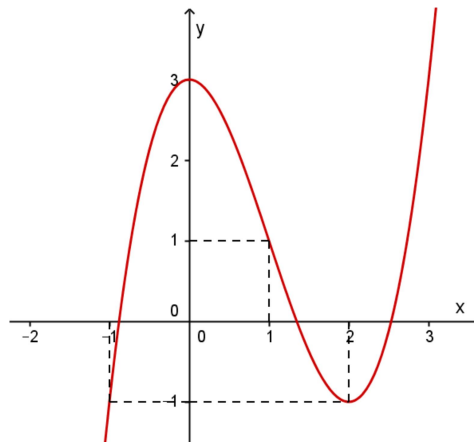
Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có: TCD $x=1 \Rightarrow c=1$, TCN $y=1 \Rightarrow a=1$ và $y(0) < 0 \Leftrightarrow \frac{b}{-c} < 0 \Leftrightarrow -b < 0$

$\Leftrightarrow b > 0$.

Suy ra $a, b, c > 0$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right)$ của phương trình $f^2(\sin x) - 5|f(\sin x)| + 6 = 0$

A. 13.

B. 7.

C. 12.

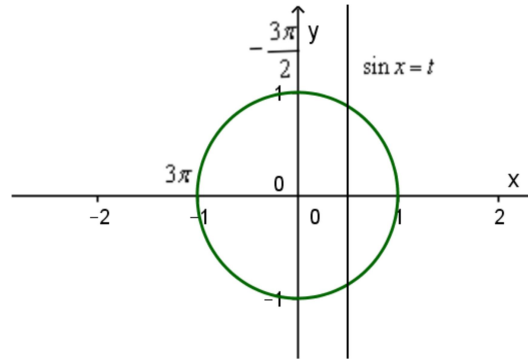
D. 9.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \sin x$, với $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right) \Rightarrow t \in [-1; 1]$, ta được phương trình:

$$f^2(t) - 5|f(t)| + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |f(t)| = 2 \\ |f(t)| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(t) = \pm 2 \\ f(t) = \pm 3 \end{cases}.$$



□ Xét phương trình: $f(t) = -2$ không có nghiệm $t \in [-1; 1]$.

□ Xét phương trình: $f(t) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a \in (0; 1) \\ t = b \in (-1; 0) \end{cases}$

+) $\sin x = a$ cho 4 nghiệm.

+) $\sin x = b$ cho 5 nghiệm.

□ Xét phương trình: $f(t) = -3$ không có nghiệm $t \in [-1; 1]$.

□ Xét phương trình: $f(t) = 3 \Leftrightarrow t = 0$ phương trình có 4 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 13 nghiệm.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-20; 20]$ sao cho $\max_{[0;2]} |f(x)| < 3 \min_{[0;2]} |f(x)|$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 63.

B. 51.

C. 195.

D. 23.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + m$ trên đoạn $[0; 2]$

Ta có: $f'(x) = 4x^3 - 4x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

$f(1) = m - 1$; $f(2) = m + 8$; $f(0) = m$.

$\max_{[0;2]} f(x) = m + 8$; $\min_{[0;2]} f(x) = m - 1$.

+) Nếu $m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$ thì $\max_{[0;2]} |f(x)| = m + 8$, $\min_{[0;2]} |f(x)| = m - 1$.

Khi đó: $\max_{[0;2]} |f(x)| < 3 \min_{[0;2]} |f(x)| \Leftrightarrow m + 8 < 3(m - 1) \Leftrightarrow m > \frac{11}{2}$.

+) Nếu $m + 8 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -8$ thì $\max_{[0;2]} |f(x)| = m - 1$, $\min_{[0;2]} |f(x)| = -m - 8$.

Khi đó: $\max_{[0;2]} |f(x)| < 3 \min_{[0;2]} |f(x)| \Leftrightarrow 1 - m < 3(-m - 8) \Leftrightarrow m < -\frac{25}{2}$.

+) Nếu $(m - 1)(m + 8) < 0 \Leftrightarrow -8 < m < 1$ thì

$\max_{[0;2]} |f(x)| = \max \{|m + 8|, |m - 1|\} = \max \{m + 8, 1 - m\} > 0$; $\min_{[0;2]} |f(x)| = 0$.

Khi đó, không thỏa điều kiện $\max_{[0;2]} |f(x)| < 3 \min_{[0;2]} |f(x)|$.

Do đó: $\begin{cases} m < -\frac{25}{2} \\ m > \frac{11}{2} \end{cases}$ kết hợp với $m \in [-20; 20]$ ta có $m \in \left[-20; -\frac{25}{2}\right) \cup \left(\frac{11}{2}; 20\right]$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow S = \{-20; -19; -18; \dots; -13; 6; 7; \dots, 20\}$.

Tổng các phần tử của S bằng $6+7+8+9+10+11+12=63$.

Câu 47. Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{x-3y} = b^{x+3y} = \sqrt[3]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + 6y - 1$ bằng

A. $\frac{5}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết ta có: $a > 1, b > 1 \Rightarrow \log_a b > \log_a 1 = 0$.

$$\begin{cases} a^{x-3y} = \sqrt[3]{ab} \\ b^{x+3y} = \sqrt[3]{ab} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y = \log_a \sqrt[3]{ab} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_a b \\ x+3y = \log_b \sqrt[3]{ab} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \log_b a = \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \log_a b} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{6} \left(2 + \log_a b + \frac{1}{\log_a b} \right) \\ y = \frac{1}{18} \left(\frac{1}{\log_a b} - \log_a b \right) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } P &= \frac{1}{2} \left(2 + \log_a b + \frac{1}{\log_a b} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\log_a b} - \log_a b \right) - 1 = \frac{1}{6} \log_a b + \frac{5}{6 \log_a b} \\ &= \frac{1}{6} \left(\log_a b + \frac{5}{\log_a b} \right) \geq \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot \sqrt{\log_a b \cdot \frac{5}{\log_a b}} = \frac{\sqrt{5}}{3}. \end{aligned}$$

Vậy chọn

C.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_3(7x^2 + 7) \geq \log_3(mx^2 + 4x + m)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\log_3(7x^2 + 7) \geq \log_3(mx^2 + 4x + m) \Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ 7x^2 + 7 \geq mx^2 + 4x + m \end{cases} \text{ luôn đúng } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0 \\ (m-7)x^2 + 4x + m-7 \leq 0 \end{cases} \text{ luôn đúng } \forall x \in \mathbb{R}$$

+ Xét bất phương trình $mx^2 + 4x + m > 0$ (*) $\forall x \in \mathbb{R}$

□ Nếu $m = 0 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 4x > 0 \Leftrightarrow x > 0$ (loại)

$$\square \text{ Nếu } m \neq 0 \text{ thì } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' = 4 - m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m > 2 \Leftrightarrow m > 2(1) \\ m < -2 \end{cases}$$

+ Xét bất phương trình $(m-7)x^2 + 4x + m-7 \leq 0$ $(**)$ $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\square \text{ Nếu } m = 7 \Rightarrow (**) \Leftrightarrow 4x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0 \text{ (loại)}$$

$$\square \text{ Nếu } m \neq 7 \text{ thì } (**) \Leftrightarrow \begin{cases} m-7 < 0 \\ \Delta' = 4 - (m-7)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ m-7 \geq 2 \Leftrightarrow m \geq 9 \Leftrightarrow m \leq 5(2) \\ m-7 \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 7 \\ m \geq 9 \Leftrightarrow m \leq 5(2) \\ m \leq 5 \end{cases}$$

Kết hợp (1) và (2) $\Leftrightarrow 2 < m \leq 5$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{3; 4; 5\} \Rightarrow$ Có 3 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho khối hộp $ACBD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 12. Gọi $M; N; P$ lần lượt là trung điểm của $AB; A'C'; BB'$. Thể tích khối $CMNP$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

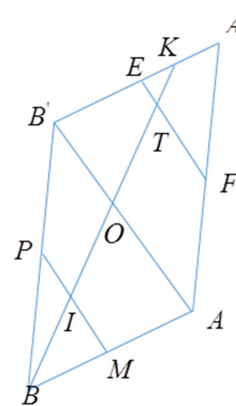
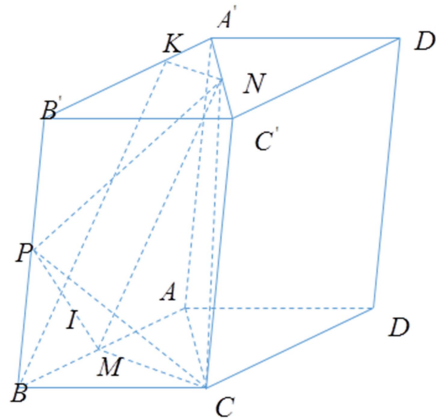
B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{5}{48}$.

D. $\frac{7}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Dựng NK song song với $CM, K \in A'B' \Rightarrow NK \parallel (CMP)$. Gọi $I = BK \cap PM$.

$$\text{Ta có } \frac{V_{CMNP}}{V_{BPMC}} = \frac{d[N, (PMC)]}{d[B, (PMC)]} = \frac{d[K, (PMC)]}{d[B, (PMC)]} = \frac{KI}{BI}.$$

Gọi E, F lần lượt là trung điểm của $A'B', A'A; T = BK \cap EF; O = BK \cap AB'$.

$$\text{Ta có } BI = IO = OT = 2KT \Rightarrow \frac{KI}{BI} = \frac{5KT}{2KT} = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Do đó } V_{CMNP} = \frac{5}{2} \cdot V_{BPMC} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} V_{B'BMC} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} V_{B'ABC} = \frac{5}{48} V_{ACBD.A'B'C'D'} = \frac{5}{4}$$

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $3^{x-1} = \log_{27}(x+3m) + m$ có nghiệm $x \in [-1; 6]$

A. 241.

B. 242.

C. 723.

D. 724.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > -3m$

$$PT \Leftrightarrow 3^x = \log_3(x+3m) + 3m \Leftrightarrow 3^x + x = 3^{\log_3(x+3m)} + \log_3(x+3m) \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t, \forall t \in \mathbb{R}$; Ta có: $f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Từ (1) suy ra } f(x) = f(\log_3(x+3m)) \Leftrightarrow x = \log_3(x+3m) \Leftrightarrow x+3m = 3^x \Leftrightarrow 3m = 3^x - x \quad (1)$$

Xét hàm số $g(x) = 3^x - x$ trên $[-1; 6]$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = 3^x \ln 3 - 1; g'(x) = 0 \Leftrightarrow 3^x \ln 3 = 1 \Leftrightarrow x = \log_3(\log_3 e) \in (-1; 6)$$

$$\Rightarrow g(\log_3(\log_3 e)) = \log_3 e - \log_3(\log_3 e) \approx 0,996; g(-1) = \frac{4}{3}; g(6) = 723$$

Khi $-3m > -1 \Leftrightarrow 3m < 1$ thì sẽ không có giá trị nguyên nào của m để phương trình (1) có nghiệm

$$\text{Khi } -3m \leq -1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{3}, \text{ phương trình (1) có nghiệm } \Leftrightarrow \log_3 e - \log_3(\log_3 e) \leq 3m \leq 723$$

Do m nguyên nên $1 \leq m \leq 241$. Vậy có 241 giá trị của m .

---HẾT---