

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)

Ghi vào bài làm chỉ một chữ cái chữ A, B, C hoặc D đứng trước phương án trả lời đúng.

Câu 1. Kết quả của phép tính $(\sqrt{2021} - \sqrt{2022})(\sqrt{2021} + \sqrt{2022})$ được xác định là:

- A. $2\sqrt{2021}$. B. $\sqrt{2022}$. C. -1 . D. 1 .

Câu 2. Đường thẳng $y = 10x + 1$ song song với đường thẳng $y = (m^2 + 1)x + m - 2$ khi:

- A. $m = 3$. B. $m = -3$. C. $m = 9$. D. $m = \sqrt{10}$.

Câu 3. Phương trình bậc hai nào sau đây có tổng hai nghiệm bằng -2

- A. $x^2 + 2x + 3 = 0$ B. $x^2 - 2x - 1 = 0$. C. $x^2 + 2x - 2 = 0$. D. $2x^2 - x - 1 = 0$.

Câu 4. Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông tại B có $AB = 4\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$. Quay tam giác đó một vòng quanh cạnh BC được một hình nón. Thể tích hình nón đó bằng

- A. $16\pi\text{cm}^3$ B. 16cm^3 C. $48\pi\text{cm}^3$ D. $12\pi\text{cm}^3$

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 5 (2,0 điểm). Cho biểu thức: $A = \left(\frac{x + \sqrt{x} + 1}{x + \sqrt{x} - 2} - \frac{1}{1 - \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) : \frac{1}{x - 1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

a. Rút gọn biểu thức A

b. Tìm các giá trị của x để $\frac{1}{A}$ là một số tự nhiên

Câu 6 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{5}{x-2} - \frac{2}{y-3} = 4 \\ \frac{2}{x-2} - \frac{1}{y-3} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Câu 7 (1,5 điểm). Cho $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = -2x + m$ (x là ẩn, m là tham số)

Tìm tất cả các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho

$$(x_1 - 1)(x_2 - 1) + y_1 \cdot y_2 = 5$$

Câu 8 (3,0 điểm). Cho điểm A cố định nằm ngoài đường tròn $(O; R)$. Một đường thẳng thay đổi luôn đi qua A và không qua O cắt đường tròn tại B, C: $AB < AC$. Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn $(O; R)$ cắt nhau tại D. Đường thẳng qua D vuông góc AO cắt AO tại H và cung nhỏ BC của đường tròn $(O; R)$ tại M.

a. Chứng minh tứ giác DKHA là tứ giác nội tiếp (Với K là giao điểm của DO với BC)

b. Chứng minh $OH \cdot OA = OB^2$

c. Chứng minh $\frac{AC}{AB} = \left(\frac{HM}{HB} \right)^2$

Câu 9 (0,5 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{4x^2y^2}{(x^2 + y^2)^2} + \frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}$ ($xy \neq 0$)